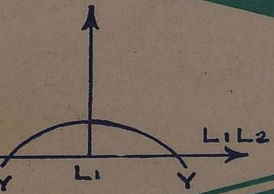
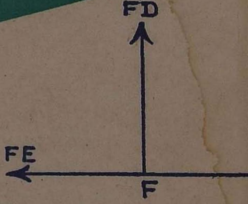
தொடக்க அமைப்புப் பகுவியல்

(ELEMENTS OF ANALYSIS OF STRUCTURES)

..... பழ. மெய்யப்பன் .....





தொடக்க அமைப்புப் பகுவியல்

ஆசிரியர்

பழ. மெய்யப்பன், பி.ஈ., எம்.எஸ் (இல்லினுயிஸ்).,
எம்.ஐ.ஈ.,

பேராசிரியர், பொதுப் பொறியியல் துறைத் தலைவர்,
தியாகராசர் பொறியியல் கல்லூரி,
மதுரை.

தமிழ்நாட்டுப் பாடநூல் நிறுவனம்

த. பா. நி. (க. வெ.) வரிசை எண்—585

தொடக்க அமைப்புப் பகுவியல்

ஆசிரியர்
பழ. மெய்யப்பன், பி.ஈ., எம்.எஸ் (இல்லினாயிஸ்).,
எம்.ஐ.ஈ.,
பேராசிரியர், பொதுப் பொறியியல் துறைத் தலைவர்,
தியாகராசர் பொறியியல் கல்லூரி,
மதுரை.

தமிழ்நாட்டுப் பாடநூல் நிறுவனம்

First Edition—September, 1974

T.N.T.B.S. (C.P.) No. 585

ELEMENTS OF ANALYSIS OF STRUCTURES

Pl. Meiyappan

Price Rs. 9-60

Published by the Tamilnadu Textbook Society under the Centrally Sponsored Scheme of Production of books and literature in regional languages at the University level, of the Government of India in the Ministry of Education and Social Welfare (Department of Culture), New Delhi.

Printed by
ELANGOVAN PRINTERS,
23, Muthu Mudali Street,
Royapettah, Madras-600014.

அணிந்துரை

திரு. இரா. நெடுஞ்செழியன்
(தமிழகக் கல்வி அமைச்சர்)

தமிழைக் கல்லூரிக் கல்வி மொழியாக ஆக்கிப் பதினுன் காண்டுகள் ஆகிவிட்டன. குறிப்பிட்ட சில கல்லூரிகளில் பி.ஏ. வகுப்பு மாணவர்கள் தங்கள் பாடங்கள் அனைத்தையும் தமிழிலேயே கற்றுவந்தனர். 1968ஆம் ஆண்டின் தொடக்கத்தில் புகுமுக வகுப்பிலும் (P.U.C.), 1969ஆம் ஆண்டிலிருந்து பட்டப் படிப்பு வகுப்புகளிலும் அறிவியல் பாடங்களையும் தமிழிலேயே கற்பிக்க ஏற்பாடு செய்துள்ளோம். தமிழிலேயே கற்பிப்போம் என முன்வந்துள்ள கல்லூரி ஆசிரியர்களின் ஊக்கம், பிற பல துறை களிலும் தொண்டு செய்வோர் இதற்கெனத் தந்த உழைப்பு, தங்கள் சிறப்புத் துறைகளில் நூல்கள் எழுதித் தர முன்வந்த நூலாசிரியர்கள் தொண்டுணர்ச்சி இவற்றின் காரணமாக இத் திட்டம் நம்மிடையே மகிழ்ச்சியும் மன நிறைவும் தரத்தக்க வகையில் நடைபெற்று வருகிறது. இவ் வகையில், கல்லூரிப் பேராசிரியர்கள் கலை, அறிவியல் பாடங்களை மாணவர்க்குத் தமிழி லேயே பயிற்றுவிப்பதற்குத் தேவையான பயிற்சியைப் பெறு வதற்கு மதுரைப் பல்கலைக்கழகம் ஆண்டுதோறும் எடுத்துவரும் பெருமுயற்சியைக் குறிப்பிட்டுச் சொல்லவேண்டும்.

பல துறைகளில் பணிபுரியும் பேராசிரியர்கள் எத்தனையோ நெருக்கடிகளுக்கிடையே குறுகிய காலத்தில் அரிய முறையில் நூல்கள் எழுதித் தந்துள்ளனர்.

வரலாறு, அரசியல், உளவியல், பொருளாதாரம், தத்துவம், புவியியல், புவியமைப்பியல், மனையியல், கணிதம், இயற்பியல், வேதியியல், உயிரியல், வானியல், புள்ளியியல், விலங்கியல், தாவர வியல், பொறியியல் ஆகிய எல்லாத் துறைகளிலும் தனி நூல்கள், மொழிபெயர்ப்பு நூல்கள் என்ற இரு வகையிலும் தமிழ்நாட்டுப் பாடநூல் நிறுவனம் வெளியிட்டு வருகிறது.

இவற்றுள் ஒன்ருன 'தொடக்க அமைப்புப் பகுவியல்' என்ற இந் நூல் தமிழ்நாட்டுப் பாடநூல் நிறுவனத்தின் **585**ஆவது வெளியீடாகும். கல்லூரித் தமிழ்க் குழுவின் சார்பில் வெளியான **35** நூல்களையும் சேர்த்து இதுவரை **620** நூல்கள் வெளிவந்துள் ளன. இந் நூல் மைய அரசு கல்வி, சமூகநல அமைச்சகத்தின் மாநில மொழியில் பல்கலைக்கழக நூல்கள் வெளியிடும் திட்டத் தின்கீழ் வெளியிடப்படுகிறது.

உழைப்பின் வாரா உறுதிகள் இல்லை; ஆதலின், உழைத்து வெற்றி காண்போம். தமிழைப் பயிலும் மாணவர்கள் உலக மாணவர்களிடையே சிறந்த இடம் பெறவேண்டும். அதுவே தமிழன்னையின் குறிக்கோளுமாகும். தமிழ்நாட்டுப் பல்கலைக்கழகங் களின் பல்வகை உதவிகளுக்கும் ஒத்துழைப்புக்கும் நம் மனம் கலந்த நன்றி உரியதாகுக.

இரா. நெடுஞ்செழியன்

பொருளடக்கம்

பக்கம்

1. பொது அறிமுகம்

1-1. அமைப்புகள் (Structures)

அமைப்பு என்றால் என்ன? நாம் தங்கி வாழும் வீடுகள், பங்களாக்கள், சென்னையில் உள்ள ஆயுள் காப்பீட்டுக் கழகப் பதினான்கு மாடி அடுக்குக் கட்டடம் (Tier Buildings) போன்ற உயர் கட்டடங்கள், தொழிற்கூடங்கள் (Industrial Buildings), வியப்புறு வண்ணம் நம் முன்னோர்களால் அமைக்கப்பட்டுள்ள கோவில்கள், உயர் கோபுரங்கள், வைகை அணை, பக்ரா நங்கல் போன்ற அணைகள், நெடுஞ்சாலைப் பாலங்கள், இரயில் பாதைப் பாலங்கள் மற்றும் இவை போன்ற கட்டுமானங்கள் எல்லாம் அமைப்பு எனப்படும்.

பண்டைக்காலந் தொட்டே 'அமைப்பியல் துறையில் மக்கள் ஆர்வமிக்கவர்களாக இருந்திருக்கின்றனர். முதலில் பாதுகாப்புடன் தங்கி வாழ வீடுகள் அமைத்தனர். பிறகு ஒன்றுசேர்ந்து கூடி வாழத்தொடங்கியதும் சமூகத்துக்குத் தேவைப்பட்ட பொதுக்கட்டடங்கள், அலுவலகங்கள் ஆகியவற்றை நிறுவினார்கள். அண்டை நாடுகளுடன் போரிட நேர்ந்தபொழுது, வழியில் குறுக்கிட்ட ஓடைகள், ஆறுகள் போன்ற தடைகளை விரைவில் கடக்கத் தக்க பாலங்கள் அமைக்கப்பட்டன. நாகரிகம் வளர வளர அமைப்புத் தேவைகள் புதிது புதிதாக ஏற்பட்டு, அவ்வாறு ஏற்படும் தேவைகளுக்குத் தகுந்த தீர்வு காணும் முறையில் அமைப்பியல் துறையில் புதுப்புது கட்டுமானப் பொருள்கள் கண்டுபிடித்தும், கட்டுமான முறையில் புதிய முறைகளை மேற்கொண்டும், ஏற்கெனவே மேற்கொண்டுவரும் முறைகளில் மேலும் சிறப்பாகச் செயல்படுத்தத் தேவையான மாறுபாடுகளைச் செய்தும், ஆய்வு முறையில் புதுப்புது முறைகளைத் தோற்றுவித்தும் வருகின்றனர். அமைப்பியல் துறையின் சிறந்த சாதனைகளாக அமைந்துள்ள அமைப்புகள் பலப்பல உள்ளன. அவற்றுள் குறிப்பாக நியூயார்க் நகரில் உள்ள

எம்பயர் ஸ்டேட் கட்டடம் (Empire State Building), 1000 மீட்டருக்கும் அதிகத் தாவகலம் உள்ள தொங்கு பாலங்கள் (Suspension Bridges), 125 மீட்டருக்கும் அதிகமான அளவு விட்டம் உள்ள குவி மாடங்கள் (Domes) முதலியவற்றைக் குறிப்பிடலாம்.

1-2. அமைப்புப் பகுவியல்

பல்வேறு அமைப்புகளை (Structures) அவை அமைக்கப்படும் நோக்குக்கு ஏற்ற உருவம் தெரிந்தெடுத்து நோக்கு முழுமையாக ஈடேற ஏற்ற உறுதி (Strength), திண்மை (Stiffness) உடையதாகவும், கட்டுமானப் பொருள்கள் அதிகமாகிவிடாமலும், அமைப்பு நிறுவ ஏற்படும் தொடக்கச் செலவும் பின்னால் அமைப்புக்கு ஏற்படும் பராமரிப்புச் செலவும் அதிகமாகிவிடாமலும் இருக்கும்படி அமைத்திடவேண்டும். மேற்குறிப்பிட்டவாறு அமைப்புகளின் நோக்குக்கு ஏற்ற உருவங்கள் தெரிந்தெடுத்து, அளவு கணக்கீடு செய்து, திட்டமிடும் முறையைக் கீழ்க்குறிப்பிட்டுள்ள நான்கு முக்கியக் கூறுகளாகப் பகுத்திடலாம். அவையாவன:

(1) பொது அமைப்பு உருவத் (General Structural Form) தேர்வு : அதாவது அமைப்புகள் ஒரு குறிப்பிட்ட தேவைக்காகத் திட்டமிடப்படுகின்றன. எடுத்துக்காட்டாகத் தொழிற்கூடங்கள் ஏதாவது ஒரு குறிப்பிட்ட பொருள் உற்பத்திக்காகவோ, அல்லது இயந்திரங்களைச் செப்பனிடும் பணி ஆலையாகவோ இருக்கலாம். குறிப்பிட்ட நோக்குக்குத் தகுந்தவாறு தொழிற்கூட அளவு அதற்கு வேண்டிய தேவைகளை அமைக்கவும் தகுந்ததான உருவம் தேர்ந்தெடுக்க வேண்டும். பூர்வாங்கத் தேர்வில் ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட உருவங்கள் கருதப்படலாம்.

(2) தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட பொது உருவங்களின் பூர்வாங்க அளவு கணக்கீடு (Preliminary Design) : இக் கூறு கருதப்பட்டுள்ள பொது உருவங்களில் அமைப்பு உறுப்புகளை நிறுவும் பல்வேறு திட்ட ஒழுங்குகளையும் மனத்தில்கொண்டு, அமைப்பு உறுப்புகளின் பூர்வாங்க அளவு கணக்கிடுதல் ஆகும். இக் கணக்கீட்டில் விரிவான கணக்கீடுகள் செய்யாமல் ஏறத்தாழச் சரியாயிருக்கிற அளவு கணக்கிட்டால் போதுமானது.

(3) குறிப்பிட்ட சிறந்த வடிவத் தேர்வு (Selection of Particular Structural Form) : பூர்வாங்கக் கணக்கீடு செய்தபின், கருதப்பட்டுள்ள பல வேறுபட்ட அமைப்பு உருவங்களையும் ஒப்பிட்டு, அவற்றுள் எந்த வடிவு குறைந்த பொருட்செலவிலும்,

அமைப்பு நோக்கை ஈடேற்றுவதிலும் தோற்றத்திலும் சிறந்த தாகவும் உறுதி, திண்மை அமையப்பெற்று விளங்குமோ, அந்தச் சிறந்த வடிவத்தைத் தேர்ந்தெடுத்தல் ஆகும்.

(4) விரிவான அளவு கணக்கீடு (Detailed Design): தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட சிறந்த வடிவத்தின் அமைப்பு உறுப்பு களின் விரிவான அளவு கணக்கீடு செய்வது ஆகும். இதில் அமைப்பின் எடை, இயங்கும் விசைகள் செம்மையாகக் கணக்கிட்டு, அவற்றின் விளைவால் ஏற்படும் பெருமத்தகைவு அனுமதித் தகை வுக்கு அதிகமில்லாமலிருக்குமாறு தகுந்த உறுப்புகளைத் தேர்ந் தெடுத்தலாகும். அவ்வாறு கணக்கீடு செய்து தேர்ந்தெடுத்துள்ள அமைப்பு உறுதியும் திண்மையும் தேவையான அளவு உடையதாக இருத்தல் வேண்டும்.

மேலே குறிப்பிட்டுள்ள நான்கு கூறுகளையும் செவ்வனே கடைப்பிடித்துச் சிறந்த அமைப்புகள் அமைத்திட முடியும். அவற்றுள் இரண்டாவது பிரிவான பூர்வாங்க அளவு கணக்கீடும், நான்காவது பிரிவான விரிவான அளவு கணக்கீடும் முறையே அமைப்பியல் இயங்கும் பளுக்கள், விசைகள் தெரிந்து கணக்கிட்டு, பின் வெளி விசைகளால், அமைப்பு உறுப்புகளில் செயல்படு கின்ற அக விசைகளான வெட்டு விசை (Shear Force), வளைவு திருப்புதிறன் (Bending Moment), நேர்விசை (Axial Force), திருகு திருப்புதிறன் (Twisting Moment) போன்றவற்றையும், வெளி விசைகளின் விளைவான தொய்வு (Deflection) போன்ற வற்றையும் கணக்கிட்டு, அகவிசைகளால் ஏற்படும் பெருமத்தகைவு (Maximum Stress) அனுமதித் தகைவுக்கு (Permissible or Allowable Stress) மிகைப்படாதவாறும் தொய்வு குறிப்பிட்ட எல்கைக்கு அதிகமில்லாமலும் இருக்கத்தக்க உறுப்புகள் கணக்கீடு செய்வதாகும். அக விசைகள், தொய்வு முதலியன கணக்கிடும் முறை பற்றி அமைப்புப் பகுவியலில் படிக்கிறோம்.

அமைப்புப் பகுவியல், சிறந்த அமைப்பைத் திட்டமிடவும், அமைப்பு உறுப்புகள் கணக்கீடு செய்யவும் ஒரு வழியே அன்றி அடையவேண்டிய நோக்கின் முடிவு அன்று. அமைப்பியலரின் குறிக்கோள் சிறந்த அமைப்பைத் திட்டமிட்டு அமைத்திடுவதே. அக் குறிக்கோளை அடைய, அமைக்கத் தகுந்த பல்வேறு அமைப்புகளையும், அவ் வமைப்புகளில் அமைப்பு உறுப்புகளை நிறுவும் பல்வேறு திட்ட ஒழுங்குகளையும் மனத்திலிருத்தி, அவற்றின் அளவு கணக்கீடு செய்து, சிறந்ததைத் தேர்ந்திட வேண்டும். அவ் வழிமுறையில் அமைப்புப் பகுப்பாய்வு முறை

(அதாவது) அமைப்புப் பகுவியல் ஒரு கருவியே. செயல் திறம்பட ஆற்ற, கருவிகள் தீட்டப்பெற்றுக் கூர்மையாகவும் செய்யவேண்டிய செயலுக்குத் தகுந்த கருவியாகவும் இருக்கவேண்டியது போலச் சிறந்த அமைப்புத் திட்டமிட்டு நிறுவத் தேவையான கருவிகளில் ஒன்றான அமைப்புப் பகுவியலின் எல்லாப் பிரிவுகளிலும் பொறி இயலர் சிறந்த பயிற்சிபெற்றுத் தேர்ந்து திறம்படப் பகுப்பாய்வு முறையைப் பயன்படுத்தும் நிலையிலிருக்கவேண்டுவது மிகவும் அவசியம்.

1-3. பளுக்கள் (Loads)

அமைப்பில் இயங்கும் பளுக்கள் பலதரப்பட்டன. அவற்றை மூன்று பிரிவுகளாக வகுக்கலாம். அவையாவன :

(i) மாறாப் பளுக்கள் (Dead Loads),

(ii) மாறும் பளுக்கள் (Live Loads),

(iii) இயங்கு பளுக்கள் (Dynamic Loads).

1-3(i) மாறாப் பளுக்கள்

மாறாப்பளுக்கள், பளு அளவு, பளு இயங்கும் நிலை, இயங்கு கோடு ஆகியவை மாறுபாடு எதுவுமில்லாமல் அமைப்பில் இயங்கும் தன்மையன ஆகும். மாறாப் பளுக்கள், கட்டுமான உறுப்புகள், அவற்றின்மீது உள்ள பொருள்கள் ஆகியவற்றின் எடையே ஆகும். உறுப்புகளின் அளவுகளிலிருந்து (நீளம், அகலம், கனம் அல்லது உயரம்) கனபரிமாணம் கணக்கிட்டு, கட்டுமானப் பொருள்களின் அலகு எடையால் (Unit Weight) பெருக்கி உறுப்புகளின் எடையை அதாவது மாறாப் பளுக்களின் எண் அளவைக் கணக்கிடலாம்.

ஆனால் அமைப்பியல் கணக்கீட்டில், உறுப்புகளின் அளவு பளுக்களை ஆய்ந்து கணக்கிடும் முன்னரேயே, உறுப்புகளின் எடை இலக்கத்தின் விளைவுகளையும் கணக்கிட உறுப்புகளின் எடை மதிப்பிடவேண்டியிருக்கிறது. உறுப்புகளின் அளவையை யும், எடையையும் அனுபவ முறையை அடிப்படையாகக் கொண்டுள்ள விதிகளின்படி (Rule of Thumb) மதிப்பிடலாம். கட்டுமானப் பொருள்களின் அலகு எடையை, தர நிர்ணயக் கழக IS-1911—1961 ஆம் எண் வெளியீட்டிலிருந்து பெறலாம்.

1-3(ii) மாறும் பளுக்கள்

மாறுபளுக்கள் என்பவை பெயருக்கேற்ப அவற்றின் அளவு, இயங்குமிடம், இயங்குகோடு இவற்றில் ஒன்றோ,

ஒன்றுக்கு மேற்பட்டுக் கூட்டுமுறையில் சேர்ந்து இரண்டோ அல்லது எல்லாமோ மாறுபட்டு இயங்கும் தன்மையன. எனவே, மாறு பளுவின் அளவை மதிப்பிடுவது எளிதன்று. அமைப்பு உள்ளளவும் அதனைப் பயன்படுத்தும் நோக்கு மாற்றத்துக்கு ஏற்பவும், நோக்கம் மாறுபடாவிட்டாலும் காலத்துக்குக் காலம் ஏற்படும் மாறுபாடுகளுக்கு ஏற்பவும், அமைப்பில் செயல்படும் மாறு பளு மாறுந் தன்மையுடையது. எனவே, எவ்வாறு மாறுபளு அளவைக் கணக்கிடுவது? அனுபவ முறையை அடிப்படையாகக் கொண்டு, மாறுபட்டுக்கொண்டே வருகின்ற நடைமுறையில் இன்னும் 50, 60 ஆண்டுகள் வரையில்—அதாவது அமைப்பு பயன் படக்கூடியதாக இருக்கும் வரையில்—ஏற்படக்கூடிய மாறுபாடு களைக் கருத்தில்கொண்டு பல்வேறுவிதப்பட்ட அமைப்புகளில் மேற் கொள்ளத்தக்க மாறும் பளுக்கள்பற்றிய விவரங்களை அரசாங்கங் களோ அல்லது அரசாங்கச் சார்புடைய நிறுவனங்களோ வெளி யிட்டுள்ளன. நம் நாட்டில் இந்தியத் தர நிர்ணயக் கழகம் (Indian Standard Institution) வெளியிட்டுள்ள IS 875 – 1964 வெளியீட்டில் கட்டடங்களில் பயன்படுத்தவேண்டிய பளுக்களின் அளவுகள் தரப் பட்டுள்ளன. இதேபோல இந்திய ரோட் காங்கிரஸ் வெளியீடுகளில் நெடுஞ்சாலைப் பாலங்களில் எடுத்துக்கொள்ள வேண்டிய மாறு பளுக்களின் அளவுகளும், இந்திய ரயில்வேக் குழு வெளியீடுகளில் இரயில் பாதைப் பாலங்களில் மேற்கொள்ளவேண்டிய மாறுபளுக் களின் அளவுகளும் தரப்பட்டுள்ளன.

1-3(iii) இயங்கு பளுக்கள் (Dynamic Loads)

இவை இரண்டுவிதமானவை. இவை விசைவலு இயங்கும் பளுக்கள் (Impact Loads), நிலைம அல்லது சடத்துவ இயங்கு பளுக்கள் (Inertia Loads) என்பவையாகும்.

(அ) விசைவலு இயங்கு பளு: பாலங்கள் போன்ற அமைப்பு களில் இயங்கும் ஊர்திகளால் ஆன நகரும் பளுக்களினால் ஏற்படும் தகைவு, அதே எண் மதிப்புள்ள அசைவற்ற இயங்காப் பளுவினால் ஏற்படும் தகைவைவிட அதிகமானது. எனவே, அமைப்பாய்வில் விசைவலு இயங்கு பளுவால் ஏற்படும் அதிகப்படியான தகைவின் விளைவையும் எடுத்துக்கொள்ள வேண்டும். அமைப்பாய்வு முறை யில், அசைவற்ற இயங்காப் பளுவினால் ஏற்படும் உள் விசைகள், தகைவு ஆகியவற்றைக் கணக்கிட்டு, கிடைக்கும் விடையின் ஒரு பகுதி அளவை விசை வலு இயங்கு பளுவின் அதிகப்படி தகைவின் விளைவாகக் கொள்கிறார்கள். இப் பகுதி அல்லது பின்னத்துக்கு விசைவது துணைப்பகுதி (Impact Factor Fraction) என்பர். இந்தப் பகுதி அல்லது பின்னம் பாலங்களின் தாவகலம், கட்டுமானப்

பொருள் வலுப்படுத்தப்பட்ட கான்கீரிட் (Reinforced Concrete), எஃகு (Steel), முன்தகைக்கப்பட்ட கான்கீரிட் (Prestressed Concrete), பாலங்களில் வரும் ஊர்திகளின் வேகம் முதலிய வற்றைப் பொறுத்தது. இது கணக்கிடும்முறை முன் குறிப்பிட்டுள்ள IS 875—1964, இந்தியன் ரோட் காங்கிரஸ் வெளியீடுகள், இந்தியன் இரயில்வேக் குழு வெளியீடுகளிலிருந்து பெறலாம்.

(ஆ) நிலேம அல்லது சடத்துவப் பளுக்கள் (Inertia Loads) : நகரும் பாலங்கள் (Movable Bridges) போன்ற அமைப்புகள் நகர்வதால் ஏற்படும் விசைகள், பூமி அதிர்ச்சியினுல் அமைப்புகள் அதிர்வதால் ஏற்படும் விசைகள் முதலானவை நிலேம அல்லது சடத்துவப் பளுக்கள் எனப்படும். பூமி அதிர்வதால் விளேயும் பளுக்கள் அளவு IS 1893—1960-ல் கண்டுள்ளபடி கொள்ளலாம்.

மேலே குறிப்பிட்டுள்ள பளுக்களாலும் கால நிலே வேறு பாட்டாலும், அமைப்புக் கட்டுமானப் பொருள்களின் தன்மை மாறுபாட்டாலும், மற்றும் இதுபோன்றவற்ருலும் அமைப்பு உறுப்புகளில் தகைவுகள் உண்டாகும்.

1-4. பகு வியல் முறை தனிப் பகுதி (Free body)

உள் விசைகள் கணிக்க, அமைப்பில் கணிக்க வேண்டிய அக விசைச் சார்புடைய பகுதியை வெட்டுமுகம் மூலம் தனிப்பகுதி ஆக்கி, அப் பகுதியின் மீது தெரிந்த, தெரிய வேண்டிய, மற்றும் செயல்படும் எல்லா அக விசைகளேயும் வெளி விசைகளேயும் அவை இயங்குமிடத்தில் இயங்கு திசையில் குறித்து, இப் பகுதி, — சம நிலேயிலிருக்கும் அமைப்பில், ஒரு பகுதியாதலால்,—சம நிலேயிலிருப் பதால் (அதாவது) மேற்குறிப்பிட்டுள்ள செயல்படும் எல்லா விசை களின் விளேவுகளால் இப் பகுதி சமநிலேயிலிருப்பதால் சமநிலேத் தத்துவக் கோட்பாடுகளேப் பயன்படுத்தி உள் விசைகளேக் கணிக்கலாம். தனிப்படுத்தப்பட்ட பகுதியை 'தனிப்பகுதி' (Free body) என்றும், தனிப்பகுதியில் எல்லா விசைகளும் குறிக்கப்பட்டு வரையும் படத்திணேத் 'தனிப்பகுதி விளக்க வரைபடம்' (Free body diagram) என்றும் கூறுவர்.

அமைப்பு உறுப்புகளில், அமைப்புகளில் வரும் எல்லா விசை களும், தொடக்கப் பகுப்பாய்வில், ஒரே தளத்தில் இயங்குவதாகக் கொள்வது, பகுப்பாய்வு சிக்கலின்றி எளிதாக இருக்கும். விசைகள் ஒரே தளத்திலிருப்பதாக (அதாவது) ஒரு தள விசைகளாகக் கொள்வதால், ஒருதள விசைச் சமநிலேச் சமன்பாடுகளாவன :

(1) ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தான ஏதாவது X, Y என்ற ஆயங்களில் விசைக் கூறுகள் கணக்கிட்டால், X ஆயத் திசையில் பெறும் எல்லா விசைகளின் X ஆய விசைக் கூறுகளின் இயற் கணிதக் கூட்டுத் தொகை சூன்யம்.

(2) அதேபோல X-க்குச் செங்குத்து ஆயமான Y ஆயத் திசையில் பெறும் எல்லா விசைகளின் Y ஆய விசைக் கூறுகளின் இயற்கணிதக் கூட்டுத் தொகை சூன்யம்.

(3) தளத்தின் ஏதாவது ஒரு புள்ளியில் பெறப்படும் எல்லா விசைகளின் விலக்கப் பெருக்கல் பலன் சூன்யம் என்பவற்றைப் பயன்படுத்தி உத்திக் கணக்குகள் செய்யலாம். இதையே முறையே $\Sigma F_x = 0$, $\Sigma F_y = 0$, $\Sigma M = 0$ எனவும் எழுதலாம்.

மேலே குறிப்பிட்டுள்ள ஒரு தள விசைச் சமநிலைத் தத்துவச் சமன்பாடுகளைப் பயன்படுத்தித் தனிப் பகுதியில் கணிக்க வேண்டிய உள் விசைகளைக் கணக்கிடலாம். முதலாவதாக, அமைப்புத் தாங்கிகளைப் பற்றியும் அதன்பின் ஒரு தள விசைச் சமன்பாட்டுக் கோட்பாடுகளைப் பயன்படுத்தி ஒரு தள ஒரு முனை விசைகள், ஒரு தளப் பொது விசைகள் கணக்குகள் செய்யும் முறை ஆகியவற்றை ஏற்கெனவே செயல்முறை இயக்கவியலில் (Applied Mechanics) படித்துள்ளதன் சாராம்சத்தைத் திரும்பப் பார்ப்போம்.

1-5. தாங்கும் விசை அல்லது எதிர்விசை (Supporting Force or Reactive Force)

அமைப்புகள் அல்லது அமைப்பு உறுப்புகள் வெளித் தாங்கிகள் மீது அவற்றைத் தாங்கக் கூடிய மற்ற உறுப்புகள் மீது தாங்கப்பட்டுள்ளன. அமைப்புகளில் உள்ள வெளி விசைகளை (External Forces) இரண்டு வகைகளாகக் கொள்ளலாம். அமைப்பில் செயல்படு விசையான பளுக்கள் போன்றவற்றைச் 'செயல்விசை' அல்லது 'தாக்கு விசை' (Active Force) எனலாம்.

பளுக்கள் போன்ற செயல்விசைகள் அமைப்பைத் தாக்குகையில் தாங்கிகளில் ஏற்படும் 'விசைகள் எதிர்விசை' அல்லது 'தாங்கும் விசை' (Reactive Force or Supporting Force) எனப் படும். தாங்கிகள் அமைப்பைப் பொறுத்து அவற்றை மூன்று வகைகளாகப் பிரிக்கலாம்:

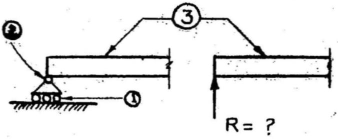
(i) உருளைத் தாங்கி (Roller Support),

(ii) சுழல்முனைத் தாங்கி (Hinged Support),

(iii) நிலைத் தாங்கி அல்லது பிடிமானத் தாங்கி (Fixed Support).

1-5(i) உருளைத் தாங்கி

உருளைத் தாங்கி படம் 1-1(a)-ல் காட்டப்பட்டுள்ளது. அமைப்பிலிருந்து, உருளைகள் அவற்றைத் தாங்கும் தளத்தில் இடம் பெயரும் தன்மையுடையன. ஆதலால், எதிர்விசை உருளைகளைத் தாங்கும் தளத்துக்குச் செங்குத்தாகத் தளத்தினின்று வெளி நோக்கி, கோடு சுழல்முனை வழியாகப் போகும் தன்மையதாக இருக்கும்.

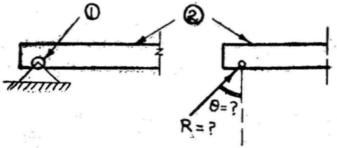


படம் 1-1(a) உருளைத் தாங்கி

1. உருளை (Roller), 2. சுழல் முனை (Hinge), 3. அமைப்பு உறுப்பு.

அதாவது, எதிர்விசை இயங்கும் இடமும் இயங்கு கோடும் தாங்கு அமைப்பிலிருந்து கிடைத்துவிடும். எதிர்விசையின் அளவுமட்டும் தான் கணக்கிட வேண்டும். இதை 'இயற்போக்குத் தாங்கி' (Simple support) என்றும் கூறலாம்.

1-5(ii) சுழல்முனைத் தாங்கி



படம் 1-1(b) சுழல்முனைத் தாங்கி

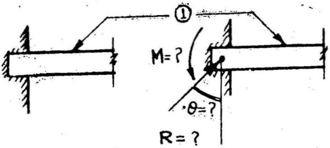
1. சுழல்முனை, 2. அமைப்பு உறுப்பு.

சுழல்முனைத் தாங்கி, பெயருக்கேற்ப, தாங்கும் உறுப்பு அல்லது அமைப்புத் தடை ஏதுமின்றிச் சுழல அனுமதிக்கிறது. ஆனால், தாங்கி உறுப்பு இடம்பெயர அனுமதிப்பதில்லை. எனவே,

தாங்குவிசை அளவு, அது இயங்கு திசை ஆகிய இரண்டும் தெரிய வேண்டுவதாகும். தாங்கிச் சுழல்முனையில் தாங்குவிசை இயங்குகிறது. கணக்குகளில் தாங்கு விசையின் கூறுகளை ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தான இரண்டு ஆயங்களில் (Axes) கணக்கிடலாம். சாதாரணமாகத் தாங்கு விசையின் கிடைக்கூறும், செங்குத்துக் கூறும் கணக்கிடுவார்கள்.

1-5(iii) நிலைத் தாங்கி அல்லது பிடிமானத் தாங்கி

நிலைத்தாங்கி அல்லது பிடிமானத் தாங்கி, சுழற்சியோ, இடப்பெயர்ச்சியோ ஏற்பட அனுமதியாது. எனவே, தாங்கிகளில் வளைவு திருப்பு திறனும் இருக்கிறது. எனவே, தாங்கு விசையின் அளவு, இயங்கு திசை, இயங்குமிடம் ஆகிய மூன்றுமே கண்டு பிடிக்கப்பட வேண்டும். தாங்கு விசையைக் குறிப்பிடக் கிடைக்கூறும், செங்குத்துக் கூறும், வளைவு திருப்பு திறனும் தெரிந்திட வேண்டும்.



படம் 1-1(c) நிலைத்தாங்கி அல்லது பிடிமானத் தாங்கி
1. அமைப்பு உறுப்பு

அமைப்புகளிலே உள்ள சில தாங்கிகளை மேலே சொல்லிய மூன்று வகைகளுக்குள் ஒன்றாகத் திருத்தமாகச் சொல்ல முடியாமலிருக்கலாம். அவ்வாறு உள்ளனவற்றை அவை இயங்கு விதத்தைக் கொண்டு மூன்று விதத் தாங்கிகளுள் எதை ஒப்பப் பெருமளவிற்குச் செயல்படுமோ அதைத் தாங்கியாகக் கொண்டு பகுப்பாய்வது வழக்கம்.

1-6 ஒருதள ஒருமுனை விசை

ஒருதள விசைகளுள் ஒருதள ஒருமுனை விசைகள் (Coplaner Concurrent Forces) தனிச் சிறப்புத் தன்மை வாய்ந்தவை. ஒரு புள்ளியில் இயங்குகின்ற அல்லது விசை இயங்கு கோடுகள் நீட்டப்பட்டால், ஒரு புள்ளியில் இருக்கின்ற இரண்டு அல்லது இரண்டுக்கு மேற்பட்ட ஒருதள விசைகளை 'ஒருதள ஒருமுனை

விசைகள்' அல்லது சாதாரணமாக 'ஒருமுனை விசைகள்' என்று குறிப்பிடுகிறோம். ஒரு புள்ளியில் விசைகள் இயங்குவதால் அல்லது விசைக் கோடுகள் ஒரு புள்ளியில் சந்திப்பதால், விசைகளின் தொகுபயன் இரட்டை விசையாக இருக்கமுடியாதல்லவா? எனவே, சமநிலைச் சமன்பாடுகளுள் ஒன்றான $\Sigma M = 0$ என்பதை, ஒரு முனை விசைகளுக்குப் பயன்படுத்த வேண்டியதில்லை. எஞ்சியுள்ள இரண்டு சமன்பாடுகளான $\Sigma F_x = 0$, $\Sigma F_y = 0$ என்பதைப் பயன்படுத்திப், புள்ளி சமநிலையிலிருந்தால், தெரிய வேண்டிய விசைகளின் அளவுகள் இரண்டுக்கு மேற்படாமலிருந்தால் கணக்கிடலாம். அதேபோல, ஒருமுனை விசைகள் பல செயல்படும்பொழுது அவற்றின் விசைக் கூறு கூட்டுத்தொகைகளான ΣF_x, ΣF_y-லிருந்து

(1) விசைகளின் விளைவு சமநிலையா? ($\Sigma F_x = 0$, $\Sigma F_y = 0$ என்றால் சமநிலை)

அல்லது

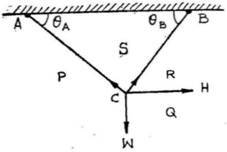
(2) விசைகளின் விளைவு தொகுவிசையா?

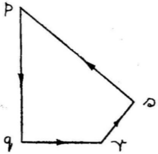
ΣF_x சூன்யமில்லாவிட்டாலும், ΣF_y சூன்யமில்லாவிட்டாலும், ΣF_x, ΣF_y இரண்டும் சூன்யமில்லாவிட்டாலும் தொகுவிசை என்பது தெரிந்துகொள்ளலாம். வரைபட முறையில் விசைப்படம் மட்டுமே வரைந்து கணக்குகள் செய்யமுடியும். பொது விசைகளுக்கு விசைப் படத்துடன் வரைய வேண்டிய இழுப்பாற்றலுக்குரிய இழைப் பல்கோணம் (Funicular Polygon) ஒருமுனை விசைகளுக்குத் தேவையில்லை. ஏன்? எனவே, விசைப்படம் ஆகிய விசை முக்கோணமோ (Triangle of Force), விசைப் பலகோணமோ (Polygon of Force) வரைந்து கணக்குகளை எளிதாகச் செய்யலாம். விசைப்படம் வரையத் தொடங்கிய புள்ளியில் வந்து முடிந்தால், விசைகள் சமநிலையில் உள்ளன என்றும், அவ்வாறு முடியாவிட்டால் சமநிலையில் இல்லை, தொகுவிசைக்கு ஆளாகியுள்ளது என்றும் அறியலாம். விசைப்படம், சமநிலையில் உள்ள ஒருமுனை விசைகளில் இரண்டு மேற்படாத தெரியவேண்டிய விசைகள் கண்டுபிடிக்கவும், சமநிலையில் இல்லாதபோது தொகுவிசை கண்டுபிடிக்கவும் விசைப்படம் பயன்படும். ஓர் எடுத்துக்காட்டின் மூலம் விசைப்படம் வரையும் முறையை விளக்குவோம்.

எடுத்துக்காட்டு 1-1 :

A, *B* என்ற இடங்களில் கட்டப்பட்டுள்ள ஒரு கம்பியின் *C* என்ற புள்ளியில் *W* அளவு செங்குத்து எடை விசையும், *H* அளவு கிடைமட்ட விசையும் இயங்கும்பொழுது படம் 1-2(a)-ல் காட்டியபடி *C* என்ற புள்ளி சமநிலையிலிருந்தால், *CA*, *CB*-ல் இயங்கும் விசையைக் கணக்கிடுக.

(a) கணித முறை : $\Sigma F_X=0$, $\Sigma F_Y=0$ சமன்பாடுகளைப் பயன்படுத்தி CA, CB-ல் உள்ள விசைகள் கணக்கிடப்படும். X ஆயம் H விசைக்கு இணையாகவும், Y ஆயம் W விசைக்கு இணையாகவும் எடுத்துக்கொள்வோம். C புள்ளியில் இயங்கும் 4 விசைகட்கும் இயங்குமிடம், இயங்குகோடு தெரியும். அவற்றுள் இரண்டின் (W, H-ன்) அளவுகளும் தெரியும். தெரிந்திட





படம் 1-2-(a) இட வெளிப்படம்   படம் 1-2(b) விசைப்படம்

வேண்டியது CA, CB விசைகளது அளவே. கோணங்கள் θ_A, θ_B அளவுகள் தரப்பட்டிருக்கும். அல்லது முக்கோணப் பக்கங்கள் தரப்பட்டிருக்கும்; அவற்றிலிருந்து θ_A, θ_B தெரிந்துகொள்ளலாம். CA, CB இரண்டையும் இழுவை விசைகளாகக்கொண்டு சமநிலைச் சமன்பாடுகளை எழுதினால்,

(1) $\Sigma F_X=0$

$$H+CB\,(\cos\theta_B)-CA\,(\cos\theta_A)=0$$

(2) $\Sigma F_Y=0$

$$W-CB\sin\theta_B-CA,\ \sin\theta_A=0$$

மேற் குறிப்பிட்டுள்ள சமன்பாடுகளிலிருந்து CA, CB-ன் அளவு கணக்கிடலாம். மாதிரியாக $W=4$ கிலோகிராம், $H=3$ கிலோகிராம், $\theta_A=\theta_B=45°$ எனக்கொள்வோம்.

சமன்பாடு (1) $\quad 3+0{\cdot}707\ CB-0{\cdot}707\ CA=0$

(2) $\quad 4-0\ 707\ CB-0{\cdot}707\ CA=0$

(1) + (2) $\quad 7-1{\cdot}414\ CA=0$

$$\therefore\ CA=\frac{7}{1{\cdot}414}$$

$$=4{\cdot}95$$

சமன்பாடு (1)-ல் $CA = 4.95$ பிரதியிட

$$3 + 0{\cdot}707\ CB - (4.95)\,(0{\cdot}707) = 0$$

$$\therefore\quad CB = 0{\cdot}707.$$

எனவே, CA-ல் இழுவை விசை 4·95 கிகி, CB-ல் இழுவை விசை 0·707 கிகி என்பது பெறலாம்.

(b) வரைபட முறை : படம் 1-2(a) அளவுப்படி வரைந்த இட வெளிப்படம் (Space Diagram) ஆகும். இதில் விசைகள் இயங்கு மிடத்தில் இயங்கு திசையும், விசையின் அளவும் குறிக்கப் பட்டிருக்கும். இதை ஆதாரமாகக் கொண்டு விசைப்படம் வரையப்படும். இட வெளிப்படம், விசைப்படம் இவற்றில் விசை களைக் குறிப்பிட ஏற்றதாக 'பௌ' குறியீட்டு முறை (Bow's Notation) மேற்கொள்ளப்படுகிறது. இம் முறைப்படி இடவெளிப் படத்தில் விசைக்கு இடையில் உள்ள வெளிகள் பெரிய எழுத்து களால் (Capital Letters) குறிக்கப்படும். விசையானது இரண்டு பக்கமுள்ள எழுத்துகளைக்கொண்டு குறிக்கப்படும். இவ்வாறு இரண்டு எழுத்துகளால் குறிப்பது விசைப்படத்தில் விசையை அதன் அளவுக்குத் தக்க அளவுப்படி (Scale) வரையும் பொழுது தலைப்பிலும் அடியிலும் இரண்டு எழுத்துகளால் குறிக்கவும், வரிசையாக விசை இடவெளிகளைப் பெயரிட்டு வரிசைக் கிரமமாக விசைப்படத்தில் வரையும்பொழுது, ஒரு விசையின் தலைப்பாகம் முன் வரைந்துள்ள விசையின் அடிப் பாகமாகவும், அடிப்பாகம் அடுத்து வரையப்போகும் விசையின் தலைப்பாகமாகவும் சங்கிலித் தொடர்போல விசை முக்கோணம் அல்லது விசைப் பல்கோணம் வரையவும் (தேவையுள்ள ஒருதளப் பொது விசைக் கணக்குகளில் இழைப் பல்கோணம் வரையவும்) ஏற்றதாக இருக்கும்.

எடுத்துக்காட்டுக் கணக்கில் விசைகள் CA, W-க்கு இடை உள்ள வெளி P என்றும், விசைகள் W, H-க்கு இடை உள்ள வெளி விசைகள் H, CB-க்கு இடை உள்ள வெளி R என்றும், விசைகள் CB, CA-க்கு இடை உள்ள வெளி S என்றும் குறிக்கப்பட்டுள்ளன. விசைப்படத்தில் தகுந்த அளவுக்கு 'W' விசை அளவுக்கு ஸ்கேல்படி வரையப்பட்டுள்ளது. தலைப்பாகம் 'p' என்றும் அடிப்பாகம் 'q' என்றும் குறிக்கப்பட்டுள்ளது. விசைப்படத்தில் 'pq' திசை அளவுரு (Vector), விசை W ஐக் குறிக்கும், 'q'-லிருந்து 'QR' விசையான H-க்கு இணையாக, ஸ்கேல்படி H அளவுக்கு வரைந்து அடிப்பாகம் 'r' எனப் பெயரிடப்பட்டுள்ளது. 'r'-லிருந்து விசை RS-க்கு (CB) இணை

யாக ஒரு கோடு வரையப்பட்டுள்ளது. விசையின் அளவு தெரியாது ஆதலால், 's' ஐக் குறிக்கத் தொடக்கப்புள்ளி p-லிருந்து விசை PS (CA)-க்கு இணையாக ஒரு கோடு வரைந்தால், இவ்விரண்டு கோடு களும் சந்திக்கும் இடம் 's' ஆகும். விசைப்பட ஸ்கேல்படி கணக்குச் செய்து விசைகள் RS, SP (அதாவது) CB, CA-ன் அளவுகளைப் பெறலாம்.

ஓர் உறுப்பு அல்லது அமைப்பு (இயங்கு கோடு) இணை யில்லாத மூன்று விசைகளால் தாக்கப்பட்டுச் சமநிலையிலிருந்தால் மூன்று விசைகளும் ஒருமுனை விசைகளாக இருக்கும். இந்த உண்மையை வெகு எளிதில் நிரூபிக்கலாம். மூன்று விசைகளுள் ஏதாவது இரண்டு விசைகளின் தொகுவிசை காண்க. இத் தொகு விசையின் இயங்குகோடு இரு விசைகளும் சந்திக்கும் புள்ளி வழியாகச் செல்லுமல்லவா? உறுப்பு அல்லது அமைப்பு இத் தொகு விசை, மூன்றாவது விசை ஆகிய இரு விசைகளுக்கு உட்பட்டுச் சம நிலையிலிருக்கிறது. இரு விசைகள் தாக்கிச் சமநிலையிலிருக்கச் செய்தால், அவ் விசைகளின் இயங்குகோடு ஒரே கோடாகத்தானே இருக்கவேண்டும்? ஆகவே, மூன்றாவது விசை இயங்கு கோடும் இரு விசைகள் சந்திக்கும் புள்ளி வழியாகத்தானே செல்லும்?

மேற் குறிப்பிட்ட உண்மையைக் கொண்டு மூன்று இணை யில்லாத விசைகள் செயல்பட்டுச் சமநிலையிலிருக்கும் கணக்குகளை எளிதில் செய்யலாம்.

1-7. ஒருதள விசைகள் (Co-planer Forces)

ஒருதள ஒருமுனை விசைகளின் தனித்தன்மை பற்றி முன் 1-6-ல் படித்தோம். பொதுவாக, ஒருதள விசைகள் அல்லது விசைத் தொகுதிகள் அமைப்பு அல்லது உறுப்பின்மீது இயங் கினால், அதன் விளைவு கீழ்க் குறிக்கப்பட்டுள்ள மூன்றினுள் ஒன்றாக இருக்கும்:

(1) தொகுவிசையால் தாக்கப்படும்,

(2) தொகு இரட்டை விசையால் தாக்கப்படும்,

(3) சமநிலையில் இருக்கும்.

கணித முறையில் சமநிலைச் சமன்பாடுகள் சார்புகளான ΣF_x, ΣF_y, ΣM கணக்கிட்டால்,

(1) ΣF_x, ΣF_y தனித்தோ, சேர்ந்தோ சூன்யமாக இல்லா விட்டால் உறுப்பு அல்லது அமைப்பு தொகுவிசைக்குட்பட் டுள்ளது. தொகுவிசையின் அளவு $\sqrt{(\Sigma F_x)^2+(\Sigma F_y)^2}$ ஆகும்.

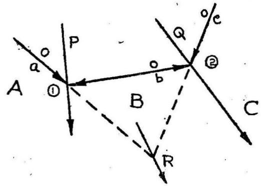
(2) ΣF_x, ΣF_y சூன்யமாகி ΣM சூன்யம் ஆக இல்லா விட்டால், உறுப்பு அல்லது அமைப்பு தொகு இரட்டை விசையால் தாக்கப்படுகிறது என அறியலாம்.

(3) ΣF_x, ΣF_y, ΣM மூன்றும் சூன்யமானல் சமநிலையில் உள்ளதென்பது அறியலாம். மேல் குறிப்பிட்டுள்ளபடி தொகு விசையோ, சமநிலையிலிருந்தால் தெரிய வேண்டிய விசைகளோ கண்டுபிடிக்கலாம். சாதாரணமாக, இக் கணக்குகளில், மூன்று சமன்பாடுகளையும் பயன்படுத்தித் தெரிய வேண்டியவை மூன்றுக்கு மேற்படாமலிருந்தால் கணக்கிடலாம். தொகுவிசை கணக்கிடும் போது தொகுவிசையின் இயங்கு கோடு, இயங்கு திசை, அளவு மூன்றும் கணக்கிடலாம். வரைபடம் மூலமாகவும் ஒருதள விசை களின் தொகுவிசைகள், தொகுஇரட்டை விசைகள், சம நிலையிலிருக்கும்பொழுது தாங்கு விசைகள் முதலியன பெறலாம்.

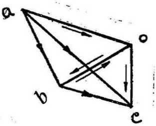
1-8. இழைப் பல்கோணம்

ஒருதள ஒருமுனை விசைகள் சம்பந்தப்பட்ட கணக்குகள் விசைப் பல்கோணம் வரைந்து கணக்கிடலாம் என்பது முன்பு படித்தோம். ஒருதள விசைகட்குப் பொதுவான வரைபட முறை யான விசைப் பல்கோணத்துடன் இழைப் பல்கோணமும் வரைந்து வேண்டியவற்றைக் கண்டுபிடிக்கலாம்.

இழைப் பல்கோணம் பற்றி அறிய P, Q அளவுள்ள இரண்டு விசைகளை எடுத்துக்கொள்க. படம் 1-3 (a)-ல் விசைகளின் இட வெளிப்படமும், 1-3 (b)-ல் விசைப்படமும் வரையப்பட்டுள்ளன.



படம் 1-3(a) இட வெளிப்படம்



படம் 1-3(b) விசைப்படம்

எடுத்துக்கொண்டுள்ள P, Q என்ற விசைகளின் தொகு விசை அளவு விசைப் பல்கோணத்திலிருந்து 'ac' என்பதும், திசை

a-லிருந்து *c*ஐ நோக்கி என்பதும் பெறலாம். ஆனால், தொகு விசையின் இயங்கு கோட்டின் இடம் எவ்வாறு பெறுவது? இதனை அறிய விசைப் பல்கோணத்தில் '*O*' என்ற ஏதாவது ஒரு புள்ளி (இப் புள்ளியை முனை 'Pole' என்பர்) எடுத்துக்கொள்க. விசைப் பல்கோணத்தின் முகட்டு முனைகளான *a*, *b*, *c* ஆகியவற்றை '*O*' உடன் சேர்க்க, *oa*, *ob*, *oc* கதிர்கள் (rays) பெறப்படும். இவைகளும் தனி விசைகளைக் குறிப்பதாகக் கொள்ளலாம்.

எடுத்துக்காட்டாக, முக்கோணம் *aob*-க்குள் காட்டியுள்ள அம்புக் குறி திசையில் இயங்கும் விசைகள் *ao*, *ob*-ன் தொகுவிசை *ab* (*P*) ஆகும். அதேபோல முக்கோணம் *boc*-க்குள் உள்ள அம்புக்குறி திசையில் இயங்கும் விசைகள் *bo*, *oc*-ன் தொகுவிசை *bc* (*Q*) ஆகும். எனவே, இட வெளியிலும் [படம் 1-3(a)] இரண்டு விசைகளையும் அவற்றின் கூறு விசைகளால் மாற்றி அமைக்கலாம். இவ்வித மாற்றத்தால் விசைகளின் விளைவுகள் சிறிதும் மாற்றமடையா. கூறு விசைகளால் மாற்றியமைக்க, கதிர் '*ao*'-க்கு இணையாக ஒரு கோடு *A* வெளியில் (கோட்டின்மீது அடையாளம் காண $\frac{a}{o}$ என்றுள்ளது) *P* விசையை ஏதாவது ஒருபுள்ளி (1)-ல் சந்திக்கு மாறு வரைக. புள்ளி (1)-லிருந்து *B* வெளியில் கதிர் '*bo*'-க்கு இணையாக வரைவது *Q* விசையைப் புள்ளி (2)-ல் சந்திக்கட்டும். புள்ளி (2)-லிருந்து *C* வெளியில் கதிர் '*co*'-க்கு இணையாக ஒரு கோடு வரைக.

இந்த வரைபட முறையால் *P* விசை, புள்ளி (1)-ல் இரண்டு கூறு விசைகளான *ao*, *bo*-க்களாக கூறுபடுத்தப்பட்டுள்ளது. (1) என்ற இடத்தில் உள்ள அம்புக்குறி விசை இயங்கு திசையைக் காட்டும். அதேமாதிரி *Q* விசை புள்ளி (2)-ல் *bo*, *co* என்ற கூறு களாக்கப்பட்டிருக்கிறது. எனவே *P*, *Q* என்ற விசைகளை அவற்றின் நான்கு கூறுகளான *ao*, *bo*, *co*, *do* என்பவற்றால் மாற்றி அமைத் துள்ளோம். இவற்றுள் *B* வெளியில் உள்ள *P* விசையின் கூறும், *Q* விசையின் கூறும் ஒன்றுக்கொன்று சமமாகவும் [படம் 1-3(b)], எதிர்த் திசையிலும் உள்ளன. எனவே, எஞ்சியிருக்கும் கூறுகள் (அதாவது) முதல் வெளியிலுள்ள *ao* கூறும், இறுதி வெளியிலுள்ள *co* கூறுமே ஆகும். இவை இரண்டு கூறுகளும் கொடுக்கப் பட்டுள்ள *P*, *Q* விசைகளை மாற்றி அமைத்து அவற்றால் ஏற்படும் விளைவுகளை எல்லா விதத்திலும் தர வல்லவையாகும்.

மேற்கூறிய வரைபட முறை பொதுவான முறையாகும். எனவே, இரண்டு அல்லது இரண்டுக்கு மேற்பட்ட எத்தனை விசை

களிருந்தாலும் பொருந்தும். மேற்கூறிய வரைபட முறையில் இட வெளிப்படத்தில் $\frac{a}{o}$, $\frac{b}{o}$, $\frac{c}{o}$ முதலியனவற்றைப் பக்கமாகக் கொண்ட பல்கோணம் 'இழைப் பல்கோணம்' (Funicular Polygon) எனப்படும்.

இழைப் பல்கோணத்தில் முதல் பக்கத்தையும் இறுதிப் பக்கத்தையும் நீட்ட, அவை 'd' புள்ளியில் சந்திக்கின்றன. தொகு விசை (Resultant Force) 'd' புள்ளி வழியாக 'ac'-க்கு இணையாக வரையப்படும் கோட்டில் இயங்கும்.

எனவே, மேற்குறிப்பிட்டவாறு விசைப் பல்கோணம் முடிவுறாமலும், இழைப் பல்கோணத்தில் முதல் பக்கமும் (a/o போன்றது) இறுதிப் பக்கமும் (c/o போன்றது) ஒன்றுக்கொன்று இணையில்லாமலிருந்தால், விசைகளின் விளைவு தொகு விசையாகும். ஆனால் விசைப் பல்கோணம் முடிவுற்று, இழைப் பல்கோணத்தில் முதல் பக்கமும் இறுதிப் பக்கமும் இணையாக, ஆனால், ஒரே கோட்டில் இல்லாதிருந்தால், விசைகளின் விளைவு தொகு இரட்டை விசையாகும். விசைப் பல்கோணம் முடிவுற்று, இழைப் பல்கோணமும் முடிவுற்று இருந்தால் (அதாவது) இழைப் பல்கோணத்தில் முதல் பக்கமும் கடைசிப் பக்கமும் இணையாகவும் ஒரே கோட்டிலுமிருந்தால், விசைகளின் விளைவால் அமைப்பு சமநிலையிலிருக்கும். ஆகவே, வரைபட முறையில் ஒருதள விசைகள் சமநிலையிலிருக்க விசைப் பல்கோணமும், இழைப் பல்கோணமும் முடிவுற்றதாக இருக்க வேண்டும். இதைப் பயன்படுத்தித் தாங்கும் விசைகள் கணக்கிடலாம்.

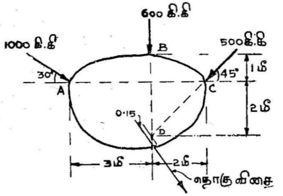
எனவே இழைப் பல்கோணம் தொகுவிசைகள், தொகு இரட்டை விசைகள், தாங்கும் விசைகள் ஆகியவற்றைக் கணக்கிடலாம். மேலும், இம் முறை வளைவு திருப்புதிறன் வரைபடம் (Bending Moment Diagram), தொய்வு வரைபடம் (Deflection Diagram) வரையவும், வேறு சில உத்திக் கணக்குகள் போடவும் பயன்படும்.

1-9. தொகுவிசைகள், தாங்கும் விசைகள் கணக்கிடுதல்

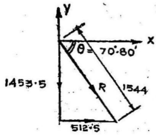
பிரிவுக்கூறு 1-5-ல் தாங்கும் விசைகள் பற்றியும், தாங்கிகள் வகைகள் பற்றியும் படித்தோம். பிரிவுக்கூறுகள் 1-6 முதல் 1-8-ல் ஒருதள விசைகள் சமநிலை, தொகுவிசைகள் கணக்கிடும் விதம், வரைபட முறை முதலியன எடுத்துச் சொல்லப்பட்டுள்ளன. இப் பிரிவுக் கூறில் தொகுபயன்கள், தாங்கும் விசைகள் கணக்கிடும் முறை எடுத்துக்காட்டுகள் மூலம் விளக்குவோம்.

எடுத்துக்காட்டு 1-2 :

படம் 1-4(a)-ல் காட்டியுள்ள விசைகளின் தொகுவிசை காண்க.



படம் 1-4 (a) இடவெளிப்படம்



படம் 1-4 (b) விசைப்படம்

தீர்வு

கொடுத்துள்ள 3 விசைகளின் தொகுவிசை காண வேண்டும்.

விசைகளின் X, Y ஆயங்களின் கூறுகள் கணக்கிடுக.

$$\Sigma F_x = 1000 \cos 30 - 500 \cos 45$$
$$= 1000 \sqrt{\tfrac{3}{2}} \quad - 500 \times 0{\cdot}707$$
$$= 512{\cdot}50$$

$$\Sigma F_y = -1000 \sin 30 - 600 - 500 \sin 45$$
$$= - \; 500 - 600 - 353{\cdot}5$$
$$= -1453{\cdot}5.$$

தொகுவிசையின் கூறுகளும் விசைக்கூறுகளது கூட்டுத் தொகையும் சமம். மேலும், கூறுகள் செங்குத்து ஆயத்தில் கணக்கிடப் பட்டிருப்பதால், தொகு விசை

$$R = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$
$$= \sqrt{(512{\cdot}5)^2 + (-1453{\cdot}5)^2}$$
$$= 1544.$$

படம் 1-4 (b)-யிலிருப்பது போல் வரைந்து தொகுவிசைச் சாய்வு பெறலாம். சாய்வு கணக்கிட்டால்,

$$\tan \theta = -\frac{1453 \cdot 5}{512 \cdot 5}$$

$$\therefore \theta = -70 \cdot 8^{\circ}$$

தொகுவிசை இயங்குமிடம் கண்டுபிடிக்க வேண்டும். எந்த இடத்தில் தொகுவிசை இயங்கினால் தொகுவிசையின் திருப்பு பலன் கொடுக்கப்பட்டுள்ள விசைகளின் திருப்பு பலனுக்குச் சமமோ, அதுவே தொகுவிசை இயங்குமிடமாகும். ஏதாவது ஒரு புள்ளியில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள விசைகளின் விலக்கப் பெருக்கற் பலன் கணக்கிட்டு, அதைத் தொகுவிசையால் வகுக்க, தொகு விசைக்கும் புள்ளிக்குமுள்ள செங்குத்துத் தூரம் கிடைக்கும். அதிலிருந்து தொகுவிசை இயங்குமிடம் காணலாம்.

எனவே, வெளியில் (space) எந்தப் புள்ளியில் வேண்டுமானாலும் விலக்கப் பெருக்கற்பலன் கணக்கிடலாம். எனவே, கணக்கிட எடுத்துக்கொள்ளும் புள்ளியைக் கவனமாகப் பொறுக்கி எடுத்தால், சிக்கலில்லாமலும் எளிதாகவும் கணக்கின் விடை பெறலாம். எடுத்துக்காட்டாக, புள்ளி B-ல் இயங்கும் 600 கிகி எடையின் இயங்குகோடும், புள்ளியில் இயங்கும் 550 கிகி எடையின் இயங்கு கோடும் சந்திக்கும் புள்ளி D-ல் விலக்கப் பெருக்கற்பலன் கணக்கிட்டால் (இவ்விரண்டு எடைகளின் விலக்கப் பெருக்கற் பலன் D-ல் சூன்யம்) A-ல் இயங்கும் 1000 கிகி விசைக்குள்ள விலக்கப் பெருக்கற்பலன் மட்டும்தான் வரும்.

எந்தப் புள்ளியில் விலக்கப் பெருக்கற்பலன் கணக்கிடுவது என்பது முடிவு செய்தபின், வலஞ்சுழி அல்லது இடஞ்சுழி இவற்றுள் எதை நேர்ச் சுழியாகக் கொள்வது என்பதை முடிவு செய்துகொள்ள வேண்டும். இவற்றுள் எதை வேண்டுமானாலும் எடுத்துக்கொள்ளலாம். ஆனால், எதை எடுத்துக்கொள்வது என்று முடிவு செய்தபின், அதை அந்தக் கணக்கு முழுவதும் மாற்ற மின்றிக் கொள்ள வேண்டும். நாம் வலஞ்சுழி (clockwise) நேர்சுழி எனக் கொண்டு விசையின் X, Y கூறுகளை எடுத்துக்கொண்டு கணக்கிடுவோம். தொகுவிசை புள்ளி D-க்கு இடமிருப்பதாகக் கொள்வோம்.

$$R.e - 1000 (\cos 30)^2 + (1000 \sin 30)^3 = 0$$

$$e \;\therefore = \frac{866 \times 2 - 1500}{1544}$$

$$= 232/1544$$

$$= 01 \cdot 5$$

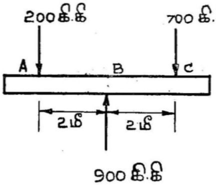
தீர்வு

தொகுவிசை அளவு 1544 கி கி.

இயங்கும் திசை X ஆயத்திலிருந்து 70' 80' வலஞ்சுழி இடம் புள்ளி D-க்கு 0·15 மீ இடப் பக்கம் படம் 1-4 (a)-ல் காட்டியுள்ளபடி இயங்கும்.

இதே தீர்வு 1-8-ல் விளக்கியுள்ள வரைபட முறையாகவும் பெறலாம்.

எடுத்துக்காட்டு : படம் 1-5-ல் காட்டியுள்ள விசைகளின் தொகு பயன் காண்க.



படம் 1-5

தீர்வு

ஆயங்கள் விசைக்கு இணையாகவும் (Y ஆயம்), செங்குத்தாகவும் (X ஆயம்) எடுத்துக் கொள்வோம்.

(1) $\Sigma F_X = 0$

(2) $\Sigma F_Y = 200 + 700 - 900 = 0$

அதாவது தொகுபயன் ஒருவிசையாக இருக்கமுடியாது. ஆனால் ஏதாவது ஒரு புள்ளியில், எடுத்துக்காட்டாக A-ல், விலக்கப் பெருக்கற்பலன் (வலஞ்சுழியை நேர்சுழியாகக் கொண்டு) கணக்கிட்டால், தொகு இரட்டை விசையா என்பதும், அளவும் அறியலாம்.

வி. பெ. ப. $_A - 900 \times 2 + 700 \times 4 = 1000$ கிகி மீ.

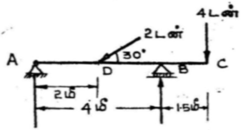
(அதாவது) வலஞ்சுழி 1000 கிகி மீ. விலக்கப் பெருக்கற்பலன்; சமநிலைக்குத் தேவையானதைவிட அதிகமாக உள்ளது.

அதாவது ஏதாவது இரட்டை விசை 1000 கி கி மீ. வலஞ்சுழி தரக் கூடியது பொருளின்மீது தாக்குகிறது.

அதாவது பொருள் இடம் பெயராமல், சுழலும்.

எடுத்துக்காட்டு 1-3 :

படம் 1-6-ல் காட்டியுள்ள உத்திரம் *A B C*-ன் *A*, *B*-ல் உள்ள தாங்கு விசை காண்.



படம் 1-6.

தீர்வு

தாங்கும் விசை *B*-ல் உருளைத் தாங்கிக்குச் செங்குத்தாக இருக்கும் ; எனவே *X* ஆயக் கூறு சூன்யம். தாங்கி *A*-ல், *X* ஆய விசைக்கூறுகள் முழுமையும் தாங்கும். சம நிலைச் சமன்பாடுகள் மூன்றையும் பயன்படுத்தித் தாங்குவிசை *B*, தாங்குவிசை *A*-ன் *X* ஆயக் கூறு (H_A), தாங்கு விசை *A*-ன் *Y* ஆயக் கூறு (Y_A) கணக்கிட்டு, *A*-ல் (*X*, *Y* கூறுகளிலிருந்து) தொகு தாங்குவிசை பெறலாம்.

(i) $\Sigma F_X = 0 \quad H_A - 2\cos 30 = 0$

$$H_A = 2\cos 30$$

$$= 2\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= 1{\cdot}732 \text{ டன்.} \rightarrow$$

(ii) $\Sigma M_A = 0$ (வலஞ்சுழி நேர் ஆகக் கொள்வோம்)

$$\therefore\ 2\sin 30 \times 2 - V_B \times 4 + (4 \times 5{\cdot}5) = 0$$

$$\therefore\ V_B = 6 \text{ டன்} \uparrow$$

(iii) $\Sigma F_Y = 0$ $\quad V_A = 5 - V_B = 5 - 6$

$= -1$ டன்.

$$\therefore \; R_A = \sqrt{V_A^2 + H_A^2}$$

$$= \sqrt{(-1)^2 + 1{\cdot}732^2} = 2 \text{ டன்}$$

Y ஆயத்திலிருந்து சாய்வு

$$= \tan^{-1} \frac{H_A}{V_A} = \tan^{-1} \frac{\sqrt{3}}{-1}$$

$$= -60°.$$

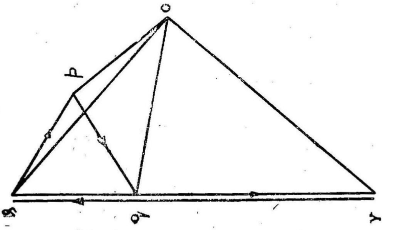
எடுத்துக்காட்டு 1-4 :

எடுத்துக்காட்டு 1-3-ல் உள்ள கணக்கை வரைபட முறையில் தீர்வுகாண்க.

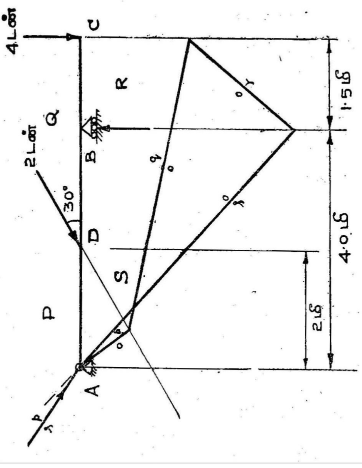
படம் 1-7(a)-ல் இடவெளிப்படமும், 1-7(b)-ல் விசைப்படமும் 1-7(a)-ல் இடவெளிப் படத்திலேயே இழைப் பல்கோணமும் வரையப்பட்டுள்ளது. 'பௌ' குறியீட்டு முறை பின்பற்றப் பட்டுள்ளது.

சுழல் முனை A-ல் உள்ள விசையின் இயங்குதிசை தெரியாது. ஆனால், இழைப் பல்கோணம் விசை இயங்கு கோட்டைத் தொட வேண்டும். எனவே, விசை இயங்கு புள்ளியாகிய சுழல் தாங்கி A-விருந்து இழைப் பல்கோணம் தொடங்கப்பட்டுள்ளது.

விசைப் பல்கோணத்தில் $p\,q$, $q\,r$ விசைகள் குறிக்கப் பட்டுள்ளன. புள்ளி s குறிக்கப்பட்டால் விசை RS, SP இவற்றைத் தீர்மானிக்கலாம். புள்ளி s ஐக் குறிக்க விசை RS-ன் திசை தெரியும். எனவே r-லிருந்து RS-க்கு இணையாகக் கோடு வரைக. RS-ன் அளவு தெரியாததால், இழைப்பல் கோணத்தில் புள்ளி 4 ஐயும் 1 ஐயும் சேர்த்து (கதிர் os-க்கு இணையான) இடவெளியில் உள்ள இழைப் பல்கோணத்தை முடிக்கும் கோடு வரைந்து அதற்கு இணையாகக் கதிர் 'os,' o-லிருந்து வரைக. கதிர் os-ம், விசை rs-ம் வெட்டுமிடத்தை 's' எனக் குறிக்க.



படம் 1.7(b) விசைப்படம்

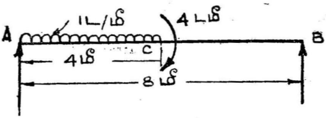


படம் 1.7(a) இடவெளிப்படம்

விசைப் பல் கோணத்திலிருந்து B-ல் தாங்குவிசையும் (rs) A-ன் தாங்குவிசையும் (ps) அதன் திசையும் பெறலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 1-5 :

8 மீட்டர் தாவகலம் உள்ள இயற்போக்கான (உத்திரத்தில் இடத் தாங்கியிலிருந்து உத்திரமையம் வரை. 1 டன்/மீ. (மீட்டருக்கு 1 டன்) அளவு சீரான பரவலான பளுவும், உத்திர மையத்தில் 4 ட.மீ. வலஞ்சுழி வளைவு திருப்புதிறனும் இயங்கினல், தாங்கு விசைகள் கணக்கிடுக.



படம் 1-8.

சம நிலைச் சமன்பாடுகளுள் $\Sigma F_X = 0$ என்பதை இந்தக் கணக்கில் பயன்படுத்த வேண்டியதில்லை. ஏனெனில், வெளி விசையிலோ, தாங்கு விசையிலோ X ஆயக்கூறு கிடையாது. வலத் தாங்கியில் விலக்கப் பெருக்கற்பலன் கணக்கிட (வலஞ்சுழி நேர்)

$$\Sigma M_B = 0$$

$$R_A \times 8 - 4 \times 1 \times 6 + 4 = 0$$

$$R_A = 2{\cdot}5 \text{ டன்}$$

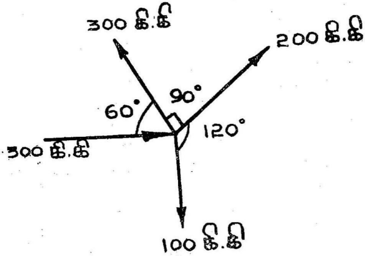
$$\Sigma F_Y = 0$$

$$\therefore \quad RB + RA - 4 = 0$$

$$\therefore \quad RB = 1{\cdot}5 \text{ டன்.}$$

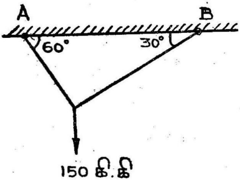
பயிற்சி 1

1-1. கீழ்க்காணும் ஒருதள ஒருமுனை விசைகளின் தொகுவிசை காண்க.



படம் (வி) 1-1.

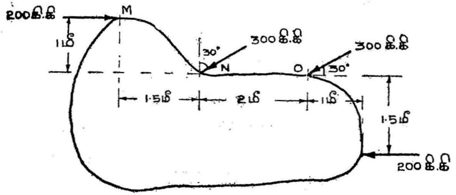
1-2. இரண்டு கம்பிகள் படத்தில் காட்டியுள்ளபடி 150 கிகி எடையைத் தாங்கினால், ஒவ்வொரு கம்பியிலும் இயங்கும் இழுவை விசை கணக்கிடுக.



படம் (வி) 1-2.

1-3. ஒரு பொருளின்மீது படத்தில் காட்டியுள்ளபடி ஒருதள விசைகள் இயங்குகின்றன. இயற்கணித முறைப்படி (1) தொகுவிசை காண். (2) தொகு விசையின் நிலைக்குத்து, கிடைத் தள கூறுகளையும், மேற்படி தளங்களுக்கும் தொகு விசைக்குமிடையே உள்ள கோணங்களையும் கணக்கிடுக

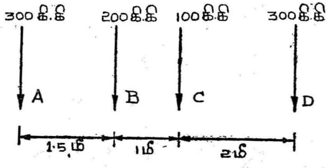
(3) குறிப்பீட்டுப் புள்ளியாக '*O*' ஐ எடுத்துக்கொண்டு, தொகு விசையில் நிலை (Position) குறிப்பிடுக.



படம் (வி) 1-3.

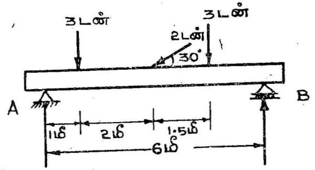
1-4. படம் (வி) 1-3-ல் குறிப்பிட்டுள்ள தொகுதி விசைகளின் தொகுவிசையை வரைபட முறையில் காண்க.

1-5. கீழ்க்காணும் இணைவிசைகளின் தொகுவிசை காண். கொடுக்கப்பட்டுள்ள இணைவிசைத் தொகுதிகளின் விளைவு தரக்கூடிய *A*-ல் இயங்கும் விசை (Force), சுழலிணை (Couple) அளவுகள் யாவை?



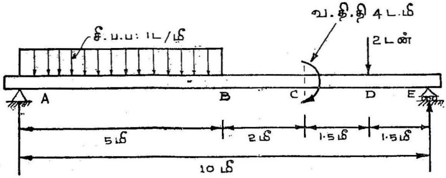
படம் (வி) 1-4.

1-6. அடுத்தபக்கத்தில் காணும் இயற்போக்கு தாங்கு உத்திரத்தின் தாங்குவிசை (a) இயற் கணித முறையிலும் (b) வரைபட முறையிலும் காண்.



படம் (வி) 1-5.

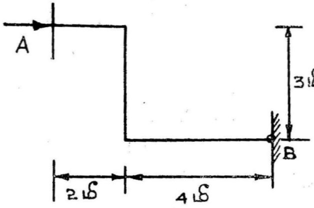
1-7. கீழ்க்காணும் இயற்போக்கு தாங்கு உத்திரத்தின் தாங்கு விசை காண்.



படம் (வி) 1-6.

1-8. 8 மீட்டர் நீளமுள்ள புறந்துருத்தி உத்திரம் A, B புள்ளிகளில் இயற்போக்கு தாங்கிகளின்மீது உள்ளது. A, B-க்கு இடையே உள்ள தூரம் 6 மீ. மூன்று செறிவு பளுக்கள் 2000 கி கி, 2000 கி கி, 5000 கி கி முறையே இடப்பக்க முனையாக A-லிருந்து 2 மீ, 4 மீ, 8 மீ தொலைகளில் இயங்கினால், வரைபட முறையிலும் கணித முறையிலும் தாங்கு விசைகள் காண்க.

1-9. படம் (வி) 1-7-ல் காட்டியுள்ளபடி *AB* சட்டம் *A*-ல் வழு வழுப்பான செங்குத்துச் சுவர் மீதும், *B*-ல் நிலையான



படம் (வி) 1-7.

தாங்கலுக்குச் சுழல் முனைத் தாங்கி மூலமும் தாங்கப்பட்டால், தாங்கு விசை *A*, *B*-ல் காண்க. சட்டம் மீட்டர் நீளத்துக்கு 15 கிலோ எடையுள்ளது எனக் கொள்க.

2. உத்திரங்கள்

(Beams)

2-1. பொது

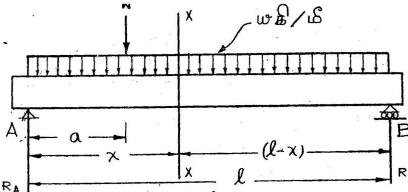
நீள அச்சுக்குக் குறுக்காக இயங்கும் பளுக்களைத் தாங்கும் அமைப்பு உறுப்பு உத்திரம் எனப்படும். இவ்வுறுப்புகளின் நீளம் பக்க அளவுகளான அகலம், உயரம் ஆகியவற்றைப்போல் பன் மடங்குள்ளது. எனவே, குறுக்காக இயங்கும் பளு அல்லது பளுக் களின் விளைவாக உத்திரம் அதன் நீள அச்சுத் தளத்தில் வளையுந் தன்மையுடையது. உத்திரத்தின் முதனிலை உள் விசைகள் வெட்டு விசை (Shear Force)-யும். வளைவு திருப்புதிறனும் (Bending Moment) ஆகும். எனவே, உத்திர அளவு கணக்கீட்டிற்கு (Design of beams), அது உட்படும் பெரும வெட்டு விசை, பெரும வெட்டு விசை செயல்படும் வெட்டுமுகம், பெரும வளைவு திருப்புதிறன், பெரும வளைவு திருப்புதிறன் செயல்படும் வெட்டுமுகம் ஆகிய வற்றைப் பகுப்பாய்வு செய்து காணவேண்டும்.

2-2. வெட்டு விசையும் (வெ.வி), வளைவு திருப்புதிறனும் (வ.தி.தி)

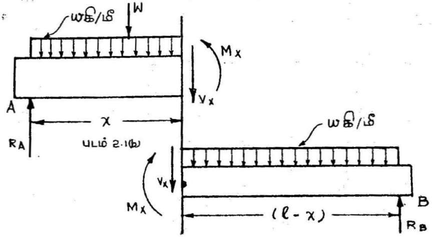
வெட்டு விசையும், வளைவு திருப்புதிறனும் உத்திரத்தில் இயங்கும் உள் விசைகள் எனப் பிரிவுக் கூறு 2-1-ல் குறிப்பிட்டோம். அதனைக் கணக்கிடும் விதம் எவ்வாறு என்று படிப்போம்.

படம் 2-1(a)-ல் காட்டியுள்ள இயற்போக்கு உத்திரத்தின் தாங்கு விசைகளான R_A, R_B கணக்கிடுக. உள் விசைகள் கணக்கிட உத்திரத்தை, X, X என்று குறுக்கு வெட்டு முகம் மூலம் இரண் டாகப் பிரிக்கவும். குறுக்கு வெட்டு இடப் பாகத்தைப் படம் 2-1(b) யிலும், வலப்பாகத்தைப் படம் 2-1(c) யிலும் காட்டப்பட்டுள்ளது. வெட்டு முகத்தில் இயங்கும் உள்விசைகளான வெட்டு விசை (V_X)-ம், வளைவு திருப்புதிறன் (M_X)-ம் காட்டப்பட்டுள்ளன.

உள் விசைகள் இடப்பாகத்தில் குறிக்கப்பட்டுள்ள திசைக்கு எதிர்த் திசையில் வலப்பாகத்தில் காட்டப்பட்டிருப்பதைக் கவனிக்கவும். ஏனெனில், வெட்டு முகங்களில் இயங்கும் உள் விசைகளின் அளவுகள் வெட்டு முகங்களின் இரண்டு பக்கங்களிலும் உள்ள பாகங்களில் சமமாகவும், உள் விசைகளின் திசைகள் ஒன்றுக்கொன்று எதிராகவும் இருக்கவேண்டுமல்லவா ? இவ்வாறு பெறப்படும் படங்கள் [2-1-(b) அல்லது 2-1-(c)] பிரிவுக் கூறு 1-4-ல் குறிப்பிட்டதுபோன்ற தனிப்பகுதி விளக்க வரைவுப் படம் ஆகும். தனிப் பகுதி சம நிலையிலிருக்க வேண்டியதற்கான சமன்பாடுகளிலிருந்து உள் விசைகளைக் கணக்கிடலாம்.



படம் 2.1(a)



படம் 2-1(c)

படம் 2-1(a) இயற்போக்கு உத்திரத்தின் தாங்குவிசை.
படம் 2-1(b) வெட்டுவிசை வரைபடம்.
படம் 2-1(c) வளைவு திருப்புதிறன் வரைபடம்.

V_X, M_X-ன் அளவுகள் வெட்டு முகத்துக்கு இடப்பாகத் தனிப்பகுதியிலிருந்தோ, வலப்பாகத் தனிப்பகுதியிலிருந்தோ

கணக்கிடலாம். எப் பாகத்தைக் கொண்டு கணக்கிட்டாலும், பெறும் உள்விசைகளின் அளவுகளும் (குறியீட்டு மரபுப்படி), குறியும் ஒத்து இருக்கும். எடுத்துக்காட்டாக,

படம் 2-1-(b) (இடப்பாகத் தனிப்பகுதி) யிலிருந்து

$$\Sigma F_Y = 0$$

$$R_A - wx - W - V_X = 0$$

$$\therefore \quad V_x = R_A - wx - W \qquad \dots (1)$$

வெட்டுமுகத்தில் விலக்கப் பெருக்கற்பலன் கணக்கிட $\Sigma M = 0$ அதாவது

$$R_A x - wx.\frac{x}{2} - W(x-a) - M_X = 0$$

$$\therefore \quad M_x = R_A x = \frac{wx^2}{2} - W(x-a) \qquad \dots (2)$$

அடுத்து படம் 2-1(c) (வலப்பக்க தனிப்பகுதி) யிலிருந்து

$$\Sigma F_Y = 0$$

$$R_B - w(l-x) + Vx = 0$$

$$\therefore \quad Vx = w(l-x) - R_B. \qquad \dots (3)$$

வெட்டு முகத்தில் வி.பெ.ப. கணக்கிட $\Sigma M_X = 0$

அதாவது $R_B(l-x) - \frac{w(l-x)^2}{2} - M_X = 0$

$$\therefore \quad M_X = R_B(l-x) - \frac{w(l-x)^2}{2} \qquad \dots (4)$$

மேலே குறிப்பிட்டுள்ள V_X, M_X அளவுகளில்

$$R_A = \frac{wl}{2} + \frac{w(l-a)}{l} \text{ என்றும்,}$$

$$R_B = \frac{wl}{2} + wa/l \text{ என்றும்}$$

பிரதியிட V_X-ன் மதிப்பு சமன்பாடு 1, 3-லிருந்து ஒரே அளவு பெறப்படும்; அதேபோல M_X-ன் மதிப்பும் சமன்பாடு 2, 4-லிருந்து பெறப்படும் அளவு மாறுபடாது இருக்கும்.

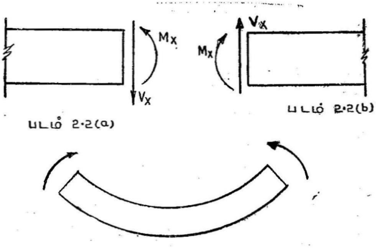
ஆகையால், ஒரு வெட்டு முகத்தில் செயல்படும் 'வெட்டு விசை' அவ்வெட்டு முகத்திற்கு ஏதாவது ஒரு பக்கத்தில்

(அதாவது வலப் பக்கம் அல்லது இடப்பக்கம்) உள்ள எல்லாக் குறுக்கு விசைகளின் அல்லது எல்லா விசைகளது குறுக்குக் கூறு களின் இயற்கணித முறை கூட்டுத்தொகை ஆகும். அதேபோல ஒரு வெட்டு முகத்தில் செயல்படும் "வளைவு திருப்புதிறன்" அவ்வெட்டு முகத்திற்கு ஏதாவது ஒரு பக்கத்தில் (அதாவது வலப் பக்கம் அல்லது இடப்பக்கம்) உள்ள எல்லா விசைகளினின்றும் வெட்டு முகத்தில் கிடைக்கும் விலக்கப் பெருக்கற்பலனின் இயற் கணிதமுறைக் கூட்டுத் தொகையாகும்.

வெட்டு விசை, படங்கள் 2-1(b), 2-1(c) ஆகியவற்றில் காட்டியுள்ளதுபோல மேல் நோக்கியோ, கீழ் நோக்கியோ செயல்படலாம். அதேபோல வளைவு திருப்புதிறனும் வெட்டு முகத்தில் செயல் படும் திசை வலஞ்சுழியாகவோ அல்லது இடஞ்சுழியாகவோ இருக்கலாம். வெட்டு விசை, வளைவு திருப்புதிறன் திசைகளைக் குறிப்பிடவும், வரைபடங்களில் எளிதாகக் காட்டவும் 'குறியீட்டு மரபு' அவசியம்.

2-3. குறியீட்டு மரபு

வெட்டு விசை: வெட்டு முகத்துக்கு இடப்பக்கமுள்ள குறுக்கு விசைகளின் அல்லது விசைகளது குறுக்குக் கூறுகளின்



படம் 2·2(c)

படம் 2-2.

படம் 2-2(a) நேர்வெட்டு விசை வெட்டுமுகம்.
படம் 2-2(b) வெட்டுவிசை வரைபடம்.
படம் 2-2(c) வளைவு திருப்புதிறன் வரைபடம்.

தொகுபயன் (அதாவது இயற்கணிதக் கூட்டுத்தொகை) மேல் நோக்கி இயங்கினுல் நேர் வெட்டு விசை என்றும், கீழ்நோக்கி

இயங்கினுல் எதிர் வெட்டு விசை என்றும் கொள்வது மரபு. படம் 2-2(a)-ல் நேர் வெட்டு விசை வெட்டு முகத்தின் இடப்பக்கத்தில் சிறிது தூரம் காண்பித்துக் காட்டப்பட்டுள்ளது (தொகுபயன் மேல் நோக்கி இயங்குமாதலால், சமநிலையாக்கும் உள்விசை கீழ் நோக்கி இயங்கும்). எனவே குறியீட்டு மரபுக்கு ஏற்ப, வலப்பக்க விசைகளினின்றும் வெட்டு விசை கணக்கிட்டால் நேர் வெட்டு விசையாயின் தொகுபயன் கீழ்நோக்கியும், எதிர் வெட்டு விசை யாயின் மேல் நோக்கியும் இருக்கும். எனவே, நேர்வெட்டு விசை யாயின் V_X மேல்நோக்கி இயங்கும் [படம் 2-2(b)].

எனவே நேர் வெட்டு விசையாயின், வெட்டு முகத்துக்கு இடப்பாகம் மேல் நோக்கியும், வலப்பாகம் கீழ்நோக்கியும் நகரும் சுபாவமுடையன. ஆனுல், உள் விசைகள் நகரும் சுபாவத் தைத் தடுக்கின்றன. எனவே, வெட்டு முகத்துக்கு இடப்பாகம் (தடுக்கும்) உள் விசை கீழ்நோக்கியும், வலப்பாகம் உள் விசை மேல்நோக்கியும் முன் விவரித்தது போல் இயங்கும்.

வளைவு திருப்புதிறன்: வெட்டு முகத்துக்கு இடப்பக்கமுள்ள விசைகளது விலக்கப் பெருக்கற்பலன் வெட்டு முகத்தில் கணக் கிட்டுக் கிடைக்கும் இயற்கணித முறை கூட்டுப்பலன் வலஞ்சுழி யானுல், நேர் வளைவு திருப்புதிறன் என்று கொள்வது மரபு. எனவே, இடஞ்சுழியானுல் அஃது எதிர் வளைவு திருப்புதிறன் ஆகும். [படம் 2-2(a), 2-2(b)]-ல் வெளி வளைவு திருப்புதிறனைச் சமநிலையாக்கும் உள்தடுப்பு வளைவு திருப்புதிறன் எதிர்த் திசையில் காட்டப்பட்டுள்ளது. அதாவது நேர் வளைவுத் திருப்பு திறன் உத்திரத்தின் மேல்பாகத்தில் இறுக்கத் தகைவும், கீழ்ப் பாகத்தில் இழுவைத் தகைவும் உண்டாக்குந் தன்மையது. வளைவு வடிவத்திலிருந்து சொன்னுல், உத்திரத்தின் மேல்பாகம் குழிவாக இருந்தால் (Concave Upwards) நேர் வளைவு திருப்புதிறன் எனப்படும் [படம் 2-2(c)].

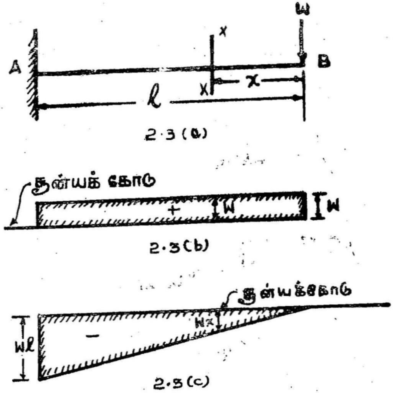
2-4. வெட்டு விசை, வளைவு திருப்புதிறன் - வரை படங்கள்

இவை உத்திரம் முழு நீளத்துக்கும் வெட்டு முகத்துக்கு வெட்டு முகம், வெட்டு விசை, வளைவு திருப்புதிறன் ஆகிய வற்றின் மாறுபாடுகளைக் காட்டும் வரைபடங்கள், சமநிலைக் கோட்பாடுகளால் தீர்வு காணக் கூடிய சாதாரண உத்திரங்களான பிடிமான கவை உத்திரம்(Cantilever beam), இயற்போக்கு தாங்கு உத்திரம் (Simply supported beam), கவிந்து தாங்கும் உத்திரம் (Overhanging beam) ஆகியவற்றில் வெ. வி, வ. தி. தி.

கணக்கிடும் முறையும், முக்கிய கூறுகளை எடுத்துக்காட்டி வரை படம் தீட்டு முறையும் காண்போம். முதலில் பிடிமான கவை உத்திரத்தை எடுத்துக் கொள்வோம்.

2-4(1) பிடிமான கவை உத்திரங்கள்

(i) **நுனியில் செறிவு பளு உள்ள பிடிமான கவை உத்திரம் :** ஆதாரமற்ற முனை '*B*'-லிருந்து x தூரத்தில் வெட்டு முகம் XX எடுத்துக்கொள்க. வெட்டு முகத்துக்கு வலப் பக்க விசைகளைக் கணக்கிடுக.



படம் 2-3.

2-3 (a) பிடிமான கவை உத்திரத்தில் செறிவு பளு,
2-3 (b) வெட்டு விசை வரைபடம்,
2-3 (c) வளைவு திருப்புதிறன் வரைபடம்.

வெட்டு விசை XX-ல் (V_{xx}) ...... $= +W$

வளைவு திருப்புதிறன் XX-ல் (M_x) $= -W.x$

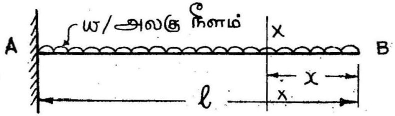
வெ. வி, உத்திரம் முழுவதும் மாறுபடாமல் W அளவாக இருக்கும்.

வ. தி. தி, $Mx = -Wx$ என்ற சமன்பாட்டின்படி, B-லிருந்து உள்ள தூரத்துக்குத் தகுந்தபடி மாறுகிறது. B-ல் சூன்யம். உத்திர முழுவதும் வ. தி. தி. எதிரிடையாகவே இருக்கும். A-ல் வ. தி. தி. பெருமம். A-ல் பெரும் அளவு $-Wl$ ஆகும்.

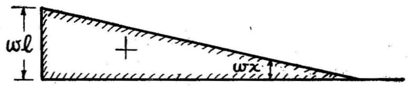
படம் 2-3(b)-ல் வெ. வி. சூன்யக்கோடு அல்லது அடிக் கோட்டுக்கு மேல் நேர் வெட்டு விசை W அளவு வைத்து வரையப் பட்டுள்ளது.

படம் 2-3(c)-ல் சூன்யக்கோட்டுக்குக் கீழே எதிர்வளைவு திருப்புதிறன் வரையப்பட்டுள்ளது.

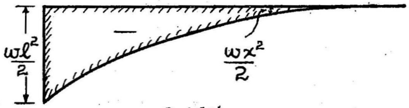
(ii) அலகு நீளத்துக்கு 'w' மதிப்புள்ள, சீரான பரவலாக பளு பிடிமான கவை உத்திர நீள முழுவதும்.



2·4 (a)



2·4 (b)



2·4 (c)

படம் 2-4.

2·4 (a) பிடிமான கவை உத்திரத்தில் சீரான பரவலான பளு,
2·4 (b) வெட்டுவிசை வரைபடம்,
2·4 (c) வளைவு திருப்புதிறன் வரைபடம்,

B-லிருந்து x தூர XX வெட்டு முகத்தில்,

வெட்டு விசை $(V_x) = +wx$

வளைவு திருப்புதிறன் $(M_x) = -(wx)(x/2)$

$$= -\frac{wx^2}{2}$$

ஆகவே, வெ.வி.B-லிருந்து உள்ள தூரத்துக்குத் தகுந்தபடி மாறுகிறது. B-ல் வெ. வி. சூன்யம். A-ல் வெ. வி. wl ஆகும். வெட்டு விசை மாறுபாடு நேர்கோட்டுத் தன்மையது (ஒரு படிச் சமன்பாடு) வ. தி. தி. B-யிலிருந்து, உள்ள தூர வர்க்கத்துக்குத் தக மாறுபடுகிறது.

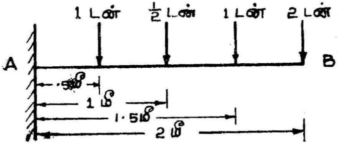
B-ல் வ. தி. தி = சூன்யம்

A-ல் வ. தி. தி = $-wl^2/2$.

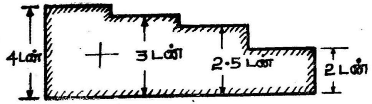
வ. தி. தி. மாறுபாடு பரவளைத்த தன்மையது.

எடுத்துக்காட்டு 2-1.

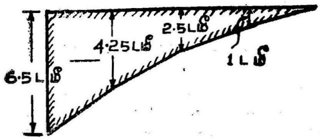
படம் 2-5-ல் காட்டப்பட்டுள்ள பிடிமான கவை உத்திரத்துக்கு வெ. வி., வ. தி. தி. படம் வரைக.



2·5 (a)



2·5 (b)



படம் 2-5.

2-5 (a) பிடிமான கவை உத்திரம்,
2-5 (b) வெட்டு விசை வரைபடம்,
2-5 (c) வளைவுதிருப்புதிறன் வரைபடம்.

வெட்டு விசை [படம் 2-5 (b)]

B-ல் ($x=0$-ல்) வெ. வி 0 = சூன்யம்.

BE பகுதியில் ($0 \leq x \leq 0{\cdot}5$) வெ. வி. = $+2$ டன்

ED பகுதியில் ($0{\cdot}5 \leq x \leq 1$) வெ. வி. = $2+1$
= 3 டன்

DC பகுதியில் ($1 \leq x \leq 1{\cdot}5$) வெ. வி. = $2+1+0{\cdot}5$
= 3.5 டன்

CA பகுதியில் ($1{\cdot}5 \leq x \leq 2$) வெ. வி· = $2+1+0{\cdot}5+0{\cdot}5$
= 4·0 டன்

பெரும வெட்டு விசை A-ல் = 4·0 டன்

வளைவு திருப்புதிறன் [படம் 2-5(c)]

B-ல் ($x=0$-ல்) வ. தி. தி $_0$ = 0

BE பகுதியில் ($0 \leq x \leq 0{\cdot}5$) வ. தி. தி. = $-2x$

$\therefore$ E-ல் $x=0{\cdot}5$-ல் வ. தி. தி. = -1 ட. மீ.

ED பகுதியில் ($0{\cdot}5 \leq x \leq 1$) வ. தி. தி. = $-2x-1\,(x-0.5)$

$\therefore$ D-ல் $x=1$-ல் வ. தி. தி. = $-2{\cdot}5$ ட. மீ.

DC பகுதியில் ($1 \leq x \leq 1.5$) வ.தி.தி. = $-2x-(x-0{\cdot}5)-\frac{1}{2}(x-1)$

$\therefore$ C-ல் $x=1{\cdot}5$-ல் வ. தி. தி. = $-3-1-0{\cdot}25$
= $-4{\cdot}25$ ட. மீ.

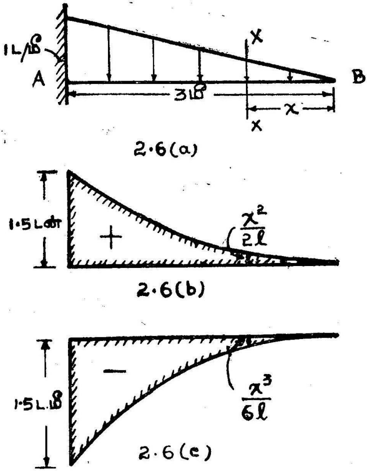
CA பகுதியில் ($1{\cdot}5 \leq x \leq 2$) வ. தி. தி =
$-2x-(x-0{\cdot}5)-\frac{1}{2}(x-1)-1(x-1{\cdot}5)$

$\therefore$ A-ல் $x=2$-ல் வ. தி. தி. = $-4-1{\cdot}5-0{\cdot}5-0{\cdot}5$
= $-6{\cdot}5$ ட. மீ.

பெரும. வ. தி. தி. A-ல் = $-6{\cdot}5$ ட. மீ.

எடுத்துக்காட்டு 2-2.

படம் 2-6-ல் காட்டப்பட்டுள்ள 3 மீட்டர் தாவகல பிடிமான கவை உத்திரம் சீராக மாறும் பரவலான பளு இயக்கத்துக்குட் பட்டுள்ளது. சீ. மா. ப. ப., உத்திரக் கடைசியில் 1 டன்/மீ அழுத்தமும், நிலைத் தாங்கியில் 2 டன்/மீ அழுத்தமும் இருந்தால் உத்திரத்தில் வெ. வி., வ தி. தி. வரைபடங்கள் வரைக.



படம் 2-6.
2-6 (a) தாவகல பிடிமான கவை உத்திரம்,
2-6 (b) வெட்டு விசை வரைபடம்,
2-6 (c) வளைவு திருப்புதிறன் வரைபடம்.

வெ. வி. xx = XX வெட்டுமுகத்துக்கு வலப்பாகமுள்ள மொத்த பளு
= +பளு அழுத்தப்பட்டதின் பரப்பு

$$= + \tfrac{1}{2} \cdot \frac{wx}{l} \cdot x$$

$$= \frac{x^2}{2l}.$$

வெட்டு விசை B-ல் சூன்யம்.

வெட்டு விசை A-ல் பெருமம் ; அளவு $= \frac{3^2}{2 \times 3}$

$= 1{\cdot}5$ டன்.

வ தி. XX ல் $= -\frac{wx}{l} \cdot \frac{x}{2} \cdot \frac{x}{3} = -\frac{wx^3}{6l} = -\frac{x^3}{6l}$

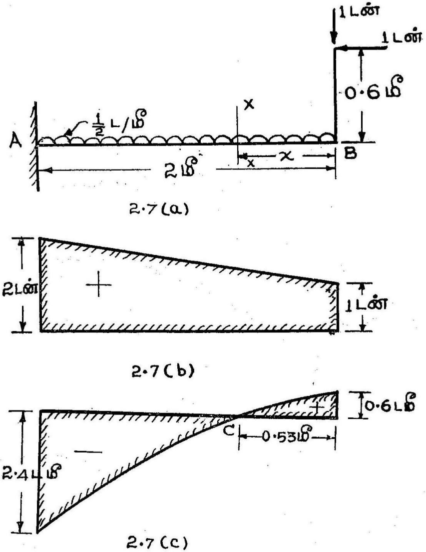
வ.தி.தி. B-ல் சூன்யம்.

வ.தி.தி. A-ல் பெருமம் ; அளவு $= -\frac{3^3}{6 \times 3}$

$= -1{\cdot}5$ ட. மீ.

எடுத்துக்காட்டு 2-3.

படம் 2-7-ல் காட்டப்பட்டுள்ள பிடிமான கவை உத்திரத்துக்கு வெ. வி., வ. தி. தி. வரைபடம் வரைக.



படம் 2-7.
2-7(a) பிடிமான கவை உத்திரம்,
2-7(b) வெட்டு விசை வரைபடம்,
2-7(c) வளைவு திருப்புதிறன் வரைபடம்.

-லிருந்து x தொலையில் XX வெட்டுமுகம் கருதுக.

வெட்டு விசை XX-ல் $= 1 + wx$

$= 1 + 0.5x$ ... (1)

தொகுதி 1-ல் பிரதியிட வெட்டு விசை B-ல் $(x = 0) = 1$ டன்

,, வெட்டு விசை A-ல் $(x = 2) = 2$ டன் (பெருமம்)

வளைவு திருப்புதிறன் XX-ல் $= 0{\cdot}6 - x - \dfrac{wx^2}{2}$ ... (2)

தொகுதி 2-ல் பிரதியிட $= 0{\cdot}6 - x - \dfrac{x^2}{4}$ ... (3)

வ. தி. தி. B-ல் $(x = 0) = +\,0{\cdot}6$ ட.மீ.

பெரும வ. தி. தி. A-ல் $(x = 2) = 0{\cdot}6 - 2 - 1 = -\,2{\cdot}4$ ட மீ.

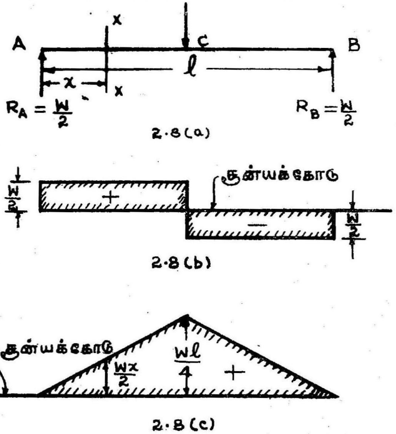
வெட்டு விசை, வ. தி. தி. வரைபடங்கள் படம் 2-7-(b), 2-7-(c)-ல் தரப்பட்டுள்ளன. வளைவு மாறும் புள்ளி C-ன் நிலை கணக்கிட.

வ. தி. தி. $_{XX} = 0$ எனச் சமனிடவும்.

$$\therefore\quad 0{\cdot}6 - x - x^2/4 = 0$$
$$x^2 + 4x - 2{\cdot}4 = 0$$
$$(x + 2)^2 - 6{\cdot}4 = 0$$
$$x = 0{\cdot}53 \text{ மீ.}$$

2.5 இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திரம்

(i) இ. பொ. தா. உத்திரத்தில் மையப் பளு.



படம் 2-8.

2-8(a) இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திரம்,
2-8(b) வெட்டு விசை வரைபடம்,
2-8(c) வளைவு திருப்புதிறன் வரைபடம்.

உத்திரத்தில் மையத்தில் இயங்கும் சமச்சீர் பளு ஆதலால், தாங்கு விசைகள் $R_A = R_B = W/2$ ஆகும்.

வெட்டு விசைக் கோவை (Expression) வ. தி. தி. கோவை AC, CB-க்குள்ளவை ஒன்றுக்கொன்று மாறுபட்டவை ஆதலால், முதலில் AC-ல் ஒரு குறுக்கு வெட்டு எடுத்துக்கொள்வோம். A தாங்கியிலிருந்து X தொலைவில் வெட்டு முகம் XX கருதுக. $(0 \leq x \leq l/2)$

$$\text{வெட்டு விசை } XX \text{ ல்} = + R_A = + W/2$$

$$\text{வளைவு திருப்புதிறன் } XX \text{ ல்} = + R_A \cdot x = + \frac{Wx}{2}$$

வெட்டு விசை (செறிவு பளு ஆதலால்) A-க்கும் C-க்கும் இடையே மாறுபடாது $\frac{W}{2}$ மதிப்புள்ளதாக இருக்கும்; வளைவு திருப்புதிறன் ஒரு படிக்கோவை ஆதலால் A-லிருந்து உள்ள தூரத்துக்குத் தக மாறுபடுகிறது.

வ.தி.தி. Aல் $(x = o)$ . .. சூன்யம்

வ. தி. தி. C-ல் $(x = l/2) = \frac{W}{2} \cdot \frac{l}{2} = \frac{Wl}{4}$ ஆகும். வெட்டு முகம், XX, BC பகுதியில் எடுத்தால்

$$(l/2 \leqslant x \leqslant l)$$

$$\text{வெட்டு விசை } XX = (R_A - W) \text{ அல்லது } - R_B$$
$$= - W/2.$$

$$\text{வளைவு திருப்புதிறன் } XX = R_B (l - x) = \frac{W}{2} (l - x).$$

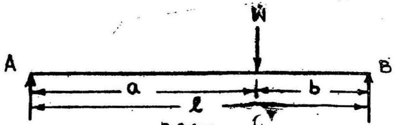
C-க்கும் B-க்கும் இடையே வெ. வி. மாறுபடாது, $-\frac{W}{2}$ மதிப்புள்ளதாக இருக்கும்; வ.தி.தி. B-ல் சூன்யம்; B-லிருந்து தூரத்துக்குத் தகுந்தாற்போல் ஒருபடிக்குரிய விதிப்படி மாறுபாடு பெறுகிறது.

வ.தி.தி C-ல் $\frac{Wl}{4}$ ஆகும்.

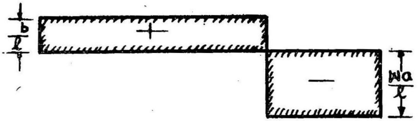
பெரும வளைவு திருப்புத் திறன் (அளவு) $\frac{Wl}{4}$, பளு இயங்குமிடத்தில் கிடைக்கிறது. இவ்விடத்தில் வெட்டு விசை $+ \frac{W}{2}$ யிலிருந்து சூன்யம் ஆகி $- \frac{W}{2}$ ஆக மாறுபடுவதையும் கவனிக்க

வும். படம் 2-8-ல் வெ. வி., வ. தி. தி. வரைபடங்கள் காட்டப் பட்டுள்ளன.

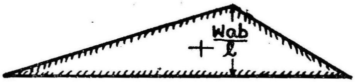
(ii) இ. போ. தா. உத்திரத்தில் மையத்தில் இல்லாத பளு உத்திரத்தில் படம் 2-9-ல் காட்டியுள்ளபடி தாங்கி A-லிருந்து 'a' தூரத்தில் (C-ல் 'W' அளவு தனிச் செறிவு பளு) இயங்குகிறது. தூரம் CB ஐ 'b' எனக் கொள்க.



2.9(a)



உ.9(b)



2.9(c)

படம் 2.9.

2-9 (a) இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திரம்,
2-9 (b) வெட்டு விசை வரைபடம்,
2-9(c) வளைவு திருப்புதிறன் வரைபடம்.

B-ல் வி. பெ. ப. கணக்கிட்டு, சூன்யத்துக்குச் சமனிட

$$R_A.l - W(l - a) = 0$$
$$R_A.l - Wb = 0$$
$$\therefore R_A = Wb/l$$
$$\therefore R_B = W - R_A = Wa/l,$$ ஆகும்.

வெட்டு முகம் XX, பகுதி AC-ல் எடுத்துக் கொள்க.

$$\therefore \quad 0 \leqslant x \leqslant a)$$

$$\text{வெட்டு விசை}_{XX} = R_A$$
$$= Wb/l$$

$$\text{வளைவு திருப்புதிறன் } XX = R_A . x$$
$$= \frac{W\,b\,x}{l}$$

வெட்டு விசை (செறிவு பளு ஆதலால்) A, C-க்கு இடையில் மாறுபாடு இன்றி Wb/l அளவாகவும், வ. தி. தி. ஒரு படிச் சமன் பாடுக்கிணங்க மாறுபாடு அடைந்து A-ல் சூன்யமாகவும், C-ல் Wab/l ஆகவும் இருக்கிறது.

அடுத்து வெட்டு முகம் XX, CB-ல் உள்ளதாகக் கொள்க.

$$\therefore a \leqslant x \leqslant l$$

$$\text{வெட்டு விசை } XX = -R_B = -Wa/l$$

$$\text{வளைவு திருப்புதிறன் } (XX = R_B\, l - x) = \frac{Wa}{l}(l - x)$$

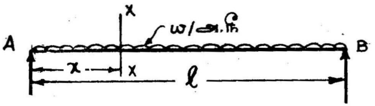
பகுதி AC-ல் கிடைத்தது மாதிரி, BC பகுதியிலும் வெட்டு விசை அளவில் மாறுபாடு இல்லை. ஆனால், அளவு $-\dfrac{Wa}{l}$ உள்ளது. வளைவு தி. தி. BC பகுதியிலும் ஒரு படிச் சமன்பாடுக்கிணங்கவே மாறுபடுகிறது. B-ல் சூன்யமாகவும் C-ல் $Wa\,(l - a)\,/\,l$, அதாவது $W\,a\,b/l$ ஆகவும் இருக்கிறது.

படம் 2-9-ல் வெ. வி., வ. தி. தி. வரைபடங்கள் காட்டப் பட்டுள்ளன. பளு இயங்குமிடத்தில் பெ. வ. தி. தி. $W\,a\,b/l$ கிடைக் கிறது. அவ்விடத்தில் வெ வி. Wb/l-லிருந்து சூன்யமடைந்து $-Wa/l$ ஆகிறது.

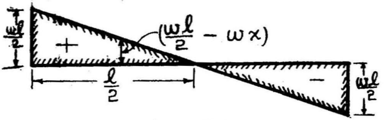
(iii) இ. போ. தா. உத்திரத்தில் w/அலகு நீளச் சீரான பரவலான பளு.

உத்திர அளவு கணக்கீட்டில் அமைபுகளின் எடையில் கிடைக்கும் மாறாப் பளு பெரும்பாலும் உத்திர முழுமைக்கும் சீரான

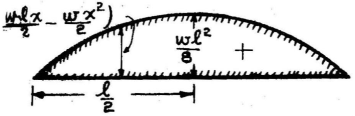
பரவலான பளு அளவே இயங்கும். எனவே, இப் பிரிவில் பெறும் வெ. வி., வ. தி. தி. சூத்திரங்கள் ஞாபகத்தில் வைத்துக் கொள்ள வேண்டியவையாகும்.



2·10(a)



2·10(b)



2·10(c)

படம் 2-10.

2-10(a) இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திரம்,

2-10(b) வெட்டு விசை வரைபடம்,

2-10(c) வளைவு திருப்புதிறன் வரைபடம்.

உத்திரத்தில் பளு உத்திர மையத்துக்கு சமச்சீர் ஆக இயங்குவதால், தாங்கு விசைகள் ஒன்றுக்கொன்று சமம். மொத்தப் பளுவில் பாதி ஒவ்வொரு தாங்கியிலும் இயங்கும்.

$$R_A = R_B = \tfrac{1}{2}(wl)$$
$$= \frac{wl}{2}.$$

தாங்கு A-லிருந்து x தொலைவில் வெட்டுமுகம் XX கருதுக

வெட்டு விசை $_{XX} = R_A - w.x$

$$= \frac{wl}{2} - w.x.$$

$$\text{வளைவு திருப்புதிறன் } XX = R_A.\,x - wx.\frac{x}{2}$$
$$= \frac{wl}{2}.\,x - \frac{wx^2}{2}$$

பெரும வளைவு திரும்புதிறன் நிலை தெரிய, வ.தி.தி XX-ன் வகை யீட்டைச் சூன்யத்துக்குச் சமனிடுக.அதாவது $\frac{wl}{2} - \frac{w}{2}2x = 0$

$\therefore\ x = l/2$ ல் பெரும வ. தி. தி. விளைவுறும்.

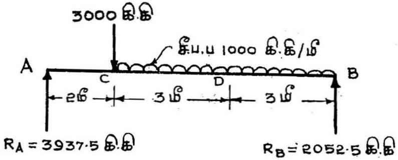
பெரும வ. தி. தி. $= \frac{wl}{2}.\ l/_2 - \frac{w}{2}.\ (l/2)^2 = \frac{wl^2}{8}$

வெட்டு விசை A-ல் $\frac{wl}{2}$யிலிருந்து B-ல் $-\frac{wl}{2}$ ஆக ஒரு படிச் சமன்பாடாக மாறுகிறது. உத்திர மையத்தில் வெட்டு விசை சூன்யம் [படம் 2-10 (b)].

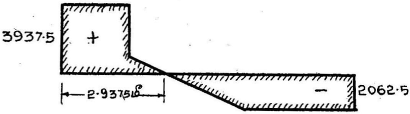
வளைவு திருப்புதிறன் பரவளையத் தன்மையது. பெரும வ. தி. தி. $\frac{wl^2}{8}$, உத்திர மையத்தில் (அதாவது) வெட்டுவிசை சூன்யமாக உள்ள இடத்தில் கிடைக்கிறது.

எடுத்துக்காட்டு 2-4.

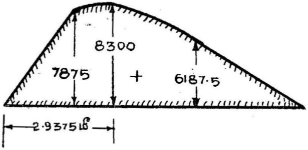
படம் 2-11-ல் காட்டப்பட்டுள்ள இ. போ. தா. உத்திரத்துக்கு வெ. வி ; வ. தி. தி. வரைபடங்கள் வரைக.



2·11 (a)



2·11 (b)



2·11 (c)

படம் 2·11.

2-11 (a) இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திரம்,
2-11 (b) வெட்டு விசை வரைபடம்,
2-11 (c) வளைவு திருப்புதிறன் வரைபடம்
(எண் அளவுகள் கி. கி மீ.).

(விலக்கப் பெருக்கற்பலன் *B*-ல் கணக்கிட) வி.பெ.ப.$_B$ = 0

$$R_A \times 8 - 3000 \times 6 - 1000 \times 3\ (1{\cdot}5 + 3) = 0$$

$$\therefore \quad R_A = \frac{18{,}000 + 13{,}500}{8}$$

$$= 3937{\cdot}5 \text{ கி கி.}$$

$$R_B = 3000+1000\times 3 - 3937\ 5$$
$$= 2062{\cdot}5 \text{ கி கி.}$$

பகுதி **AC** $(0 \leqslant x \leqslant 2)$

வெ.வி.$_{XX}$ $= R_A = 3937{\cdot}5$ கி கி.
வ.தி.தி.$_{XX}$ $= R_A.x$
$= (3937{\cdot}5)\ x$
வ.தி.தி.$C\ (x=2) = 7875$ கி கி. மீ.

பகுதி **CD** $(2 \leqslant x \leqslant 5)$

வெ.வி.$_{XX}$ $= R_A - 3000 - 1000\ (x-2)$
$= 937{\cdot}5 - 1000\ (x-2)$
வெ.வி. C-ல் $(x=2)$ $= 937{\cdot}5$ கி கி.
வெ.வி. D-ல் $(x=5)$ $= 2062{\cdot}5$ கி கி.

வ.தி.தி. $= R_A x - 3000\ (x-2) - \dfrac{1000\ (x-2)^2}{2}$
$= 3937{\cdot}5x - 3000x + 6000 - 500x^2 - 2000 + 2000x$
$= -500x^2 + 2937.5x + 4000$

$x=2$ வ.தி.தி. C-ல் $= 7875$ கி கி மீ.
$x=5$ வ.தி.தி. D-ல் $= -500\ (25) + (2937.5 \times 5) + 4000$
$= -12500 + 14687{\cdot}5 + 4000$
$= 6187{\cdot}5$

CD-ல் வ.தி.தி. பெருமம், பெரும வ.தி.தி. ஏற்படும் வெட்டு முகம் கணக்கிட, $\dfrac{d}{dx}$ (வ.தி.தி) $= 0$

$$\frac{d}{dx}(-500\ x^2 + 2937{\cdot}5x + 4000) = 0$$
$$-1000x + 2937{\cdot}5 = 0$$
$$x = 2{\cdot}9375$$

பெ.வ.தி.தி. $= -500\ (2{\cdot}9375)^2 + 2937{\cdot}5\ (2{\cdot}9375) + 4000$
$= -4300 + 8600 + 4000$
$= 8300$ கி கி மீ.

பெ.வ.தி.தி. வெட்டு விசை சூன்யமாகும் இடத்தில் செயல்படுவதைக் கவனிக்கவும் (படம் 2-11).

பகுதி **DB** $(5 \leqslant x \leqslant 8)$

வெ.வி. $= -R_B = -2062\ 5$

வ.தி.தி. $= 2062{\cdot}5\ (l - x) = 2062{\cdot}5\ (8 - x)$

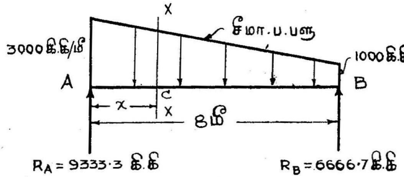
$x = 8$ வ.தி.தி. B-ல் $= 0$

$x = 5$ வ.தி.தி. $= 6187{\cdot}5$ கி கி மீ.

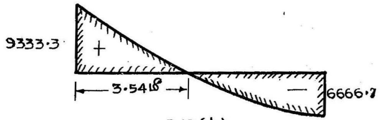
படம் 2-11-ல் வெ.வி., வ.தி.தி. வரையப்பட்டுள்ளன.

எடுத்துக்காட்டு 2-5.

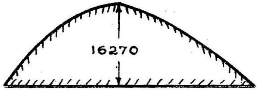
படம் 2-12-ல் காட்டியுள்ளபடி, இடப்பக்கம் 3000 கி கி/மீ அழுத்தத்திலிருந்து சீராக மாறி வலப்பக்கம் 1000 கி கி/மீ அழுத்தமாக இருக்கும். சீ. ம. ப. பளு செயல்படும் 8 மீட்டர் தாவகலம் உள்ள இ. போ. தா. உத்திரத்துக்கு வெ.வி., வ.தி.தி. படம் வரைக.



2·12 (a)



2·12 (b)



2·12 (c)

படம் 2-12.

2·12 (a) இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திரம்,

2.12 (b) வெட்டு விசை படம்,

2·12 (c) வளைவு திருப்புதிறன் வரைபடம்.

வி.பெ.ப. B-ல் கணக்கிட

$$R_A . l - 1000 \times 8 \times 4 - 2000 \times \frac{8}{2} \times \frac{2}{3} \times 8 = 0$$

$$R_A = \frac{32000 + 42666}{8} = 9333 \cdot 3 \text{ கி கி.}$$

$$\therefore \quad R_A = 9333 \cdot 3 \text{ கி கி.}$$

$$R_B = \frac{(3000 + 1000)}{2} \times 8 - 9333 \cdot 3$$

$$= 6666 \cdot 7 \text{ கி கி.}$$

A-லிருந்து x தொலைவில் XX வெட்டுமுகம் கருதுக.

XX-ல் பளு அழுத்தம் $= 1000 + \frac{2000}{8}(8 - x)$

$= 3000 - 250\,x$

வெ.வி. XX-ல் $= R_A$ − AC-ல் மீதுள்ள பளு

$$= 9333 \cdot 3 - \frac{(A\text{-ல் பளு அழுத்தம்} + C\text{ ல் பளு அழுத்தம்})\,x}{2}$$

$$= 9333 \cdot 3 - \frac{(3000 + 3000 - 250x)\,x}{2}$$

$$= 9333 \cdot 3 - 3000\,x - 125x^2$$

வ.தி.தி. XX-ல் $= R_A x (3000 - 250x) \frac{x^2}{2} + 250 \cdot x . \frac{x}{2} . \frac{2}{3} x$

$$= 9333 \cdot 3x - 1500\,x^2 + 41 \cdot 67\,x^3$$

வ.தி.தி. XX-க்கு உள்ள கோவையை வகையீடு செய்யக் கிடைப்பது வெ.வி. XX-க்கு உள்ள கோவையாகும். வெ.வி. கோவையைச் சூன்யத்துக்குச் சமனிட வெ. வி. சூன்யமாகுமிடம் (அதாவது) வ தி.தி. பெருமமடையுமிடம் கிடைக்கும்.

$$125\,x^2 - 3000\,x + 9333 \cdot 3 = 0$$

$$x^2 - 24x + 74 \cdot 67 = 0$$

$$(x - 12)^2 = 69 \cdot 33$$

$$(x - 12) = \pm 8 \cdot 36$$

$$= 12 - 8 \cdot 36 = 3 \cdot 64$$

$x = 3.64$ பிரதியிட, பெ.வ.தி.தி. கிடைக்கும்.

பெ.வ தி.தி. $= (9333 \cdot 3 \times 3 \cdot 64) - (1500 \times 3 \cdot 64^2) + (41 \cdot 67 \times 3 \cdot 64^3)$

$= 33900 - 19600 + 1970$

$= 16270.$

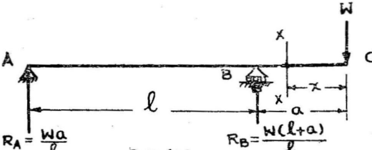
வரைபடம் வரைய, 1 மீட்டர் இடை வெளியில் வெ.வி., வ.தி.தி. கணக்கிட்டு, வரைவது படவடிவம் உண்மையானது பெறலாம்.

கோவை →	வெட்டு விசை $9333{\cdot}3 - 3000\,x + 125\,x^2$	வளைவு திருப்புதிறன் $9333{\cdot}3\,x - 1500x^2 + 41{\cdot}67\,x^3$
$x = 1$	$9333{\cdot}3 - 3000 + 125 = 6458$	$9333.3 - 1500 + 41{\cdot}67 = 5787$
$x = 2$	$9333{\cdot}3 - 6000 + 500 = 3833$	$18667 - 6000 + 333{\cdot}4 = 13000$
$x = 3$	$9333.3 - 9000 + 1125 = 1458$	$28000 - 13500 + 1125 = 15625$
$x = 4$	$9333{\cdot}3 - 12000 + 2000 = 666{\cdot}7$	$37333 - 24000 + 2667 = 16000$
$x = 5$	$9333{\cdot}3 - 15000 + 3125 = 2541{\cdot}7$	$46667 - 37500 + 5208 = 14375$
$x = 6$	$9333{\cdot}3 - 18000 + 4500 = 4166{\cdot}7$	$56000 - 54000 + 9000 = 11000$
$x = 7$	$9333{\cdot}3 - 21000 + 6125 = 5541{\cdot}7$	$65333{\cdot}3 - 73500 + 14292 = 6125$
$x = 8$	$9333{\cdot}3 - 24000 + 8000 = 6666{\cdot}7$	$74667 - 96000 + 29332 = 0$

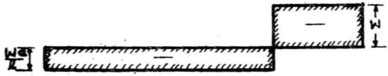
2-6. கவிந்து தாங்கும் உத்திரம் அல்லது புறந்துருத்தி உத்திரம் (Overhanging Beam)—வெ.வி., வ.தி.தி. வரைபடங்கள்.

புறந்துருத்தி உத்திரத்தில் புறந்துருத்தியுள்ள பகுதியில் பளு இருப்பதால் தாங்கிகட்கு இடையிலுள்ள தாவகலத்தில் எதிர் வளைவு திருப்புதிறன் கிடைக்கின்றது. முன் 2-5 பிரிவில் இயற் போக்குத் தாங்கி உத்திரத்தில் இயங்கும் பளு நேர் வளைவு திருப்பு திறன் உண்டாக்குவதைப் படித்தோம். எனவே, புறந்துருத்தியி லுள்ள பளு விளைவால் தாங்கிகட்கு இடையில் உள்ள பகுதியில் நேர் வ.தி.தி. அளவு குறைவாகும். முதலில் ஒரு பக்கம் புறந் துருத்தி உத்திரத்தை எடுத்துக்கொண்டு வ.தி.தி. கணக்கிடு வோம்.

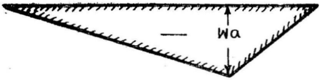
(i) ஒரு பக்க புறந்துருத்தி உத்திரத்தில், புறந்துருத்தி முனையில் பளு B-ல் விலக்கப் பெருக்கற்பலன் கணக்கிட.



2·13 (a)



2·13 (b)



2·13 (c)

படம் 2-13.

2-13(a) புறந்துருத்தி உத்திரம்,

2-13(b) வெட்டு விசை வரைபடம்.

2-13(c) வளைவு திருப்புத்திறன் வரைபடம்.

$$R_A . l + W.a = 0$$

$$R_A = -\frac{Wa}{l}$$

தாங்கி-A ல் தாங்கு விசை கீழ் நோக்கி இயங்கும். அதாவது உத்திரம் வலப் புறந்துருத்தியில் உள்ள எடையின் விளைவால் கவிழ்ந்து விடாதபடி, இடப் பக்கத் தாங்கி கீழ் இழுப்பு தாங்கு விசை தரவேண்டும்.

BC பகுதி

வெட்டு முகம் xx, C-யிலிருந்து x தொலைவில் கருதுக. $(0 \leqslant x \leqslant a)$.

வெட்டு விசை xx-ல் $= W$

வ.தி.தி. xx-ல் $= -W.x.$

வெட்டு விசை BC முழுவதும் அளவு மாறுபாடின்றி, W ஆக இருக்கும். வ.தி.தி. ஒரு படிக் கோவையாக C-லிருந்து உள்ள தூரத்துக்கு ஏற்ப மாறுபடும்.

வ.தி.தி. B-ல் $= -Wa$

BA பகுதி $a \leqslant x \leqslant (l+a)$

வெ.வி. xx $= W - R_B = W - \frac{W(l+a)}{l} = -Wa/l.$

வ.தி.தி. xx $= -W.x + R_B(x-a) = -W.x + W\frac{(l+a)}{l}(x-a)$

BA பகுதி முழுவதிலும்கூட வெட்டு விசை அளவு மாறுபாடின்றி $-\frac{Wa}{l}$ ஆக இருக்கும். வ.தி.தி. ஒரு படிக் கோவையாக இருக்கிறது.

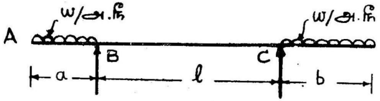
வ.தி.தி. B-ல் $= -Wa$

$x = a$

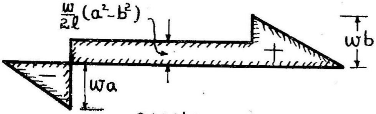
வ.தி.தி. A-ல் $=$ சூன்யம்

$x = l+a$

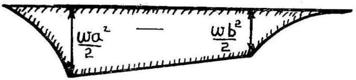
(ii) இரு பக்க புறந்துருத்தி உத்திரத்தில், புறந்துருத்திகளில் சீரான பரவலான பளு.



2·14(a)



2·14(b)



2·14(c)

படம் 2-14.
2-14 (a) இருபக்க புறந்துருத்தி உத்திரம்,
2-14 (b) வெட்டு விசை வரைபடம்,
2-14 (c) வளைவு திருப்புதிறன் வரைபடம்.

வி. பெ. ப. C-ல் கணக்கிட

$$R_B.l - w\,a\left(l + \frac{a}{2}\right) + wb.\frac{b}{2} = 0$$

$$R_B = \frac{1}{l}\left\{wa\left(l + \frac{a}{2}\right) - \frac{wb^2}{2}\right\}$$

$$= wa + \frac{w}{2l}(a^2 - b^2)$$

$$R_C = \text{மொத்த பளு} - R_B$$

$$= w.a + wb - \left\{w\,a + \frac{w}{2l}(a^2 - b^2)\right\}$$

$$= wb - \frac{w}{2l}(a^2 - b^2)$$

$a > b$ எனக் கொள்க.

எனவே, $b > \frac{a^2 - b^2}{2l}$. ஆனால் தாங்கு C-ல் உள்ள தாங்கு விசை R_C மேல் நோக்கி இயங்கும்.

AB-ல் A-லிருந்து x தூரத்தில் வெட்டு முகம் XX எடுக்கவும்.

$$\text{வெ. வி.}_{XX} = -w.x$$

$$\text{வ. தி. தி.}_{XX} = -\frac{w\,x^2}{2}$$

A-ல் வெ. வி. சூன்யம்

B-ல் வெ. வி. $-w.a$

வ. தி. தி. A-ல் சூன்யத்திலிருந்து B-க்கு $-\frac{w.a^2}{2}$ ஆக பரவளையத் தன்மையில் மாறுபடுகிறது.

BC-ல் வெட்டு முகம் B-லிருந்து x தூரத்தில் எடுக்கவும்.

$$\begin{aligned}\text{வெ. வி.}_{XX} &= -w.a + R_B \\ &= -w.a + w.a + \frac{w}{2l}(a^2 - b^2) \\ &= \frac{w}{2l}(a^2 - b^2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{வ. தி. தி.}_{XX} &= -w.a\,(x + a/2) + R_B.x \\ &= -\frac{wa^2}{2} + \frac{w}{2l}(a^2 - b^2)\,x\end{aligned}$$

வெட்டு விசை மாறுதலின்றி $\frac{w}{2l}(a^2 - b^2)$ அளவாகவும், வ.தி.தி. ஒரு படிக் கோவையாக மாறுபாடும் அடையும்.

$$\text{வ. தி. தி. } B\text{-ல் } (x = 0) = -\frac{wa^2}{2}$$

$$\begin{aligned}\text{வ. தி. தி. } C\text{-ல் } (x = 0) &= -\frac{wa^2}{2} + \frac{w}{2l}(a^2 - b^2)\,l \\ &= -\frac{wb^2}{2}\end{aligned}$$

CD-ல் வெட்டு முகம் D-லிருந்து x தூரத்தில் எடுக்க.

$$\text{வெ. வி.}_{XX} = -wx$$

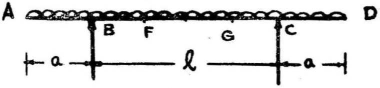
$$\text{வ. தி. தி.}_{XX} = -\frac{wx^2}{2}$$

D-ல் வெட்டு விசை சூன்யத்திலிருந்து, C-ல் $-wb$ ஆக ஒரு படிக் கோவையாக மாறுபடுகிறது.

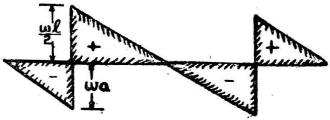
வ.தி.தி. D-ல் சூன்யமாகவும், C-ல் $-\frac{wb^2}{2}$ ஆகவும் பரவளைத் தன்மையில் மாறுபடுகிறது.

படம் 2-13-ல் வரைபடம் காண்பிக்கப்பட்டுள்ளது.

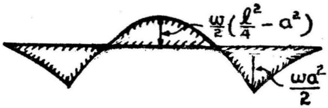
(iii) இரு பக்க சமச்சீரான புறந்துருத்தி உத்திர முழு நீளத் துக்கும் சீ. ப. பளு



2·15(a)



2·15(b)



2·15(c)

படம் 2-15.

2·15 (a) இருபக்க சமச்சீரான புறந்துருத்தி,
2·15 (b) வெட்டு விசை வரைபடம்,
2·15 (c) வளைவு திருப்புதிறன் வரைபடம்.

சமச் சீரான புறந்துருத்தி உத்திரத்தில் பளு, மையத்துக்குச் சமச்சீராக இருப்பதால்

$$R_B = R_C = \tfrac{1}{2} (\text{மொத்தப் பளு})$$
$$= \tfrac{1}{2} w (l+2a)$$

பகுதி AB, CD

முன் [2-5(iii)] எடுத்துக்காட்டில் உள்ளதுபோல் வெ. வி., வளைவு திரு. தி. முறையே நேர்கோட்டுத் தன்மையாகவும் பர வளையத் தன்மையாகவும் இருக்கும்.

வெ. வி. A, D புள்ளிகளில் சூன்யம்.

வெ. வி. B-ல் $-\ wa$

வெ. வி. C-ல் $+\ wa$

வ. தி. தி. A, D புள்ளிகளில் சூன்யம்.

வ. தி. தி. B, C புள்ளிகளில் $\dfrac{-\ wa^2}{2}$ ஆகும்.

பகுதி BC

B-லிருந்து x தூரத்தில் வெட்டு முகம் XX. கருதுக

$$\text{வெ. வி.}_{XX} = R_B - w\,(a + x)$$
$$= \tfrac{1}{2}w\,(l + 2a) - w\,(a + x)$$
$$= \frac{wl}{2} - wx$$

வெ. வி. கோவை, இ. போ. தா. உத்திரத்துக்கு 2-5 (iii)-ல் பெறப் பட்ட வெ. வி. கோவையாகயிருப்பதைக் கவனிக்கவும்.

$$\text{வ. தி. தி.}_{XX} = R_B.\ x - w\,\frac{(a + x)^2}{2}$$
$$= \tfrac{1}{2}\,w\,(l + 2a)\,x - \frac{w\,(a + x)^2}{2}$$
$$= \frac{wl}{2}\,x + wax - \frac{wa^2}{2} - \frac{wx^2}{2} - wax.$$
$$= \left(\frac{wl}{2}\,x - \frac{wx^2}{2}\right) - \frac{wa^2}{2}$$

வ. தி. தி. கோவையை இ. போ. தா. உத்திரத்துக்கு 2-5 (iii)-ல் பெறப்பட்ட வ. தி. தி. கோவையுடன் ஒத்து நோக்கின், வ. தி. தி., புறந்துருத்தி உத்திரத்தில் இ. போ. தா. உத்திரத்தினின்று குறைவாக இருப்பது தெரிய வரும். நேர் பெரும வ. தி. தி., உத்திர மையத்தில் கிடைக்கும் $x = \dfrac{l}{2}$ பிரதியிட வெ. வ. தி. தி.

$\left(\frac{wl^2}{8} - \frac{wa^2}{2}\right)$ ஆகும். BC பகுதியில் தாங்கிக்கு அருகில் உள்ள பகுதிகளில் எதிர் வ. தி. தி. (BF, GC); மையப்பகுதியில் (FG) நேர் வ. தி. தி. கிடைக்கிறது. புள்ளிகள் F, G-க்களில் வளைவுத் தன்மை மாறுபாடு அடைகிறது. இப் புள்ளிகளை எதிர் வளைவுப் புள்ளிகள் (Points of Contra flexure) என்று குறிப்பிடுவர். இப் புள்ளிகள் நேர்வளைவுப் பகுதிக்கும், எதிர்வளைவுப் பகுதிக்கும் பொதுவாக இருக்கிறது. இப் புள்ளியில் நேர் வ. தி. தி. சூன்ய மாகி நேர் வ. தி. தி. ஆகவோ அல்லது எதிர் வ. தி. தி. சூன்ய மாகி நேர் வ. தி. தி. ஆகவோ மாறுபாடு அடைகிறது. இப் புள்ளி களை, அமைப்பு அளவீட்டுக் கணக்கீட்டில் கண்டுபிடிக்க வேண்டியது மிகவும் முக்கியமாகும். இப் புள்ளிகளைக் கணக்கிட BC பகுதிக்குக் கிடைக்கும் வ.தி.தி. கோவையைச் சூன்யத்துக்குச் சமனிட்டுப் பெறலாம்.

அதாவது வ. தி. தி. $_{\text{x}} = 0$

$$\frac{wl}{2}x - \frac{wx^2}{2} - \frac{wa^2}{2} = 0$$

$$x^2 - xl + a^2 = 0$$

$$\left(x - \frac{l}{2}\right)^2 = \left(\frac{l^2 - 4a^2}{4}\right)$$

$$\therefore \quad x = \frac{l}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{(l^2 - 4a^2)}$$

அதாவது புள்ளி F, தாங்கு B-லிருந்து $\frac{l}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{(l^2 - 4a^2)}$ தூரத்திலும்; புள்ளி G, தாங்கு B-லிருந்து $\frac{l}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{(l^2 - \ ^2)}$ தூரத்திலும் பெரும வளைவு திருப்புதிறன் இருக்கின்றன.

படம் 2-15-ல் வெட்டு விசை, வ. தி. தி. வரைபடங்கள் வரையப்பட்டுள்ளன. வ. தி. தி. உத்திரத்தில் எந்த வெட்டு முகத்தில் அதிகம்? எவ்வளவு? எதிர் வ. தி. தி. தாங்கிகள் மீது அதிகம். அதன் அளவு $-\frac{wa^2}{2}$; நேர் வ.தி.தி. உத்திர மையத்தில் அதிகம். அதன் அளவு $\frac{wl^2}{8} - \frac{wa^2}{2}$ ஆகும். உத்திரக் கணக்கீட்டில்

மேற் குறிப்பிட்ட பெரும வளைவு திருப்புதிறனில் எது அதிகமோ, அதற்காகக் கணக்கீடு செய்ய வேண்டும். உத்திர மொத்த நீளமான $(l+2a)$-ல் தாங்கிகள் உள்ள இடத்தை மாற்றிக் கொள்ள அனுமதித்தால், பெரும வளைவு திருப்புதிறன் குறைந்த மதிப்புடையதாக இருக்கத் தாங்கிகள் உத்திர முனையிலிருந்து எவ்வளவு தூரத்தில் இருக்க வேண்டும்?

எதிர் வெட்டு விசையின் அளவு குறையப் புறந்துருத்தியின் அளவு (a) குறைவாக இருக்க வேண்டும். புறந்துருத்தி அளவு குறைந்தால், தாவகலம் அதாவது இடைதொலே (l) கூடி, a-ன் அளவும் குறைவதால் பெரும நேர்வெட்டு விசை அளவு கூடுமல்லவா? எனவே, பெரும வெட்டு விசை குறைவாக இருக்க நேர் பெரும வெட்டு விசையும் எதிர் பெரும வெட்டு விசையும் சமமாக இருக்க வேண்டும்.

சமனிட,

$$\frac{wl^2}{8} - \frac{wa^2}{2} = \frac{wa^2}{2}$$

$$\therefore l^2 = 8a^2$$

$$l = 2\sqrt{2}.a$$

$$\therefore a = \frac{l}{2\sqrt{2}} = 0{\cdot}3535\ l$$

புறந் துருத்தியின் நீளம் தாவகலத்தின் நீளத்தைப்போல் 0·3535 மடங்கு ஆகும். இதையே மொத்த நீளத்தின் மடங்காகக் குறிப்பிட்டால் $= \dfrac{0{\cdot}3535l}{l+2a}$

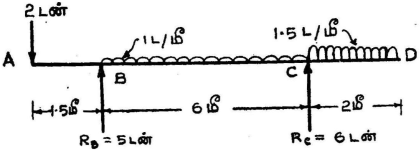
$$= 0{\cdot}3535l/1{\cdot}707l$$

$= 0{\cdot}207$ ஆகும்.

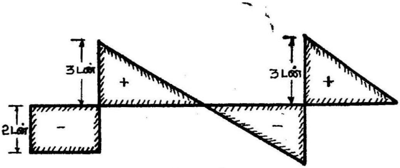
முன் வார்த்த, வலு ஆக்கிய காங்கிரேட்டாலான, வாயில்-பல கணி மேற்கட்டை, உத்திரங்கள் ஆகியவற்றை இயற்போக்கு உத்திரம்போல் இரண்டு இடங்களில் வளையக் கொக்கிகள் மூலமோ, வேறு வகையிலோ தூக்கும் பொழுது உத்திர முனையிலிருந்து உத்திர மொத்த நீளத்தில் 0·207 பாகத்தில் அதாவது சுமாராக ஐந்தில் ஒரு பாகத்தில் தூக்கவேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 2-6.

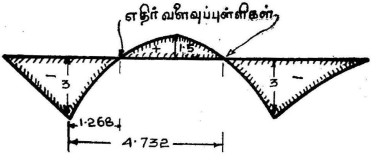
படம் 2-16-ல் காட்டப்பட்டுள்ள புறந்துருத்தி உத்திரத்திற்கு வெ. வி., வ. தி. தி. வரைபடங்கள் வரைக.



2·16 (a)



2·16 (b)



2·16 (c)

படம் 2-16.

2-16 (a) புறந்துருத்தி உத்திரம்,

2-16 (b) வெட்டு விசை வரைபடம்.

2-16 (c) வளைவு திருப்புதிறன் வரைபடம்,

விலக்கப் பெருக்கற்பலன் C-ல் கணக்கிட

$$-(2 \times 7.5) + R_B.6 - 6 \times 1 \times 3 + 2 \times 1.5 \times 1 = 0$$

$$R_B = \frac{1}{6}\left[15 + 18 - 3\right] = \frac{30}{6}$$

$= 5$ டன்

$R_C = 2 + 6 + 3 - 5 = 6$ டன்.

AB பகுதி

வெட்டுமுகம் A-லிருந்து X தூரத்தில் :

வெ. வி. $_{XX} = -2$

வ. தி. தி. $_{XX} = -2x$

வெட்டு விசை AB பகுதி முழுவதும் மாறுபடாது -2 ஆக இருக்கும். வ. தி. தி. A-ல் சூன்யம்; B-ல் -3 ட மீ; மாறுபாடு ஒரு படிக் கோவை தன்மையது.

BC பகுதி

வெட்டு முகம் B-லிருந்து x தூரத்தில்.

வெ. வி. $_{XX} = -2 + 5 - x$

$= 3 - x$

வ தி. தி. $_{XX} = -2(x + 1.5) + 5x - \frac{x^2}{2}$

$= 3x - 3 - \frac{x^2}{2}$

வெ.வி. B-ல் 3 டன்னிலிருந்து ஒரு படிக் கோவைச் சமன்பாடுப்படி மாறி C-ல் -3 டன் ஆகிறது.

வ. தி. தி. B-ல் -3 ட. மீ. விருந்து பர வளையச் சமன்பாட்டின் படி நேர் வளைவுத் திறனுக மாறி, மறுபடி C-ல் -3 டமீ. எதிர் வளைவுத் திறனுக இருக்கிறது.

பெ.வ.தி.தி. $x = 3$ மீ (அதாவது) வெட்டு விசை சூன்யமாகும் வெட்டு முகத்தில் பெறப்படுகிறது.

பெ. வ. தி. தி. $= 3 \times 3 - 3 - \frac{3^2}{2} = 9 - 3 - 4{\cdot}5 = 1{\cdot}5$ ட. மீ. ஆகும்.

எதிர் வளைவுப் புள்ளிகள் காண

$$\text{வ. தி. தி.}_{xx} = 0$$

$$3x - 3 - \frac{x^2}{2} = 0$$

$$x^2 - 6x + 6 = 0$$

$$(x-3)^2 = 3$$

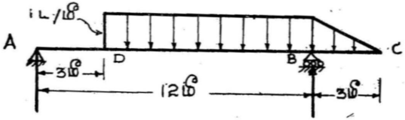
$$x - 3 = \pm 1{\cdot}732$$

$$x = 3 \pm 1\ 732$$

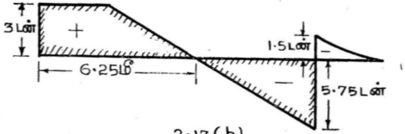
$$= 1{\cdot}268 \text{ அல்லது } 4{\cdot}732$$

எடுத்துக்காட்டு 2-7.

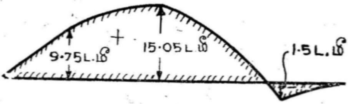
படம் 2-17-ல் காண்பிக்கப்பட்டுள்ள புறந்துருத்தி உத்திரத்துக்கு வெ. வி., வ. தி. தி. படங்கள் வரைக.



2·17 (a)



2·17 (b)



2·17 (c)

படம் 2-17.

2-17 (a) புறந்துருத்தி உத்திரம்,
2-17 (b) வெட்டு விசை வரைபடம்.
2-17 (c) வளைவு திருப்புதிறன் வரைபடம்.

வி பெ. ப. B-ல் கணக்கிட

$$R_A \times 12 - 9 \times 1 \times 4\tfrac{1}{2} + 3 \times \tfrac{1}{2} \times 1 = 0$$

$$R_A = \frac{40{\cdot}5 - 1{\cdot}5}{12}$$

$$= 3{\cdot}25 \text{ டன்}$$

$$R_A + R_B = 9 + 1{\cdot}5$$

$$\therefore \quad R_B = 10{\cdot}5 - 3{\cdot}25$$

$$= 7{\cdot}25 \text{ டன்.}$$

வெட்டு விசை A-ல் = 3.25 டன்

AD-ல் வெ. வி. மாறுது 3.25 டன் அளவுள்ளது.

DB-ல் வெ. வி. மாறுபாடு ஒரு படிக் கோவைக்கேற்ப மாறுபடும்.

வெ. வி. D-ல் = $3{\cdot}25$

வெட்டு முகம் XX, DB பகுதியில், A-லிருந்து x தூரத்தில் கருதுக.

வெ. வி. $_{XX}$ $= 3{\cdot}25 - 1\,(x - 3)$

வெ. வி. B-ல் $= 3{\cdot}25 - 9 = -5{\cdot}75$ டன்.

BC-ல், $(x = 12)$ வெட்டுவிசை மாறுபாடு பரவலேயத் தன்மையது.

வெ. வி. B-ல் $= +1.5$

வெ. வி. C-ல் $= 0$

வ. தி. தி. வெட்டு முகம் A-யிலிருந்து x தூரத்தில்

பகுதி AD வ. தி. தி. $_{XX}$ $= R_A.x$

$= 3{\cdot}25\,x$

வ. தி. தி. $_D$ $= 9{\cdot}75$ ட.மீ.

பகுதி DB வ. தி. தி. $_{XX}$ $= R_A.x - \dfrac{(x-3)^2}{2}$

$= 3{\cdot}25x - \dfrac{(x-3)^2}{2}$

வ. தி. தி. $x = 6{\cdot}25$-ல் பெருமம்

பெ. வ. தி. தி. $= 3{\cdot}25\,x - \dfrac{(6{\cdot}25-3)^2}{2}$

$= 20{\cdot}3 - 5{\cdot}25 = 15{\cdot}05$ ட.மீ.

எதிர் வளைவுப் புள்ளிகள் காண.

வ. தி. தி. $= 0$

$$3{\cdot}25x - \frac{(x-3)^2}{2} = 0 \text{ (அதாவது) } 6{\cdot}50x - x^2 + 6x - 9 = 0$$

$$\therefore \quad x^2 - 12{\cdot}5x + 9 = 0$$

$$(x - 6{\cdot}25)^2 - 39 + 9 = 0$$

$$\therefore \quad x - 6{\cdot}25 = +\sqrt{30} = 5{\cdot}5$$

$$x = 11{\cdot}75$$

பகுதி **BC**

வெட்டு முகம் C-லிருந்து x தூரத்தில் கொள்க.

வ. தி. தி. $= -\dfrac{x}{3}\ \dfrac{x}{2}\ \dfrac{x}{3} = -\dfrac{x^3}{18}$

வ. தி. த. மூன்றும் படிவ பரவளையம்.

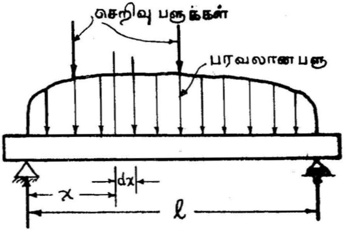
வ. தி. தி. C-ல் சூன்யம்.

வ. தி. தி. B-ல் $-$ **1.5** ட.மீ.

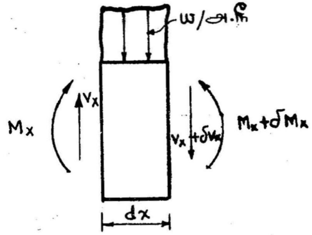
படம் 2-17-ல் வெ. வி., வ. தி. தி. வரைபடம் காண்பிக்கப் பட்டுள்ளன.

2-7. பளுவு வீதம், வெட்டு விசை, வளைவு திருப்புதிறன் இவற்றின் இடையில் உள்ள தொடர்பு — (Relationship between rate of loading shear and B. M.)

முன் பகுதிகளில் பிடிமான கவை உத்திரம், இ. போ. தா உத்திரம், புறந்துருத்தி உத்திரம் ஆகியவற்றிற்கு வரையப் பட்டுள்ள வெ. வி., வ தி தி. படங்களைக், கூர்ந்து கவனித்தால், உத்திரத்திலுள்ள பளு, வெ. வி., வ. தி. தி. இவற்றினிடையே ஒன்றுக்கொன்று குறிப்பிடத்தக்க தொடர்பு இருப்பது புலனுகும் படம் 2-18 (a)-ல் காட்டியுள்ள உத்திரத்தின் இடப் பக்கத் தாங்கி யிலிருந்து x தூரத்தில் வகையீட்டுக்குரிய dx தூரத்தை, தனிமப்படுத்தி, அத்தனிமப் பகுதியில் இயங்கும் வெளி பளுக்குள், உள் விசைகள் ஆகியவற்றினல் அப் பகுதி சம நிலையிலிருப்பதால், பிரிவுக்கூறு 1-4-ல் குறிப்பிட்டுள்ளதுபோல் சமநிலைச் சமன் பாடுகளைப் பயன்படுத்தி பளு, வெ. வி, வ. தி. தி. இவற்றிற் கிடையேயுள்ள சம்பந்தத்தை அறிவோம்.



2·18(a)



2·18 (b)

படம் 2-18.

2-18 (a) உத்திரம்,
2-19 (b) வகையீட்டுக்குரிய உறுப்பில் இயங்கும் வெளிப்பளு.

படம் 2-18-(b)-ல் வகையீட்டுக்குரிய உறுப்பில் இயங்கும் வெளிப் பளு சீ. ப. பளுவாகக் கொள்ளலாம். இடப் பக்கம் உள் விசைகளான வெ. வி. V_X, வ. தி தி. M_X-ம் வலப் பக்கம் வெ. வி. $(V_X + \delta V_X)$, வ. தி. தி. $(M_X + \delta M_X)$ இயங்குகின்றன.

சமநிலைத்தத்துவப்படி

(i) $\Sigma F_Y = 0$

(அதாவது) $V_X - w\delta_X - (V_X + \delta V_X) = 0$

$$\frac{\delta V_X}{\delta_X} = -w \qquad \ldots (1)$$

(ii) $\Sigma M = 0$ வி.பெ.ப. வகையீட்டுக்குரிய உறுப்பின் வலப் பக்கம் எடுக்கப்பட்டுள்ளது.

$$M_X + V_X\,\delta_X - \frac{wd_X^2}{2} - (M_X + \delta M_X) = 0$$

தள்ளக் கூடிய நுண் அளவாகிய $\frac{wd_X^2}{2}$ நீக்க.

$$V_X\,d_X - \delta M_X = 0$$

$$\frac{\delta M_X}{\delta_X} = V_X \qquad \ldots (2)$$

சமன்பாடு (2)-ன் வகையீடு காண

$$\frac{d^2 M_X}{d_X^2} = \frac{d}{d_X}(V_M)$$

$$= -w \qquad \ldots (3)$$

எனவே $\frac{d_M}{d_X} = V$

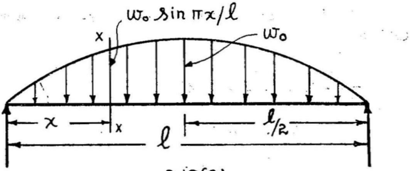
$$\frac{d^2_M}{d_X^2} = \frac{d_V}{d_X} = -w$$

என்ற தொடர்பு பெறப்படுகிறது. ஆகவே வ. தி. தி. சமன் பாட்டின் வகையீடு வெட்டு விசையாகும். அதேபோல வெட்டு விசைச் சமன்பாட்டின் வகையீடு பளு அழுத்தம் ஆகும். எனவே கணக்குகளில் ஒரு வெட்டு முகத்தில் வ. தி. தி சமன்பாடு தெரிந்தால், அடுத்தடுத்த வகையீடு கணக்கீட்டு வெட்டு விசை பளு அழுத்தம் அறியலாம். அதேபோல ஒரு வெட்டு வாயில் பளு அழுத்தச் சமன்பாடு தெரிந்தால், அடுத்தடுத்த தொகையில் மூலம் எல்லை நிபந்தனைகளுக்கேற்பக் கணக்கிட்டு வெட்டுவிசை. வ. தி. தி. அறியலாம்.

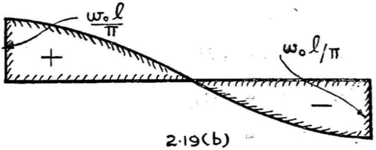
மேற் குறிப்பிட்ட பண்புப்படி உத்திரத்தில் ஒரு வெட்டு முகத்தில் சீரான பரவலான பளு இயங்கினால், அப் பகுதியில் வெட்டு விசை மாற்றம் ஒரு படித் தரத்த தாகும் (பளு அழுத்தக் கோவையைவிட ஒரு படி அதிகம்) வ. தி. தி. மாற்றம் பரவளையத் தன்மையதாகவும் (வெ. வி. கோவையைவிட ஒரு படி அதிகம்) இருக்குமென்பது கூறலாமல்லவா?

எடுத்துக்காட்டு 2-8

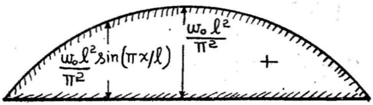
ஓர் இ. போ. தா. உத்திரத்தில் பளு அழுத்தம் இடப் பக்கத் தாங்கியிலிருந்து x தூரத்தில் $= \frac{w_0 \sin \pi x}{l}$ ஆகும். இதில் w_0 பளு அழுத்தம் உத்திர மையத்தில் உள்ளது ஆகும்; l உத்திர இடை தொலை ஆகும். உத்திரத்தின் பெரும வெ. வி., பெரும வ. தி. தி. காண்.



2·19(a)



2·19(b)



2·19(c)

படம் 2-19

2-19 (a) இயற்போக்குத் தாங்கும் உத்திரம்,

2-19 (b) வெட்டு விசை வரைபடம்,

2-19 (c) வளைவு திருப்புதிறன் வரைபடம்.

$$\text{பளு அழுத்தம்} = -w_{XX} = -\frac{d^2_M}{d_X^2} = -w0 \sin\frac{\pi x}{l}$$

$$\text{தொகையிட } \frac{d_M}{d_X} = V_X = +\frac{l}{\pi} w_0 \cos\frac{\pi x}{l} + C_I$$

சமச்சீரான பளு ஆதலால் வெ. வி. உத்திர மையத்தில் சூன்யம்.

$$x = l/2 \text{ பிரதியிட } 0 = 0 + C_I$$

$$\therefore C_I = 0$$

$$\text{அடுத்துத் தொகையிட } M = \int V_X = \frac{l^2}{\pi^2} w_0 \sin\frac{\pi x}{l} + C_0.$$

$$x = 0, \ M = 0$$

$$\text{பிரதியிட } \therefore 0 = 0 + C_2$$

$$\therefore C_2 = 0$$

$$\text{வெ. வி.}_{XX} = l/\pi \, w_0 \cos \pi x/l$$

$$\text{வ. தி. தி.}_{XX} = \frac{l^2}{\pi^2} w_0 \sin\frac{\pi x}{l} \text{ ஆகும்.}$$

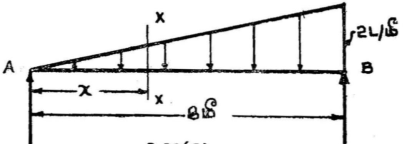
$$\text{பெரும வெ. வி.} = \frac{l}{\pi} w_0 \quad \text{இடத் தாங்கியில் } (x=0)$$

$$= (l/\pi) w_0 \quad \text{வலத் தாங்கியில் } (x=l)$$

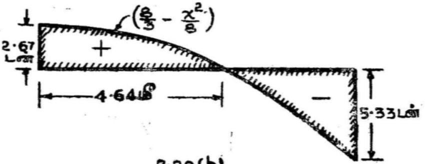
$$\text{பெரும வ. தி. தி.} = \frac{l^2}{\pi 2} \cdot w_0 \quad \text{உத்திர மையத்தில் } (x=l/2.)$$

எடுத்துக்காட்டு 2-9.

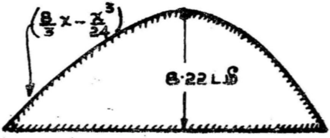
ஓர் இ. போ. தா. உத்திரம் படம் 2-20-ல் காட்டியுள்ள பளுக்களுக்கு உள்ளாகும்போது கிடைக்கும் வெ. வி., வ. தி. தி. படம் வரைக.



௨·20(a)



௨·20(b)



௨·20(c)

படம் 2-20.

2-20(a) இயற்போக்குத் தாங்கும் உத்திரம்,
2-20(b) வெட்டு விசை வரைபடம்,
2-20 (c) வளைவு திருப்புதிறன் வரைபடம்.

வெட்டு முகம் XX-ஐ (A-லிருந்து x தூரத்தில்) கவனிக்க.

பளு அழுத்தம் $= -\frac{wx}{l} \qquad = -\frac{x}{4}$ ட/மீ.

தொகையிட வெ. வி. $_{xx} \qquad = \int \left(-\frac{x}{4}\right) x = -\frac{x^2}{8} + C_1$

மீண்டும் தொகையிட வ. தி. தி. $_{xx} = -\frac{x^3}{24} + C_1 x + C_2$

வ. தி. தி. A-யிலும் ($x = 0$), B-யிலும் ($x = 8$ மீ.) சூன்யம்

$x = 0$ பிரதியிட $\qquad 0 = 0 + 0 + C_2$

$\therefore C_2 = 0$

$x = 8$ பிரதியிட $\qquad 0 = -\frac{8^3}{24} + 8C_1$

$C_1 = 8/3$

வெ. வி. $\qquad = -\frac{x^2}{8} + 8/3$

வெ. வி. A-ல் $\qquad = 8/3$ டன்

வெ. வி. B-ல் $\qquad = -\frac{8^2}{8} + 8/3 = -\frac{16}{3}$ டன்

வ. தி. தி. $_{xx}$ $\qquad$ கோவை $= -\frac{x^3}{24} + \frac{8}{3}x$

$x = 0 \quad A$-ல் வ. தி. தி. $= 0$

$= 8 \quad B$-ல் வ. தி. தி. $= 0$

வெ. வி. சூன்யமாகுமிடத்தில் வ. தி. தி. பெருமம்.

$$-\frac{x^2}{8} + \frac{8}{3} = 0$$

$$x^2 = 64/3$$

$$x = 8/\sqrt{3}$$

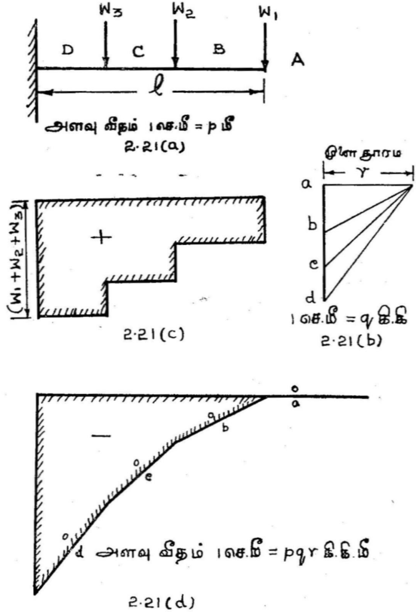
பிரதியிட பெ. வ. தி. தி. $= -\frac{x^3}{24} + \frac{8}{3}x.$

$$= \frac{8}{\sqrt{3}}\left[-\frac{64}{3 \times 24} + \frac{8}{3}\right]$$

$$= \frac{128}{9\sqrt{3}}.$$

2-8. வெ. வி , வ. தி. தி. — வரைபட முறை.

(i) பிடிமான கவை உத்திரம் — செறிவு பளுக்கள்



படம் 2-21.

2-21 (a) பிடிமான கவை உத்திரம், 2-21 (b) விசைப்படம்,
2-21 (c) வெட்டு விசை வரைபடம். 2-21 (d) வ. தி. தி. வரைபடம்.

படம் 2-21 (a)-ல் பிடிமான கவை உத்திரம் சௌகரியமான அளவு வீதத்துக்கு (Scale) வரையப்பட்டுள்ளது. வெ.வி., வ.தி.தி. வரைபடங்கள் வரைய முன் பிரிவுக் கூறு 1-6-ல் சொல்லியுள்ளபடி பௌ குறியீட்டு முறைப்படி இடவெளிகளைப் பெயரிட்டு விசைகளைக் குறிக்கவும்.

அடுத்ததாக விசைப்படம் 2-21-(b) வரைக. விசைப் படம் இட வெளிப்படத் [2-21 (a)]-துக்கு நேர் கீழேயுள்ள இடத்தில் வரையாமல் அவ்விடத்துக்குப் பக்கத்தில் வரையவும். பின் முனை '0' தேர்ந்தெடுத்துக் குறிக்கவும். பிடிமான கவை உத்திரத்தில் ஆதாரமில்லா முனைக்கருகில் உள்ள கடைசி பளுவுக்கு அப்பால் முனைப்பக்கம் அல்லது முனைக்கு வெளியே உள்ள இடைவெளிக்கு *(A)* தொடர்பாக விசைப் படத்தில் உள்ள புள்ளியிலிருந்து *(a)*, *ad*-க்கு வரையப்படும் செங்குத்துக் கோட்டில் விசைப்பட முனை (Pole) – 0 எடுத்துக்கொள்வது வ. தி. தி. வரைபட அடிப்படைக் கோடு உத்திரத்துக்கு இணையாக இருக்க ஏதுவாக இருக்கும்.

o/a, o/b, o/c, o/d என்று தொடர்பான இடைவெளிகளில் பிரிவுக்கூறு 1-7-ல் குறிப்பிட்டதுபோல இழைப் பல்கோணம் வரையவும். *o/a* கோடு *A* இடவெளியைச் சார்ந்தது. *A*-ல் வ. தி. தி. சூன்யம். எனவே *oa*-க்கு இணையாக வரையும் கோடு அடிப்படைக் கோடு அல்லது சூன்யக் கோடு ஆகும். அதை வரைந்து பூர்த்தி செய்யக் கிடைப்பது வ. தி. தி. வரைபடம் ஆகும்.

உத்திர தாங்கலில்லா முனையிலிருந்து *x* தூரத்தில், வ. தி. தி. *W, x* (இவ்வெட்டு முகம் இடவெளி *B*-ல் கருதப்பட்டுள்ளது) வ. தி. தி படத்தில் '*K*' அளவு, நிலைத்தூரம் *W, x* ஐக் குறிக்க வேண்டும். விசைக் கோணத்தில் *aob* முக்கோணமும் 1, 2, 3 முக்கோணமும் வடிவொத்த முக்கோணம்.

எனவே $\dfrac{ab}{ao} = \dfrac{2,3}{2,1}$

$$2,3 = \frac{ab}{ao}(1,2)$$

$$= \frac{W_1}{(\text{விசைப்பட அளவு வீதம்})} \times \frac{1}{\text{முனைத் தூரம்}} \times \frac{x}{\text{இடப்பட அளவு வீதம்}}$$

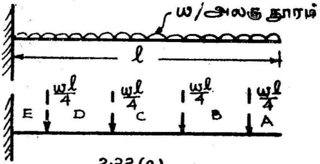
$$\text{எனவே } K = 2,3 = \frac{Wx}{q.r\ p.}$$

இதேமாதிரி மற்ற நிலைத் தூரங்களையும் எடுத்துக்கொண்டு ஒரு குறிப்பிட்ட அளவு என்று நிரூபிக்கலாம். எனவே, வளைவு திருப்புதிறன் அளவு வீதம் '*pqr*' ஆகும்.

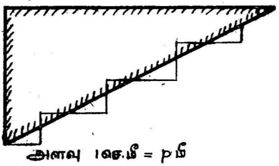
வெட்டு விசைப்படம்

விசைப்படத்திலிருந்து உத்திரத்துக்கு இணையாக புள்ளி *a, b, c, d*-க்களிலிருந்து அந்தந்த இடவெளிகட்கு (அதாவது) *a*-லிருந்து இடவெளி *A*-க்கும் *b*-யிலிருந்து இட வெளி *B*-க்குக் நீட்டிச் சேர்க்க வெட்டு விசைப்படம் கிடைக்கிறது. வெட்டுவிசை சூன்யமான இட வெளியிலிருந்து நீட்டப்படும் கோடு சூன்யக் கோடு அல்லது அடிக்கோடு ஆகும்.

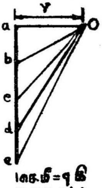
(ii) சீ. ப. ப.



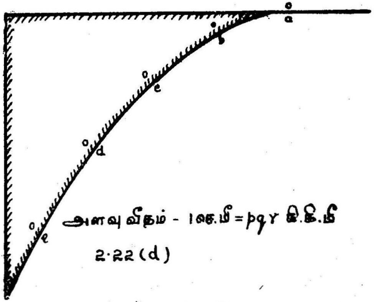
2·22 (a)



2·22 (c)



2·22 (b)



2·22 (d)

படம் 2.22.

2-22 (a) உத்திரம், 2-22 (b) விசைப்படம்.
2-22 (c) வெ.வி. வரைபடம். 2-22 (d) வ.தி.தி. வரைபடம்

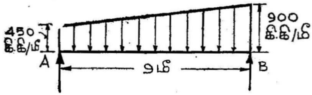
உத்திரத்தில் உள்ள பளுவைச் சௌகரியமான பல பகுதிகளாகப் பிரித்து அப் பகுதிகளின் மையத்தில் தனிச் செறிவு பளுக்கள் இயங்குவதாகக் கொண்டு முன் கூறியபடி வரைய வேண்டும். கிடைப்பது தோராயமான வெ.வி. வ. தி. தி. வரை படங்கள் ஆகும். வெட்டு விசைப்படம் வரைய, பகுதி தொடக்க முடிவுப் புள்ளிகளைக் குறிக்கும் செங்குத்துக் கோடுகள் வரைந்து. வரைந்துள்ள வெ.வி. படத்தில் காட்டியிருப்பதுபோல் சந்திக்கும் புள்ளிகளைச் சேர்க்க வெ. வி. படம் கிடைக்கும். வ. தி. தி. பரவளையத் தன்மையது. இழைப் பல்கோணப் பக்க மையப் புள்ளிகளைத் தொடக்கூடிய பரவளையம் வரைய, தேவையான வ தி.தி. வரைபடம் கிடைக்கும்.

(iii) இ. பொ. தா. உத்திரம்

படம் 2-23(a)-ல் இ. பொ. தா. உத்திர இட வெளிப் படமும் 2-23(b)-ல் விசைப்படமும், 2-23(c)-ல் வெட்டு விசைப்படமும், 2-23(d)-ல் வ.தி.தி. படமும் காண்பிக்கப்பட்டுள்ளன (பக்கம் 73).

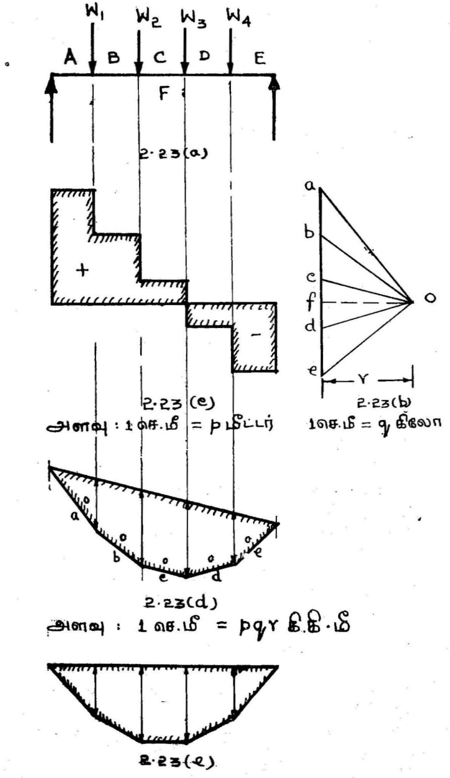
பயிற்சி 2

2-1. படம் (வி) 2-1-ல் காண்பிக்கப்பட்டுள்ள இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திரத்துக்கு வெ.வி., வ.தி.தி. வரைபடங்கள் வரைக. பெரும வ.தி.தி அளவும், ஏற்படும் வெட்டு முக நிலையும் கணக்கிடுக.



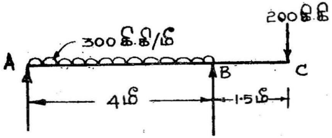
படம் (வி) 2-1.

2-2. வலப் பக்கம் பிடிமான தாங்கியுள்ள பிடிமான கவை உத்திரத்தில் உத்திர நீளம் முழுமைக்கும் 10 டன் சீரான பரவலான பளுவும், ஆதாரமில்லா முனையில் வலஞ்சுழி வளைவு திருப்புதிறன் 4 ட.மீ.-ம் இயங்குகிறது. வெட்டு விசை வளைவு திருப்புதிறன் படங்கள் வரைக. உத்திர இடை தொலை 3 மீட்டர்.


W1 W2 W3 W4
A B C D E
F
2·23(a)
a
b
c
f
d
e
o
r
2·23(b)
1செ.மீ = q கிலோ
+
-
2·23(c)
அளவு : 1 செ.மீ = p மீட்டர்
a b c d e
2·23(d)
அளவு : 1 செ.மீ = pqr கி.கி·மீ
2·23(e)

படம் 2-23.

2-3. வெட்டு விசை, வளைவு திருப்புத் திறன்—ஆகியவற்றை வரையறுக்க. படம் (வி) 2-2-ல் காண்பிக்கப்பட்டுள்ள உத்திரத்துக்கு வெ.வி., வ.தி.தி. வரை படங்கள் வரைக.



படம் (வி) 2-2.

2-4. மொத்த நீளம் '*l*' உள்ள உத்திரம், தாங்கிக்கு இரண்டு பக்கமும் சம அளவு வெளியே நீண்டிருக்கும்படியாக தாங்கிகளில் மீது வைக்கப்பட்டிருக்கிறது. உத்திர முழு நீளத்துக்கும் சீ ப. பளு இயங்குகிறது. பெரும நேர் வ.தி.தி, பெரும எதிர் வ.தி. திறனும் சமமாயிருந்தால், புறந்துருத்தியின் நீளம் எவ்வளவு?

2-5. உத்திரத்தில் எந்தக் குறுக்கு வெட்டிலும் வெ. விசைக்கும் வ. தி. திறனுக்குமுள்ள தொடர்பை வழிமுறையாகப் பெறுக.

வெட்டு விசை வரபடத்தில் உள்ள நிலைத் தூரங்கள் பின் வருமாறு: உத்திர இடது முனையிலிருந்து 2 மீ. தொலை வரை 2 டன்கள், 2 மீட்டரிலிருந்து 3 மீ. தொலை வரை 7 டன்கள் 3 மீட்டர் முதல் 6 மீட்டர் தொலை வரை. 10 டன்கள் 6 மீட்டர் தொலைக்கு அப்பால் 6 டன்கள். மேற் சொல்லப்பட்டுள்ள உத்திர முனை உள்ள தாங்கியிலிருந்து 5 மீ. தொலைவில் வ.தி.தி. கணக்கிடுக.

2-6. 10·5 மீட்டர் நீளமுள்ள உத்திரம் இரு பக்கமும் புறந்துருத்தி 2 மீ. நீளமுள்ளவைகளாக இயற்போக்குத் தாங்கிகள் மீது அமைக்கப்பட்டுள்ளது. இந்த உத்திரத்தின் இடது நுனியில் 5 டன் எடை பளுவும், மையத்தில் 12 டன் எடை பளுவும், வலது நுனியில் 5 டன் எடை பளுவும் இயங்குகின்றன. வரை முறையில், வெட்டுவிசை, வளைவு திருப்புதிறன் படங்கள் வரைந்து, பெரும வெட்டுவிசை, பெரும வளைவு திருப்புதிறன் காண்க.

2-7. 6 மீட்டர் இடைதொலே இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திரம் மீது சீராக மாறும் பரவலான பளு இயங்குகிறது. பளு அழுத்தம் உத்திர இடது நுனியில் மீட்டருக்கு 1 டன் அளவாகவும், வலது நுனியில் மீட்டருக்கு 3 டன் அளவாகவும் இருந்தால், பெரும வெட்டுவிசை, பெரும வளைவு திருப்புதிறன் கணக்கிடுக. வெட்டுவிசை, வளை திருப்புதிறன் மாறுபாட்டைப் படம் மூலம் விளக்குக.

2-8. வினு 2-7-ல் தரப்பட்டுள்ள உத்திரம் அதில் இயங்கும் சீராக மாறும் பரவலான பளுவுடன், எவ்வளவு குறைவான எண் அளவு செறிவு பளு உத்திர மையத்தில் இயங்கும்பொழுது உத்திர மையத்தில் வளைவு திருப்பு திறன் பெருமமாக இருக்கும்? இச் செறிவு பளுவும் இயங்கும்பொழுது, பெரும வெட்டு விசை, பெரும வளைவு திருப்புதிறன் கணக்கிடுக.

2-9. 9 மீட்டர் இடைதொலே இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திரம் AB-ல், வலது பாதியில் மீட்டருக்கு 500 கி கி எடை விகித சீரான பரவலான பளுவும், உத்திர மையத்தில் 1·8 ட மீ இடஞ்சுழி வளைவு திருப்புதிறனும், இடத் தாங்கியிலிருந்து 3 மீ தொலேவில் 2 டன் எடை செறிவு பளுவும் இயங்குகின்றன. வெட்டுவிசை, வளைவு திருப்பு திறன் வரைபடங்கள் குறித்து, முக்கிய அளவுகளும் தருக.

3. தொய்வு

(Deflection)

3-1. தொய்வு

உத்திரம், தூலம், கர்டர் (Girder) போன்ற அமைப்பு உறுப்புகள், கட்டுமானம் (Frame), வளைவுக் கட்டுமானம் (Bent Frame) போன்ற அமைப்புகள் ஆகியவை நீள அச்சுக்குச் செங்குத்தாக இயங்கும் பளுக்களினால் வளைவு திருப்புதிறனுக்கு உட்பட்டு நீள அச்சில் வளைவுற்றுத் தொய்வுறுகின்றன. நீள அச்சிலுள்ள புள்ளிகள், பளு இயக்கத்திற்கு முன்பு இருந்த நிலையிலிருந்து, பளுவின் செயலாக்கத்தால் வளைந்து பிறழ்வுற்றுத் தொய்ந்து உள்ள நிலையில் அச்சுக்குச் செங்குத்துத் திசையில் விலகியிருக்கும் தொலை 'தொய்வு' (Deflection) எனப்படும். அமைப்பில் பளுக்களால், பெறப்படும் தகைவுகள் அனுமதித் தகைவுக்கு அதிகமாகாமலும், அமைப்புச் செலவு அதிகப்படாமலும் அமைப்புகள் கட்டுவதுடன், அமைப்பில் எல்லாப் புள்ளிகளிலும் தொய்வும் அதிகமில்லாமல், குறிப்பிட்ட அளவுக்கு உட்பட்டு இருக்க வேண்டியது அவசியமானதாகும். அமைப்பில் தொய்வு குறிப்பிட்ட அளவுக்கு உட்பட்டிருக்க வேண்டிய காரணம் என்ன? தொய்வு குறிப்பிட்ட அளவுக்கு அதிகப்படுமானால், எதிர்பார்க்கப்படும் விரும்பத் தகாத விளைவுகள் யாவை? தள உத்திரங்களில் தொய்வு ஒரு குறிப்பிட்ட அளவுக்கு மிகுதியானால், பூச்சில் வெடிப்புக் கீறல்கள் ஏற்பட்டு, காண்பவர்கள் மனத்தில் உத்திரம் பாரத்தைத் தாங்காமல் நொடித்துப் போகுமோ என்ற அச்சத்தை உண்டாக்கலாம். பாலங்களின் தொய்வு எல்லை, அதிர்வுகளின் (Vibrations) விளைவுகளையும் மனத்தில் கொண்டு நிர்ணயிக்க வேண்டும். எந்த அமைப்பிலும் வெளிப்படையாகப் புலப்படும் அளவு தொய்வு இருந்தால், அந்த அமைப்பு பளுக்களைத் தாங்கும் திறம் எவ்வளவு பெற்றிருந்தாலும் மக்களால் ஏற்றுக்கொள்ளப்படமாட்டாது. பாலங்களில் புலனாகும் அளவுக்குத் தொய்வு மிகுந்து இருந்தால், ஊர்திகளை ஓட்டிச்

செல்லத் தயங்குவார்கள். எனவே, பாலங்களைக் கட்டும்பொழுது, சாலை மைய உயர்ச்சி (Camber) கொடுத்துக் கட்ட வேண்டும். சாலை மைய உயர்ச்சி அளவு எவ்வளவு இருந்தால் பாலம் தொய்வு மிகுதியில்லாத் தோற்றம் தரும் என்பது கணக்கிட வேண்டு மல்லவா? அமைப்பு உறுப்புகளை முன்னதாக அமைத்து, உரிய இடங்களில் பொருத்தும்போதும் (Erection) தொய்வு அதிகமாக இருக்கக் கூடாது. மேலே குறிப்பிட்டுள்ளவற்றிலிருந்து தொய்வு கணக்கிடும் முறை அமைப்பியல் பொறி இயலருக்கு நன்கு தெரிந்திருக்க வேண்டியதன் அவசியம் புலனாகும்

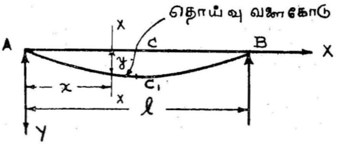
அமைப்புகளைப் பகுப்பாய்வு செய்யும் முறையைக் கொண்டு கீழ்க்குறிப்பிட்டுள்ள இருபெரும் கூறுகளாகப் பிரிக்கலாம் அவையாவன:

(i) நிலையியல்படி தீர்வு காணக்கூடிய அமைப்பு
(Statically Determinate Structure)

(ii) நிலையியல்படி தீர்வு தேரப் பெறாத அமைப்பு
(Statically In-determinate Structure)
அல்லது நிலையியலிலும் மீறிய அமைப்பு
(அதாவது) அதி நிலையியல் அமைப்பு
(Hyper—Static Structure)

நிலையியல்படி தீர்வு காணக்கூடிய அமைப்புகள் இயற்போக்கு தாங்கு உத்திரம், பிடிமான கவை உத்திரம், புறந்துருத்தி உத்திரம் போன்ற அமைப்புகள் ஆகும். சமநிலைச் சமன்பாடுகளான $\Sigma F_x = 0$, $\Sigma F_Y = 0$, $\Sigma M = 0$ என்பனவற்றைக் கொண்டு, இந்த அமைப்புகளில் தாங்கு விசைகள், உள்விசைகள் கணக்கிடலாம். இரண்டாவது கூறப்பட்டுள்ள நிலையியல்படி தீர்வு தேறப் பெறாத அமைப்புகளுள் நிலைத்தாங்கி உத்திரம் (Fixed Beam), தொடர் உத்திரம் (Continuous Beam) போன்ற அமைப்புகள் அடங்கும். சமநிலைச் சமன்பாடுகளால் மட்டும் இந்த அமைப்புகளில் தாங்கு விசைகள் உள்விசைகள் கணக்குச் செய்ய முடியாது. சமநிலைச் சமன்பாடுகளுடன், அமைப்பு பளு தாக்கப்படும்பொழுது மாறுபடும் வடிவைக்கொண்டு மேற்கொண்டு தேவையான அதிகப்படியான சமன்பாடுகள் அமைத்துத் தாங்கு விசைகள், உள் விசைகள் கணக்கிட வேண்டும். அமைப்பு மாறுபடும் வடிவம் தெரிந்திட, தொய்வு கணக்கிடும் முறை அவசியம்.

3-2. தொய்வு—வளைவு, திருப்புதிறன் ஆகியவற்றிற்கு உள்ள தொடர்பு



படம் 3-1.

தொய்வு வளைகோடு

படம் 3-1-ல் ஓர் இயற்போக்கு தாங்கு உத்திரத்தின் நீள அச்சுக் கோடு, பளு இயக்கத்திற்கு முன்பு இருந்ததும் (*ACB*), பளு இயக்க. விளைவால் வளைந்து தொய்வுற்ற பின் இருப்பதும் (*AC, B*) காண்பிக்கப்பட்டுள்ளது. படத்தில் *AC, B* பன்மடங்கு மிகைப்படுத்திக் காண்பிக்கப்பட்டிருக்கிறது. *AC, B* நெகிழ்ச்சி வளைவு கோடு (Elastic Curve) அல்லது தொய்வு வளைகோடு (Deflection Curve) எனப்படும். ஒரு புள்ளி *ACB*-ல் இருந்த நிலைக்கும், தொய்வுற்ற பின் *AC B*-ல் இருக்கின்ற நிலைக்கும் உள்ள தொலை 'தொய்வு' எனப்படும் பெரும்பாலும் தொய்வு தொலை நிலைக்குத்துத் திசையில் கணக்கிடப்படும். இதை 'நிலைக் குத்துத் தொய்வு' (Vertical deflection) அல்லது சாதாரணமாகத் "தொய்வு" (Deflection) என்று குறிப்பிடுகிறோம்.

தொய்வு வளைகோட்டுக்கு வரையப்படும் தொடுகோட்டுக்கும், கிடைக் கோட்டுக்கும் இடையே உள்ள கோணம் (*ACB* கிடைத் தளத்தில் இருந்தால்) சாய்வு (Slope) ஆகும். வளைவு (Curvature) என்பது வெட்டு முகத்தில் தொய்வு வளைகோடு எந்த வட்டத்தின் பகுதியாக இருக்குமோ, அவ்வட்ட ஆர எதிர் கூற்றளவு ஆகும்.

தொய்வு, வளைவு இவ்ற்றிற்கு இடையே வகை நுண் கணிதத்தில் (Differential Calculus) வழிமுறையாகப் பெறப்பட்டி

ருக்கின்ற கீழே குறிக்கப்பட்டுள்ள தொடர்பை (Relationship) தற்கோளாகக் கொள்ளலாம்.

$$\frac{d^2y/dx^2}{[\,1 + (dy/dx)^2\,]^{3}/_{2}} = \rho. \tag{1}$$

மேலே குறிப்பிட்டுள்ள சமன்பாடு (1)-ல்

y குறிப்பது தொய்வு

ρ ,, வளைவு (அதாவது) $1/_{R}$.

தொய்வு வளைகோட்டுக்குச் சமன்பாடு $y=f\ (X)$ என்று கொண்டால், அதன் வகையீடு (dy/dx) சாய்வு ஆகும். அதற்கு அடுத்த வகையீடு (d^2y/dx^2) மேலே குறிப்பிட்டுள்ளபடி வளைவுடன் (Curvature) தொடர்பு பெற்றுள்ளது.

வளைவுக்கும், வளைவு திருப்புதிறனுக்கும் இடையே உள்ள தொடர்பு "செயல்முறை இயக்க இயலில்" (Applied Mechanics) நாம் அறிந்ததே. அதாவது

$$\rho \text{ அல்லது } \frac{1}{R} = \frac{M}{EI} \quad \dots \quad (2)$$

சமன்பாடு (2)-ல்

M குறிப்பது வளைவு திருப்புதிறன்

E ,, யங்கின் மீள்சக்திக் குணகம்

I ,, சடத்துவத் திருப்புதிறன் ஆகும்.

மேலே குறிப்பிடப்பட்டுள்ள சமன்பாடுகள் (1), (2)-லிருந்து

$$\rho = \frac{1}{R} = \frac{M}{EI} = \frac{d^2y/d_x^2}{[\,1+(dy/d_x)^2\,]^{3/2}}. \quad \dots \quad (3)$$

என்ற 3 ஆவது சமன்பாடு பெறலாம். சமன்பாடு (3)-ல் மிகவும் நுண்ணிய அளவு ஆன (dy/d_x)-ன் வர்க்கம் மிக மிக நுண்ணிய அளவு ஆகும். அதனைத் தள்ள. கீழே குறிப்பிட்டுள்ள 4ஆம் சமன்பாடு பெறலாம்.

$$\rho = \frac{1}{R} = \frac{M}{EI} = \frac{d^2y}{d_x^2} \quad \dots \quad (4)$$

சமன்பாடு (4)-லிருந்து பெறப்படும் $El\ d^2y/dx^2 = M$ என்பது தொய்வு-வளைவு திருப்புதிறன் வகையீட்டுச் சமன்பாடு ஆகும்.

இதை இயூலார் பெர்னேலி சமன்பாடு (Euler Bernoulli Equation) என்று கூறுவர்.

3-3. தொய்வு-வளைவு திருப்புதிறன் வகையீட்டுச் சமன்பாடு—குறியீடு.

முன் பிரிவுக்கூறு 3-2-ல் சொல்லப்பட்டிருக்கும் $EI\ d^2y/dx^2 = M$ என்ற வகையீட்டுச் சமன்பாட்டின் குறியீடு அச் சமன் பாட்டின் தொகுதிகளான வளைவு திருப்புதிறன், தொய்வு ஆகியவற்றிற்கு எடுத்துக்கொள்ளப்படும் குறியீட்டு முறைக்கு இசைவாக அமையும்.

வளைவு திருப்புதிறன் குறியீடு முறை முன் அத்தியாயம் பிரிவுக்கூறு 2-3-ல் குறிப்பிட்டிருக்கிறபடி, தொய்வு வளை கோட்டின் அடிப்பாகம் குவிந்தும் (அடிப்பாகத்தில் இழுப்புவிசை), மேல் பாகம் கவிந்தும் (மேல் பாகத்தில் அமுக்கு விசை) இருந்தால், நேர் வளைவு திருப்புதிறன் ஆகும். படம் 3-1-ல் காட்டப்பட்டிருக்கும் உத்திரம் நேர் வளைவு திருப்புதிறனுக்கு உட்பட்டிருக்கிறது.

$y = F(X)$ என்ற சமன்பாட்டில், உள்ள x-ன் குறியீடு, சமன் பாட்டின் ஆதிப் (Origin) புள்ளியைப் பொறுத்து இடமிருந்து வலமோ, வலமிருந்து இடமோ நேர் அளவாகக் கொள்ளப்படும். y-ன் குறியீடு (அதாவது) தொய்வு குறியீடு, ஆதிப் புள்ளிக்குக் கீழே நேர் தொய்வு ஆகவும், ஆதிப்புள்ளிக்கு மேலே உள்ள அளவுகள் எதிர் தொய்வு ஆகவும் கொள்ளப்படும்.

படம் 3-1-ல் A புள்ளியை ஆதியாகக் கொள்வோம். A-லிருந்து வலப்பக்கப் புள்ளிகளின் X ஆயம் நேர்; A மட்டத் துக்கும் கீழ் மட்டத்தில் உள்ள புள்ளிகளின் y ஆயம் நேர். AC, பகுதியைக் கருத்திற்கொண்டு பார்க்கும்பொழுது, A-லிருந்து வலப்பக்கப் புள்ளிகளின் X ஆயமும் y ஆயமும் கூடிக்கொண்டே போகின்றன. எனவே y-ன் வகையீடு (அதாவது) சாய்வு (dy/d_x), AC பகுதியில் நேர் சாய்வு ஆகும். புள்ளி A-ல் சாய்வு அதிகம். வலப்பக்கம் சாய்வு குறைந்துகொண்டே போகிறது. அதாவது A-லிருந்து வலப்பக்கப் புள்ளிகளின் X ஆயம் கூடிக்கொண்டு செல்ல, சாய்வின் அளவு குறைந்துகொண்டே போகின்றது. எனவே, சாய்வின் (dy/dx) வகையீடான, d^2y/dx^2-ம் வளைவும் எதிர் குறியீட்டைப் பெற்றுள்ளன. அதாவது நேர் வளைவு திருப்பு திறனைப் பெற்ற தொய்வு வளைகோட்டின் இரண்டாவது வகையீடு

எதிர் குறியீடு ஆக இருக்கின்றது. $EI\ d^2y/dx^2 = M$ என்ற வகையீட்டுச் சமன்பாட்டுக்குக் குறியீடு சரிசமன் செய்ய,

$EI\ d^2y/dx^2 = -M$ என்று பெறப்படும். இச் சமன்பாட்டைத் தொகையிடச் சாய்வும், மறுபடியும் தொகையிடத் தொய்வும் இருமாறித் தொகையிடல் (Double Integration) முறையில் பெறலாம்.

3-4. இருமாறித் தொகையிடல் முறை

வளைவு (ρ) அதாவது $\frac{1}{R} = \frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M}{EI}$ என்பது வகைநுண் சுணிதத்திற்குரிய முறையில் பெறப்படுகிறதல்லவா? இவ் வகையீடு சமன்பாட்டைத் தொகையிட சாய்வுக்குள்ள சமன்பாடும், அடுத்து சாய்வுக்குப் பெறப்பட்ட வகையீடு சமன்பாட்டைத் தொகையிட தொய்வுக்குள்ள சமன்பாடும் கிடைக்கும். மேலே குறிப்பிட்டுள்ள தொகையீடுகளில், தொகையீட்டு நிலையெண் (Constant of Integration) கணக்கிட உத்திரங்களில் சாய்வு, தொய்வு இவற்றின் அளவுகள் தெரிய வேண்டும். எடுத்துக் காட்டாகப் பிடிமான கவை உத்திரங்களில் நிலைத்தாங்கியில் தொய்வு சூன்யம்; சாய்வும் சூன்யம்; எனவே, இருமாறித் தொகையீட்டில் தெரிந்திட வேண்டிய தொகையீட்டு நிலை யெண்கள் இரண்டையும் கண்டுபிடிக்கலாம். அதேபோன்று இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திரத்தில் இரண்டு தாங்குகளிலும் தொய்வு சூன்யம் என்பதனின்று இரண்டு நிலையெண்களையும் கணக்கிடலாம். மேலும், இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திரத்தில் சமச் சீர் பளு உத்திர முழுமையும் இயங்கினால் (சடத்துவத் திருப்பு திறனும் மாறுபடாது ஒரே எண்ணாக உத்திர முழுமையும் இருந்தால்) உத்திர மையத்தில் சாய்வு சூன்யம். இருமாறித் தொகையிடல் முறையில் சில நியமமான வகை மாதிரி உத்திரங் களில் தொய்வு, சாய்வு கணக்கிடுவோம்.

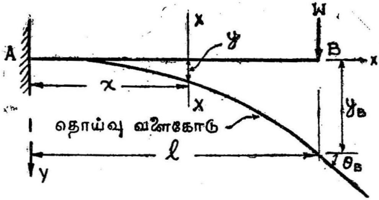
(i) பிடிமான கவை உத்திர நுனியில் செறிவு பளு: உத்திர நுனியில் செறிவு பளு "W" இயங்கும் பிடிமான கவை உத்திரத்தில் சாய்வு, தொய்வுக்குள்ள சமன்பாடுகள் கண்டு, பெருமச் சாய்வு, பெருமத் தொய்வு அளவுகள் கணக்கிடுவோம். படம் 3-2-ல் காட்டப்பட்டிருக்கிறபடி 'x' தூரத்தில் வெட்டுமுகம் XX எடுத்துக்கொள்க.

M_{xx} (வ. தி. தி.$_{xx}$) $= - W(l - x)$

வகையீட்டுச் சமன்பாடு $EI \frac{d^2y}{d_x^2} = - M_{xx}$

$$= - [-W(l - x)]$$

$$= W(l - x)$$



படம் 8-2.

பிடிமான கவை உத்திர நுனியில் செறிவு பளு

தொகையிட $EI\, dy/d_x = - \frac{W(l-x)^2}{2} + C_1$

தொகையீட்டு நிலையெண் C_1 கணக்கிட

$x = 0 \qquad dy/d_x = 0$

பிரதியிட $\qquad 0 = - \frac{Wl^2}{2} + C_1$

$$\therefore \; C_1 = \frac{Wl^2}{2}$$

எனவே சாய்வுக்குச் சமன்பாடு

$$dy/d_x = \frac{1}{EI} \left\{ - \frac{W(l_1 - x)^2}{2} + \frac{Wl^2}{2} \right\}$$

சாய்வுச் சமன்பாட்டைத் தொகையிட

$$EIy = \frac{W(l-x)^3}{6} + \frac{Wl^2x}{2} + C_2$$

இரண்டாவது தொகையீட்டு நிலையெண் C_2 கணக்கிட

$x = 0 \quad y = 0$ பிரதியிட

$$0 = \frac{Wl^3}{6} + C_2$$

$$\therefore C_2 = -\frac{Wl^3}{6}$$

$$\text{தொய்வுச் சமன்பாடு } y = \frac{1}{EI}\left[\frac{W(l-x)^3}{6} + \frac{Wl^2x}{2} - \frac{Wl^3}{6}\right]$$

தொய்வுச் சமன்பாட்டில் $x = 0$ முதல் $x = l$ வரை உள்ள வெட்டுமுகங்களின் x மதிப்பைப் பிரதியிட்டுத் தொய்வு வளைவு கோடு (வளைகோடு) வரையலாம். தொய்வு பிடிமான கவை உத்திரத்தின் நிலைத்தாங்கியில் சூன்யம்; ஆதாரமில்லா முனையான நுனியை நோக்கி அதிகரித்துக்கொண்டே போகின்றது. ஆதாரமில்லா முனையில் தொய்வு பெரும அளவை அடைகிறது. இதே போன்று சாய்வும் நிலைத்தாங்கியில் சூன்யமாகவும், ஆதாரமில்லா முனையை நோக்கி அதிகரித்துக்கொண்டே போய், முனையில் பெரும அளவாகவும் இருக்கின்றது.

சாய்வுச் சமன்பாட்டில், ஆதாரமில்லா முனையின் x ஆயமான 'l' பிரதியிட பெரும சாய்வு கிடைக்கும்.

$$\text{பெரும சாய்வு} = \frac{1}{EI}\left[-\frac{W(l-l)^2}{2} + \frac{Wl^2}{2}\right]$$

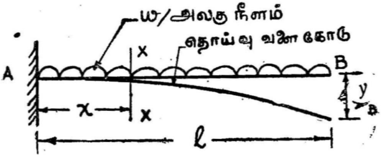
$$= Wl^2/2\ EI$$

தொய்வுச் சமன்பாட்டில், $x = l$ பிரதியிட பெரும தொய்வு

$$= \frac{1}{EI}\left[\frac{W(l-l)^3}{6} + \frac{Wl^2}{2}\cdot l - \frac{Wl^3}{6}\right]$$

$$= \frac{Wl^3}{3\ EI}$$

(ii) பிடிமான கவை உத்திரம் முழுமையும் சீரான பரவலான பளு.



படம் 3-3.

அலகு நீளத்துக்கு 'w' எண் மதிப்பு உள்ள சீரான பரவலான பளு, உத்திரம் முழு நீளத்திலும் செயல்படும் பிடிமான கவை உத்திரம் படம் 3-3-ல் காட்டப்பட்டிருக்கிறது. சாய்வு, தொய்வு சமன்பாடுகளும் பெரும அளவுகளும் கணக்கிடுவோம். இம் மாதிரியிலும் வகை மாதிரி உத்திரம் (1)-ல் கணக்கிட்டதுபோலவே வகைமாதிரி குறுக்கு வெட்டில் வ. தி. தி. (M_x) கணக்கிட்டு, வகையீட்டுச் சமன்பாடு அமைத்து, தொகையீடு அடுத்தடுத்துச் செய்து சாய்வு, தொய்வு சமன்பாடு பெறப்படுகிறது.

$$M_{XX} \text{ (வ. தி. தி}_{xx}) = -\frac{w(l-x)^2}{2}$$

வகையீட்டுச் சமன்பாடு : $$EI\frac{d^2y}{d_x^2} = -M_{xx}$$

$$= \frac{w(l-x)^2}{2}$$

தொகையிட $$EI\, dy/d_x = \frac{-w\,(l-x)^3}{6} + C_1$$

$x = 0$-ல் சாய்வு (dy/dx) சூன்யம்

பிரதியிட $$0 = -\frac{wl^3}{6} + C_1$$

$$\therefore \quad C_1 = \frac{wl^3}{6}$$

C_1-ன் மதிப்பு பிரதியிட

$$EI\, dy/dx = -\frac{w\,(l-x)^3}{6} + \frac{wl^3}{6}$$

தொகையிட $$EI\, y = +\frac{w\,(l-x)^4}{24} + \frac{wl^3}{6}x + C_2$$

$x = 0$-ல் தொய்வு சூன்யம். x, y இவற்றின் மதிப்பு பிரதியிட

$$0 = \frac{wl^4}{24} + 0 + C_2$$

$$\therefore \quad C_2 = -\frac{wl^4}{24}$$

C_2 மதிப்பு பிரதியிட

$$EI\, y = \frac{w\,(l-x)^4}{24} + \frac{wl^3x}{6} - \frac{wl^4}{24}$$

பெரும சாய்வு, பெரும தொய்வு பெற்றிட $x = l$ பிரதியிடுக.

$$\text{பெரும சாய்வு} \quad \frac{1}{EI}\left\{\frac{-w\,(l-l)^3}{6} + \frac{wl^3}{6}\right\}$$

$$= \frac{w_1 l^3}{6\ EI}$$

$$\text{பெரும தொய்வு} = \frac{1}{EI}\left\{\frac{w\,(l-l)^4}{24} + \frac{wl^3}{6}\cdot l - \frac{wl^4}{24}\right\}$$

$$= \frac{wl^4}{8\ EI}.$$

(iii) (a) பிடிமான கவை உத்திரத்தில் நிலைத்தாங்கியிலிருந்து l_1 தொலைவில் பளு ($l_1 < l$).

படம் 3-4-ல் காட்டப்பட்டிருக்கிறபடி 'W' எண் மதிப்பு செறிவு பளு C புள்ளியில் பிடிமான கவையிலிருந்து l_1 தொலைவில் இயங்குகிறது. உத்திரத்தை பகுதி AC, பகுதி CB என்ற இரண்டு பகுதிகளாகக் கருதுவோம். AC பகுதியில் சாய்வு, தொய்வு வகைமாதிரி உத்திரம் 3-4 (i)-ல் கணக்கிட்டுள்ளதிலிருந்து பெறலாம். AC பகுதி நீளம் l_1 ஆதலால், உத்திர வகைமாதிரி 3-4 (i)-ல் $l = l_1$ எனப் பிரதியிட்டு, C-ல் சாய்வு, தொய்வு ஆகியவற்றின் எண் மதிப்புகள் பெறலாம்.

எனவே C-ல் சாய்வு $= Wl_1^2/2\ EI.$

C-ல் தொய்வு $= Wl_1^3/3\ EI.$

CB பகுதியில் வ. தி. தி. சூன்யம். உத்திரம் இப் பகுதியில் வளைவதில்லை. C-ல் உள்ள சாய்வுக்கேற்ப CB நேர்கோடாகச்

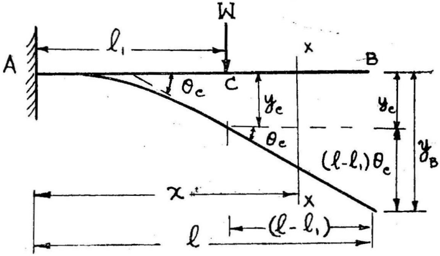
சாய்கிறது. எனவே CB பகுதியில் சாய்வு எண் மதிப்பு, எல்லா வெட்டுமுகங்களிலும் ஒரே அளவாக மாறுபடாது இருக்கும். தொய்வு C-ல் உள்ள தொய்வுடன் CB சாய்வதால் ஏற்படும் தொய்வைக் கூட்டிப் பெறலாம்.

தொய்வு சமன்பாடு CB பகுதி $(l_1 \leqslant x \leqslant l_1)$

$$y_{XX} = y_C + \theta_C\,(x - l_1)$$

$$= \frac{Wl_1^3}{3\,EI} + \frac{Wl_1^2}{2\,EI}(x - l_1)$$

பெரும தொய்வு $y_B = \dfrac{Wl_1^3}{3\,EI} + \dfrac{Wl_1^2}{2\,EI}(l - l_1)$



படம் 3-4.

மேலே பெறப்பட்டிருப்பதை CB பகுதிக்கு வகையீட்டுச் சமன்பாடு எழுதியும் கீழே குறிப்பிட்டுள்ளபடி பெறலாம்.

$$EI\frac{d^2y}{dx2} = -M_{xx} \quad (l_1 \leqslant x \leqslant l)$$

$$= 0$$

$$EI\,dy/dx = C_1$$

$$x = l\text{-ல்}\ dy/dx = \frac{Wl_1^2}{2\,EI}$$

பிரதியிட $C_1 = Wl_1^2/2$

$$\therefore \quad EI\, dy/dx = \frac{Wl_1^2}{2}$$

$$EI\, y = \frac{Wl_1^2 x}{2} + C_2$$

$x = l_1$-ல் $y = Wl_1^3/3\, EI$

பிரதியிட $C_2 = -Wl_1^3/6$

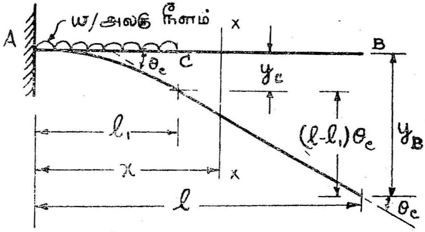
$$\therefore \quad EI\, y = \frac{Wl_1^2 x}{2} - \frac{Wl_1^3}{6}$$

$$EI\, y_{x=l} = \frac{Wl_1^2 l}{2} - \frac{Wl_1^3}{6}$$

$$= \frac{Wl_1^3}{3} + \frac{Wl_1^2}{2} l - \frac{Wl_1^3}{2}$$

$$y_B = \frac{1}{EI}\left[\frac{Wl_1^3}{3} + \frac{Wl_1^2}{2}(l - l_1)\right]$$

(iii)(*b*) பிடிமான கவை உத்திரத்தில் நிலைத்தாங்கியில் இருந்து 'l', தொலைவரை சீரான பரவலான பளு.



படம் 3-5.

படம் 3-5-ல் காட்டப்பட்டுள்ளதுபோல் C புள்ளி வரை 'l', தொலைவுக்கு சீ. ப. ப. w இயங்குகிறது. AC பகுதி உத்திரம்

3-4 (ii)-ல் குறிப்பிட்டுள்ள வகையானது. எனவே சமன்பாடுகளில் $l = l_1$ பிரதியிட

$$C\text{-ல் சாய்வு} = wl_1^3/6\ EI$$

$$C\text{-ல் தொய்வு} = wl_1^4/8\ EI$$

என்பவை பெறலாம்.

CB பகுதியில் வளைவு திருப்புதிறன் சூன்யம். ஆகவே சாய்வு CB-ல் மாறுபடாது, $wl_1^3/6\ EI$ அளவாகவே இருக்கும்.

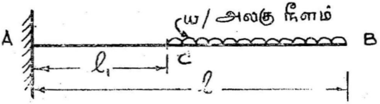
$$\text{தொய்வு } XX\text{-ல்} = (C\text{-ல் தொய்வு}) + (C\text{-ன் சாய்வு})\ (x - l_1)$$

$$= \frac{wl_1 4}{8\ EI} + \frac{wl_1 3}{6\ EI}(x - l_1)$$

பெரும தொய்வு B-ல்

$$(x = l_X) = \frac{wl_1 4}{8\ EI} + \frac{wl_1 3}{6\ EI}(l - l_1)$$

(c) பிடிமான கவை உத்திரத்தில் நிலைத்தாங்கியிலிருந்து l_1 தொலைக்கு அப்பால் சீரான பரவலான பளு.



படம் 3-6.

படம் 3-6-ல் காட்டியுள்ளபடி CB பகுதிமீது சீ. ப. பளு இயங்குகிறது. பெரும சாய்வு, பெரும தொய்வு உத்திர நுனியில் (அதாவது) B-ல் ஏற்படும். பெரும சாய்வு, பெரும தொய்வு அளவுகள் கணக்கிட 3-4 (ii)-ல் குறிப்பிட்டுள்ள பளுவால் பெறும் பெரும சாய்வு, பெரும தொய்வு அளவுகளிலிருந்து 3-4 (iii) (b)-ல் குறிப்பிட்டுள்ள பளுவால் பெறப்படும் பெரும சாய்வு, பெரும தொய்வு அளவுகளைக் கழிக்க வேண்டும்.

$$\text{பெரும சாய்வு} = \frac{wl^3}{6\ EI} - \frac{wl_1^3}{6\ EI}$$

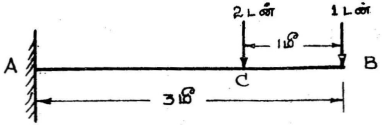
$$= \frac{w}{6\ EI}(l^3 - l_1^3)$$

$$\text{பெரும தொய்வு} = \frac{wl^4}{8\ EI} - \left[\frac{wl_1^4}{8\ EI} + \frac{wl_1^3(l-l_1)}{6\ EI}\right]$$

$$= \frac{w}{8\ EI}(l^4 - l_1^4) - \frac{wl_1^3}{6\ EI}(l - l_1)$$

எடுத்துக்காட்டு 3-1.

மூன்று மீட்டர் நீளமுள்ள ஒரு பிடிமான கவை உத்திரத்தில், படம் 3-7-ல் காட்டியிருப்பது மாதிரி, உத்திர நுனியில் 1 டன் பளுவும், அதிலிருந்து 1 மீட்டர் தூரத்தில் 2 டன் பளுவும் இயங்கினுல், உத்திரத்தில் ஏற்படும் பெரும சாய்வு, பெரும தொய்வு காண்க. சடத்துவத் திருப்புதிறன் $I = 5500$ செ. மீ^{4} $E = 2000$ ட/செ. மீ^{2}.



படம் 3-7.

உத்திரத்தில் பெரும சாய்வு, பெரும தொய்வு உத்திர நுனியில் ஏற்படும்.

முதலில், C-ல் இயங்கும் 2 டன் பளுவின் விளைவுகள் கணக்கிடுவோம்.

$$C\text{-ல் சாய்வு } (\theta_C) = \frac{W_C l_1^2}{2\ EI}$$

$$= \frac{2 \times 2^2}{2\ EI} = \frac{4}{EI}$$

$$B\text{-ல் சாய்வு } (\theta_B) = \theta_C = \frac{4}{EI}$$

$$C\text{-ல் தொய்வு } (\delta_C) = \frac{W_C l_1^3}{3\ EI}$$

$$= \frac{2 \times 2^3}{3\ EI} = \frac{16}{3\ EI}$$

$$B\text{-ல் தொய்வு } = \delta_C + \theta_C (l - l_1)$$

$$= \frac{16}{3\ EI} + \frac{4}{EI}(3-2)$$

$$= \frac{28}{3\ EI}$$

B-ல் இயங்கும் 1 டன் பளுவின் விளைவுகள் :

$$B\text{-ல் சாய்வு } = W_B l^2 / 2EI$$

$$= \frac{1 \times 3^2}{2\ EI} = \frac{9}{2\ EI}$$

$$B\text{-ல் தொய்வு } = W_B l^3 / 3\ EI$$

$$= 1 \times 3^3 / 3EI$$

$$= 9/EI$$

இரண்டு பளுக்களின் கூட்டு விளைவு :

$$\text{பெரும சாய்வு } (B\text{-ல்}) = \frac{4}{EI} + \frac{9}{2\ EI}$$

$$= \frac{17}{2\ EI}$$

$$\text{பெரும தொய்வு } (B\text{-ல்}) = \frac{28}{3\ EI} + \frac{9}{EI}$$

$$= \frac{55}{3\ EI}$$

E, I இவற்றின் மதிப்புப் பிரதியிட

$$\text{பெரும சாய்வு } = \frac{17 \times 10^4}{2 \times 2000 \times 5500}$$

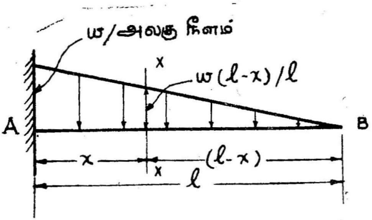
$$= 0{\cdot}0077$$

$$\text{பெரும தொய்வு } = \frac{55}{3} \times \frac{10^6}{2000 \times 5500}$$

$$= 1{\cdot}67 \text{ செ.மீ.}$$

எடுத்துக்காட்டு 3-2.

ஒரு பிடிமான கவை உத்திரத்தில், உத்திர நுனியில் அழுத்தம் சூன்ய அளவிலிருந்து, நிலைத்தாங்கியில் அழுத்தம் அலகு நீளத்துக்கு 'w' ஆக சீராக மாறும் பரவலான பளு இயங்கினால், சாய்வு, தொய்வு இவற்றிற்கான சமன்பாடுகள் அமைக்க. இச் சமன்பாடுகளைப் பயன்படுத்திப் பெரும சாய்வு, பெரும தொய்வு காண்.



படம் 3-8.

$$\text{வ. தி. தி. }_{xx}\text{-ல் } (M_{xx}) = -w\frac{(l-x)}{l}\,\frac{(l-x)}{2}\,\frac{1}{3}(l-x)$$

$$= -w\frac{(l-x)^3}{6l}$$

$$EI\,d^2y/dx^2 = -M_{xx}$$

$$= w\,(l-x)^3/6l$$

$$\text{தொகையிட, } EI\,dy/dx = -w\,(l-x)^4/24l + C_1$$

$$x = 0,\ dy/dx = 0 \text{ எனப் பிரதியிட } C_1 = \frac{Wl^3}{24}$$

$$\therefore\ EI\,dy/dx = -\frac{w\,(l-x)^4}{24\,l} + \frac{wl^3}{24}$$

$$\text{தொகையிட, } EI\,y = \frac{w\,(l-x)^5}{120\,l} + \frac{wl^3x}{24} + C_2$$

$$x = 0,\ y = 0 \text{ என பிரதியிட } C^2 = -\frac{wl^4}{120}$$

$$\therefore \quad EI\,y = \frac{w\,(l-x)^5}{120\,l} + \frac{wl^3x}{24} - \frac{wl^4}{120}$$

சாய்வுச் சமன்பாடு $dy/dx = \frac{1}{EI}\left[-\frac{w\,(l-x)^4}{24\,l} + \frac{wl^3}{24}\right]$

தொய்வுச் சமன்பாடு $y = \frac{1}{EI}\left[\frac{w\,(l-x)^5}{120l} + \frac{wl^3x}{24} - \frac{wl^4}{120}\right]$

பெரும சாய்வு ($x = l$ பிரதியிட) $= \frac{1}{EI}\left[\frac{-w}{24}\,(l-)^4 + \frac{wl^3}{24}\right]$

$$= wl^3/24\,EI$$

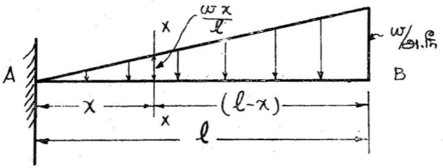
பெரும தொய்வு ($x = l$ பிரதியிட)

$$= \frac{1}{EI}\left[\frac{w(l-l)^5}{120\,l} + \frac{wl^3l}{24} - \frac{wl^4}{120}\right]$$

$$= \frac{wl^4}{30\,EI}$$

எடுத்துக்காட்டு 3-3.

ஒரு பிடிமான கவை உத்திரத்தில், நிலைத்தாங்கியில் பளு அழுத்தம் சூன்ய அளவிலிருந்து, உத்திர நுனியில் அழுத்தம் அலகு நீளத்துக்கு 'w' ஆகச் சீராக மாறும் பரவலான பளு இயங்கினால், உத்திரத்தில் சாய்வு, தொய்வு இவற்றிற்கான சமன்பாடுகள் அமைக்க. அவற்றின் மூலம் பெரும சாய்வு, பெரும தொய்வு காண்.



படம் 3-9.

உத்திரத்தின் பளு இயக்க விளைவு வகைமாதிரி 3-4 (ii)-ல் தரப்பட்டிருக்கும் உத்திரம் முழுவதும் சீரான பரவலான பளு

இயக்க விளைவிலிருந்து எடுத்துக்காட்டு 3-2-ல் எடுத்துக்கொள்ளப் பட்டுள்ள சீராக மாறும் பரவலான பளுவின் விளைவைக் கழிக்கப் பெறப்படும்.

$$EI\, dy/dx = -\frac{w\,(l-x)^3}{6} + \frac{wl^3}{6} - \left[-\frac{w\,(l-x)^4}{24\, l} + \frac{wl^3}{24} \right]$$

$$= -\frac{w\,(l-x)^3}{6} + \frac{w\,(l-x)^4}{24\, l} + \frac{wl^3}{8}$$

$$EI\, y = \frac{w\,(l-x)^4}{24} + \frac{wl^3x}{6} - \frac{wl^4}{24} - \left[\frac{w\,(l-x)^5}{120\, l} + \frac{wl^3x}{24} - \frac{wl^4}{120} \right]$$

$$= \frac{w\,(l-x)^4}{120\, l}\,(4\, l+x) + \frac{wl^3x}{8} - \frac{wl^4}{30}$$

பெரும சாய்வு (B-ல்) $x = l$ பிரதியிட

$$= \frac{1}{EI}\left[-\frac{w\,(l-l)^3}{6} + \frac{w\,(l-l)^4}{24} + \frac{wl^3}{8} \right]$$

$$= \frac{wl^3}{8\,EI}$$

(B-ல்) பெரும தொய்வு ($x = l$ பிரதியிட)

$$= \frac{1}{EI}\left[\frac{w\,(l-l)^4}{120\, l}\,(4\, l+l) + \frac{wl^3\cdot l}{8} - \frac{wl^4}{30} \right]$$

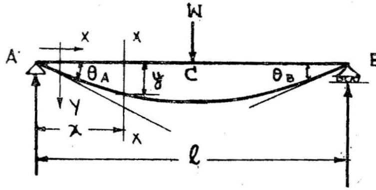
$$= \frac{11\, wl^4}{120\, EI}$$

3-5. இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திரம்—சாய்வு, தொய்வு சமன் பாடுகள்

இப் பிரிவுக் கூறில் இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திரத்தில் வகை மாதிரிகளாகச் சமச்சீர் பளுக்கள், சமச்சீர் அற்ற பளுக்கள் இயங்கு வதாகக் கொண்டு, சாய்வு, தொய்வுக்கான சமன்பாடுகள்

அமைத்துப் பெரும சாய்வு, பெரும தொய்வு கணக்கிடப் பட்டுள்ளது.

(i) இயற்போக்கு த்தாங்கு உத்திரத்தில் மைய செறிவு பளு.



படம் 3-10.

படம் 3-10-ல் காட்டப்பட்டுள்ள இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திரத்தில் AC பகுதியில் வகைமாதிரி வெட்டுமுகத்தின் வ.தி.தி. சமன்பாடு, BC பகுதியில் உள்ள வகைமாதிரி வெட்டுமுகத்தில் வ. தி. தி. சமன்பாட்டிலிருந்து மாறுபட்டுள்ளது; ஆகவே சாய்வு, தொய்வுச் சமன்பாடுகளும் AC பகுதி வகைமாதிரி வெட்டுமுகத் துக்குப் பெறப்படுவனவற்றிலிருந்து BC பகுதி வகைமாதிரி வெட்டு முகத்துக்குப் பெறப்படுபவை மாறுபட்டிருக்கும். முதலில் AC பகுதியில் சமன்பாடுகள் அமைப்போம்.

வகை மாதிரி வெட்டுமுகம் XX, தாங்கு A-லிருந்து x தூரத் தில் எடுத்துக்கொள்க. $(0 \leqslant x \leqslant l/2)$.

$$\text{வ.தி.தி. } xx\ (M_{XX}) = \frac{W}{2}x$$

$$\therefore\ EI\, d^2y/d\,X^2 = -M_{xx} = -\frac{W}{2}.\ x.$$

$$\text{தொகையிட } EI\, dy/dx = \frac{-W}{2}\cdot\frac{x^2}{2} + C_1$$

சமச்சீரான பளு இயங்குவதால், சாய்வின் அளவு உத்திர மையத்தில் $x = l/2$ சூன்யம். எனவே $x = l/2$ பிரதியிட

$$0 = \frac{-W}{4}(l/2)^2 + C_1$$

$$C_1 = -Wl^2/16.$$

$$\text{ஆகவே } EI\, dy/dx = \frac{-W}{4}x^2 + \frac{Wl^2}{16}$$

$$\text{மறுமுறை தொகையிட, } EI\, y = -\frac{W}{4}\frac{x^3}{3} + \frac{Wl^2}{16} + C_2$$

$x = 0$-ல் தொய்வு $(y) = 0$. மதிப்புகள் பிரதியிட

$$0 = \frac{-W}{12}(0)^3 + \frac{Wl^2(0)}{16} + C_2$$

$$C_2 = 0$$

$$\text{ஆகவே } EI\, y = -\frac{Wx^3}{12} + \frac{Wl^2x}{16}.$$

சமச்சீர் பளு இயங்குவதால் CB-ன் தொய்வு வளைகோடு, C புள்ளியில் வைத்து பெறப்படும் AC பகுதியின் ஆடி பிம்பமாகும். எனவே CB பகுதிக்குக் கணக்கிட வேண்டுமென்பதில்லை. AC பகுதிக்குள்ள சமன்பாடுகளிலிருந்து, தொய்வு கணக்கிட வேண்டிய புள்ளிக்குச் சமமான AC-ல் உள்ள புள்ளிக்குத் தொய்வு கணக்கிட்டு, வேண்டிய தொய்வு எண் அளவு பெறலாம்.

பெரும சாய்வு, சாய்வுக் கோவையின் வகையீடு ஆகிய வளைவு திருப்புதிறன் அளவு சூன்யம் ஆகும் வெட்டுமுகங்களில் பெறப்படும்; பெரும தொய்வும், அதேபோன்று, தொய்வுக் கோவையின் வகையீடு ஆகிய சாய்வுக் கோவையின் அளவு சூன்யம் ஆகும் வெட்டுமுகங்களில் பெறப்படும்.

தாங்குகளில் வ. தி. தி. சூன்யம். எனவே $x = 0$ பிரதியிட்டு, பெரும சாய்வு அளவு எண் பெறலாம்.

$$\text{(அதாவது) பெருமசாய்வு} = \frac{1}{EI}\left\{-\frac{W}{4}(0)^2 + \frac{Wl^2}{16}\right\}$$

$$= Wl^2/16\,EI.$$

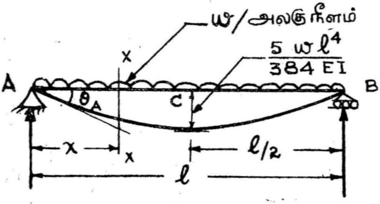
இதேபோன்று வலப்பக்கத் தாங்கியில் பெரும எதிர் சா $Wl^2/16\ EI$ பெறலாம்.

பெரும தொய்வு, சாய்வு சூன்ய அளவு பெறும் உத்திர மை வெட்டுமுகத்தில் $(x = l/2)$ பெறப்படும்.

$$\text{பெரும தொய்வு} = \frac{1}{EI}\left\{-\frac{W\left(\frac{l}{2}\right)^3}{12} + \frac{Wl^2}{16}\cdot\frac{l}{2}\right\}$$

$$= \frac{Wl^3}{48\ EI}$$

(ii) இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திரம் முழு நீளத்துக்கும் சீரான பரவலான பளு.



படம் 3-11.

வகைமுக வெட்டுமுகம் xx, A-லிருந்து x தொலைவில் எடுத்துக்கொள்க. $(0 < x \leqslant l)$

$$\text{வ. தி. தி. } xx\ (Mxx) = \frac{wl}{2}x - \frac{wx^2}{2}$$

வகையீட்டுச் சமன்பாடு $EI\ d^2y/dx^2$

$$= Mxx$$

$$= \frac{-wl}{2}x + \frac{wx^2}{2}$$

தொகையிட $EI\, dy/dx = -\frac{wl\, x^2}{4} + \frac{wx^3}{6} + C_1$

உத்திரமையத்தில் $(x = l/2)$, சாய்வு (dy/dx) சூன்யம். பிரதியிட

$$0 = -\frac{wl}{4}(l/2)^2 + \frac{w}{6}\left(\frac{l}{2}\right)^3 + C_1$$

$$\therefore \quad C_1 = wl^3/24.$$

சாய்வு சமன்பாடு $EI\, dy/dx = -\frac{wlx^2}{4} + \frac{wx^3}{6} + \frac{wl^3}{24}$

மறுபடி தொகையிட $EI\, y = -\frac{wl\, x^3}{12} + \frac{wx^4}{24} + \frac{wl^3}{24}x + C^2$

$x = 0,\ y = 0$ பிரதியிட $C_2 = 0.$

ஆகவே. தொய்வுச் சமன்பாடு

$$EI\, y = -\frac{wlx^3}{12} + \frac{wx^4}{24} + \frac{wl^3x}{24}$$

சாய்வு சூன்ய அளவுள்ள உத்திர மைய வெட்டுமுகத்தில் (அதாவது) $x = l/2$-ல் தொய்வு (y), பெருமம்.

$$\text{பெரும தொய்வு} = \frac{1}{EI}\left\{-\frac{wl}{12}\left(\frac{l}{2}\right)^3 + \frac{w}{24}\left(\frac{l}{2}\right)^4 + \frac{wl^3}{24}\left(\frac{l}{2}\right)\right\}$$

$$= \frac{5}{384}\ \frac{wl^4}{EI}$$

பெரும சாய்வு இடத் தாங்கியிலும், பெரும எதிர் சாய்வு வலத் தாங்கியிலும் முறையே $x = 0$, $x = l$ என்ற எண் மதிப்புகளைச் சாய்வுச் சமன்பாட்டில் பிரதியிட்டுப் பெறப்படும்.

$$\text{பெரும சாய்வு} = \frac{1}{EI}\left\{-\frac{wl}{4}(0)^2 + \frac{w}{6}(0)^3 + \frac{wl^3}{24}\right\}$$

$$= wl^3/24\, EI$$

$$\text{பெரும எதிர் சாய்வு} = \frac{1}{EI}\left\{-\frac{wl}{4}(l)^2 + \frac{w}{6}(l)^3 + \frac{wl^9}{24}\right\}$$

$$= -\frac{wl^3}{24\, EI}$$

(iii) இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திரத்தில் மையத்தினின்றும் ஒதுங்கிய செறிவு பளு — மெகாலே முறை (Macaulay-Method)

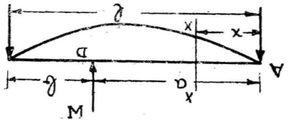
உத்திரத்தில் செறிவு பளு இயங்குமிடங்களில் வளைவு திருப்புத் திறன் கோவை மாறுபடுகிறது. அதேபோன்று சீரான பரவலான பளு உத்திர முழுமையும் இயங்காமல் ஒரு பகுதியிலே இயங்கினாலும், உத்திரம் செறிவு வளைவு திருப்பு திறனுக்கு உட்பட்டிருந்தாலும், வ. தி. தி. கோவை உத்திரத்தில் பகுதிக்குப் பகுதி மாறுபடும்.

சாய்வு, தொய்வு இவற்றிற்கான சமன்பாடுகள் இருமாறித் தொகையிடல் முறையில் அமைத்திட, தொகையீட்டு நிலையெண்கள் இரண்டு கணக்கிட உத்திர தாங்கு வகை, மற்றும் பளுக்களின் சீர் நிலை ஆகியவற்றைப் பொறுத்துச் சாய்வு, தொய்வு —இவற்றின் தெரிந்த அளவுகளைப் பயன்படுத்தினோம். சமச்சீரில்லாத பளுக்கள் இயங்கும் இயறபோக்குத் தாங்கு உத்திரத்தில், தாங்குகளில் தொய்வு அளவு சூன்யம் என்பது தெரியும். ஆகவே இரண்டு இடங்களில் மட்டுமே, தெரிநத தொய்வின் எண் அளவைக்கொண்டு, எல்லாப் பகுதிச் சமன்பாடுகட்கும் அவ்வப் பகுதிகளுக்குரிய நிலையெண்கள், இரண்டையும் கணக்கிடுவது எவ்வாறு? அடுத்து அடுத்து உள்ள பகுதிகளின் இணைப்புப் புள்ளிமூலம் அடுத்து அடுத்து உள்ள பகுதிகளுக்குரிய நிலையெண்களுக்கிடையே உள்ள தொடர்பை நிறுவி, எல்லாப் பகுதிகளுக்கும் உரிய நிலையெண்களின் அளவைக் கணக்கிட முடியும். ஆனால், இது சிக்கல் மிகுந்த முறையாகும். மெகாலே முறையில் சில விதிமுறைகளை மேற்கொண்டு தொகையீட்டு நிலையெண்கள் கணக்கிடுமுறை எளிதாக்கப்பட்டுள்ளது. இம் முறையில், எல்லாப் பகுதிகட்கும், வளைவு திருப்புதிறனில் மாறுதலிருந்தாலும், வளைவு திருப்புதிறன் எண் அளவைக் குறிப்பிட்ட முறையில் எழுதி, தொகையீடு செய்தலும் விதிமுறையைப் பின்பற்றிச் செய்தால் தொகையீட்டு நிலை எண்கள் இரண்டும் பகுதிக்குப் பகுதி மாறுபடாது ஒரே அளவுள்ளவைகளாக இருக்கும். இம் முறை மேற்கொள்ளும் விதமும், விதிமுறைகளும் கீழ்க்காணும் மையத்தினின்றும் ஒதுங்கிய செறிவு பளு வகை மாதிரியில் விவரிக்கப்பட்டுள்ளன.

படம் 3-12-ல் காட்டப்பட்டுள்ளபடி செறிவு பளு W இடது தாங்கியிலிருந்து 'a' தொலைவில் இயங்கட்டும்.

$(l-a) = b$ எனவும் $b < a$ எனவும் கொள்க.
வகைமுகவெட்டு முகம் XX உத்திரத்தின் AD பகுதியில் கருதுக.
$\therefore \quad o \leqslant x \leqslant a.$

$$\text{வ. தி. தி.} \ (M_{XX}) = \frac{Wb}{l} \cdot x \qquad \ldots \quad (1)$$



படம் 3-12.

அடுத்து வகைமுக வெட்டுமுகம் XX' உத்திரத்தில் DB பகுதியில் கருதுக $(a \leqslant x \leqslant l)$

$$\text{வ. தி. தி} \ XX \ (M_{XX}) = \frac{Wbx}{l} - W(x-a) \qquad \ldots \quad (2)$$

மேலே குறிப்பிட்டிருக்கிற DB பகுதி வகைமுகவெட்டு முக வளைவு திருப்புதிறன்

$$\frac{Wa}{l}(l-x) \ \text{என்றோ அல்லது} \ \frac{Wbx}{l} + Wx - Wa$$

என்றோ அல்லது வேறு விதமாகவோ எத்தனையோ விதங்களாக எழுதலாம். அவை எல்லாமே எண் அளவு சரியானவை களாகவும் இருக்கும். ஆனால், மெகாலே முறையில் எப் பகுதிக்கும் வளைவு திருப்புதிறன் கோவை அப் பகுதிக்கு முன் பகுதி வளைவு திருப்புதிறன் கோவையுடன் ஓர் உறுப்பு சேர்க்கப் பட்டு அமைத்திருக்க வேண்டும். சேர்க்கப்படும் உறுப்பு இரண்டு அளவுகளின் பெருக்கற்பலனாக இருக்கும். ஒன்று இயங்கும் அல்லது மாறுபடும் அல்லது இயக்க முடிவு பெறும் விசை அளவு ஆகும். அடுத்தது குறியீட்டுகள் (Brackets) இரண்டு தொகை களுக்குள்ள அளவுகள் குறிப்பிடப்படும். அதாவது வ. தி. தி கோவை அமைக்கப்படும் வகை முக வெட்டுமுகத்தின் தூரமான x-ம் விசை இயங்கும் அல்லது மாறுபடும் அல்லது விசை இயக்க முடிவுறும் வெட்டுமுகத் தூரமும் ஆகும். அவ்வாறு குறியீட்டுக்குள்

உள்ள அளவைக் குறியீட்டை விரித்து தனித்தனி அளவாக்காமல், குறியீட்டுக்குள்ளேயே கொண்டு தொகையீடு காண வேண்டும்.

மேற்கோளாக, முன்னல் பகுதி AD, பகுதி DB ஆகிய வற்றிற்குக் குறிப்பிட்டுள்ள வளைவு திருப்புதிறன் கோவைகளைக் கவனிப்போம். AD பகுதியின் வளைவு திருப்புதிறன் $\frac{Wb}{l}x$ ஆகும். ஆகவே DB பகுதியின் வளைவு திருப்புதிறன் $\frac{Wbx}{l}$ உடன் முன் விவரிக்கப்பட்டுள்ளதுபோல $-W(x-a)$ சேர்க்கப்பட்டு $\frac{Wbx}{l}-W(x-a)$ என்று பெறப்பட்டுள்ளது. மெகாலே முறையில் ஒரு பகுதிக்கு உள்ள வளைவு திருப்புதிறன், அதற்கு முன்பகுதி வ. தி. தி. கோவையுடன், ஓர் உறுப்பு அதிகமாக இருக்கும் அல்லவா? எனவே, வ. தி. தி. கோவை எழுதும்பொழுது அந்தப் பகுதிக்குரிய பத்தியில், சேர்க்க வேண்டிய உறுப்பு மட்டுமே எழுதப்படும். அந்தப் பகுதிக்குரிய கோவை அந்தப் பகுதிப் பத்தி முடியும்வரையுள்ள எல்லா உறுப்புகளுமாகும். தொகையீட்டு நிலையெண்கள் முதல் பத்தியிலேயே குறிக்கப்பட வேண்டும். மேலே கூறிய விதிமுறைகளின்படி, எடுத்துக் கொள்ளப்பட்டுள்ள மையத்தினின்றும் ஒதுங்கிய செறிவு பளுவுக்கு AD, DB பகுதிகட்கு வகையீட்டுச் சமன்பாடு அமைத்து, சாய்வுச் சமன்பாடுகள், தொய்வுச் சமன்பாடுகள் அமைக்கப்பட்டுள்ளன.

பகுதி ⟶	AD	DB
$EI\ d^2y/d_X^2$	$= -M_X$	$-M_X$
	$= -\frac{Wbx}{l}$	$+W(x-a)$
$EI\ dy/d_X$	$= -\frac{Wbx^2}{2l}+C_1$	$+\frac{W(x-a)^2}{2}$
$EI\ y$	$= -\frac{Wbx^3}{6l}+C_1x+C_2$	$+\frac{W(x-a)^3}{6}$

மேலே தரப்பட்டுள்ளதில் பகுதி AD-ன் தொய்வு சமன்பாடு $EI\,y = -\frac{Wbx^3}{6l}+C_1x+C_2$ ஆகும். பகுதி DB-க்கு $EI\,y$

$$= -\frac{Wbx^3}{6l} + C_1x + C_2 + \frac{W(x-a)^3}{6}$$ என்பதாகும். C_1, C_2 மதிப்புகள் காண, உத்திர நீள முழுமைக்கும் சாய்வு, தொய்வு சமன்பாடுகள் பெறலாம்.

தொக்கையீட்டு நிலையெண்கள் கணக்கீடு

(i) $x = 0$-ல், $y = 0$ ஆகும். $x = 0$ புள்ளி AD பகுதியில் உள்ளது. எனவே AD பகுதி சமன்பாட்டைக் கொண்டு பிரதியிடுக.

$$(EI)\,0 = -\frac{Wb}{6l}(0)^3 + C_1(0) + C_2$$

$$\therefore \quad C_2 = 0$$

(ii) $x = l$-ல் $y = 0$ ஆகும். DB பகுதி சமன்பாட்டில் பிரதியிடுக.

$$EI\,(0) = -\frac{Wb}{6l}(l^3) + C_1\,l + \frac{W(l-a)^3}{6}$$

$$C_1 = \frac{Wb\,(l^2-b^2)}{6l}$$

எனவே சாய்வு, தொய்வுகளுக்கான சமன்பாடு, எல்லாப் பகுதிகட்கும் கீழ்க்கண்டவாறு எழுதலாம். குறிப்பிட்ட வெட்டு முகத் தொலைவு எண் மதிப்பை x-க்குப் பிரதியிட, குறியீட்டுகள் உள்ள மதிப்பு நேர் குறியானல் அதனை எடுத்துக்கொள்ள வேண்டும்; எதிர் குறி அளவு ஆனல் நீக்கிவிட வேண்டும்.

$$EI\,dy/dx = -\frac{Wbx^2}{2l} + \frac{Wb\,(l^2-b^2)}{6l} + \frac{W(x-a)^2}{2} \quad \dots (3)$$

$$EI\,y = -\frac{Wbx^3}{6l} + \frac{Wbx\,(l^2-b^2)}{6l} + \frac{W(x-a)^3}{6} \quad \dots (4)$$

சமன்பாடு (3), (4)-களிலிருந்து, தாங்குகளிலும் பளு இயங்குமிடத்திலும் சாய்வு கணக்கிடுவோம்.

இடது தாங்கு, $x = 0$ (AD பகுதி)

$$EI\ dy/dx = -\frac{Wb\,(0)^2}{2\,l} + \frac{Wb\,(l^2-b^2)}{6\,l}$$

$$\theta_A = \frac{Wb\,(l^2-b^2)}{6\,EI\,l} = \frac{Wab\,(l+b)}{6\,EI\,l} \quad \dots \quad (5)$$

பளு இயங்கு வெட்டுமுகம் $x = a$ (AD அல்லது DB பகுதி)

$$\theta_D = \frac{1}{EI}\left\{-\frac{Wb\,a^2}{2\,l} + \frac{Wb\,(l^2-b^2)}{6\,l}\right\}$$

$$= -\frac{Wb}{6\,EI\,l}(3\,a^2 - a^2 - 2\,ab)$$

$$= -\frac{Wab}{3\,EI\,l}(a-b) \quad \dots \quad (6)$$

வலது தாங்கு $x = l$ (DB பகுதி)

$$\theta_B = \frac{1}{EI}\left\{-\frac{Wb\,l^2}{2\,l} + \frac{Wb\,(l^2-b^2)}{6\,l} + \frac{W\,(l-a)^2}{2\,l}\right\}$$

$$= -\frac{W\,ab}{6\,EI\,l}(l+a) \quad \dots \quad (7)$$

மேலே பெறப்பட்ட சாய்வு எண் மதிப்புகளிலிருந்து, இடது தாங்கி (A)-ல் சாய்வு நேர்; AD பகுதியில் சாய்வு சூன்ய அளவு அடைந்து பின் D-ன் எதிர் சாய்வு ஆகிறது என்று அறியலாம். எனவே, பெரும தொய்வு AD பகுதியில் பெறப்படும். பெரும தொய்வு அடையும் வெட்டுமுகத்தைக் காண AD பகுதி சாய்வுச் சமன்பாட்டில் சாய்வு அளவு எண் சூன்யம் பிரதியிட்டுப் பெறலாம்.

$$0 = -\frac{Wbx^2}{2\,l} + Wb\,\frac{(l^2-b^2)}{6\,l}$$

$$\therefore\ x = \left(\frac{l^2-b^2}{3}\right)^{\frac{1}{2}} \text{ ஆகும்.}$$

$\therefore$ பெரும தொய்வு $x = \left(\frac{l^2-b^2}{3}\right)^{\frac{1}{2}}$ பிரதியிட்டுப் பெறலாம்,

சமன்பாடு 4-ல் AD பகுதிக்குப் பிரதியிட
பெரும தொய்வு (y_{max})

$$= \frac{1}{EI}\left\{-\frac{Wb}{6\,l}\left(\frac{l^2-b^2}{3}\right)^{\frac{3}{2}}+\frac{Wb}{6\,l}\left(\frac{l^2-b^2}{3}\right)^{\frac{1}{2}}(l^2-b^2)\right\}$$

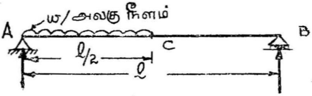
$$= \frac{Wb\,(l^2-b^2)^{\frac{3}{2}}}{9\sqrt{3}\;EI\,l} \qquad \ldots \quad (8)$$

பளு இயங்கு வெட்டு முகத்தில் தொய்வு (y_D), AD பகுதி சமன்பாட்டிலோ DB பகுதி சமன்பாட்டிலோ (A), $x = a$ என்ற மதிப்பு பிரதியிட்டுப் பெறலாம்.

$$y_D = \frac{1}{EI}\left\{-\frac{Wb}{6\,l}\,a^3+\frac{Wb}{6\,l}\cdot a\,(l^2-b^2)\right\}$$

$$= \frac{Wa^2b^2}{3\,EI\,l} \qquad \ldots \quad (9)$$

(iv) இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திரத்தில் இடப் பாதியில் சீரான பரவலான பளு.



படம் 3-13.

இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திரம்

படம் 3-13-ல் காட்டியிருக்கிறபடி, இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திரத்தில் இடது தாங்கியிலிருந்து இடைதொலை மையம் (Mid Span) வரை சீரான பரவலான பளு 'W' இயங்குகிறது. மெகாலே முறைப்படி, தொய்வு சாய்வு சமன்பாடுகள் கணக்கிடப்பட்டுள்ளன.

பகுதி ⟶		AC	CE
$*EI\ d^2y/dx^2$	=	$-\frac{3}{8}\ wlx + \frac{wx^2}{2}$	$-\frac{w\,(x-l/2)^2}{2}$ ...(1)
$EI\ dy/dx$	=	$= \frac{-3}{16}\ wlx^2 + \frac{wx^3}{6} + C_1$	$-\frac{w\,(x-l/2)^3}{6}$ ...(2)
$EI\ y$	=	$-\frac{3}{16}\ wlx^3 + \frac{wx^4}{24} + C_1x + C_2$	$-\frac{w\,(x-l/2)^4}{24}$ ...(3)

$$*EI\ d^2y/dx^2 = -M_{XX}$$

$$M_{XX} = \frac{3}{8}wlx - \frac{wx^2}{2} \quad (AC \text{ பகுதி})$$

$$= \frac{3}{8}wlx - \frac{wx^2}{2} + \frac{x\left(x-\frac{l}{2}\right)^2}{2} \quad (CB \text{ பகுதி})$$

தொகையீட்டு நிலையெண்கள் சமன்பாடு (3)-ல் $x = 0$ (AC பகுதி), $x = l$ (CB பகுதி) ஆகிய வெட்டு முகங்களில் தொய்வு எண் அளவு சூன்யம் என்பதைப் பயன்படுத்திப் பெறப்படும்.

$$EI\ (0) = -\frac{wl}{16}(0)^3 + \frac{w}{24}(0)^4 + C_1\,(0) + C_2$$

$$\therefore\ C_2 = 0$$

$$EI\ (0) = -\frac{wl}{16}(l)^3 + \frac{w}{24}(l)^4 + C_1\,(l) - \frac{w\,(l-l/2)^4}{24}$$

$$\therefore\ C_1 = (3/128)\ wl^3$$

எனவே சாய்வு தொய்வுச்சமன்பாடுகள்

$$EI\ dy/dx = -3/16\ wlx^2 + \frac{wx^3}{6} + 3/128\ wl^3 - \frac{w\,l(x-l2)^3}{6} \quad \ldots (4)$$

$$EI\ y = -\frac{1}{16}\ wlx^3 + \frac{wx^4}{24} + \frac{3}{128}\ wl^3x - \frac{w\,(x-l/2)^4}{24} \quad \ldots (5)$$

தொய்வுச் சமன்பாட்டைப் பயன்படுத்தி, இடைதொலை மையத்தில் தொய்வும், பெரும தொய்வும் கணக்கிடுவோம்.
$x = l/2$ பிரதியிட, இடைதொலை மையத்தொய்வு பெறலாம்.

$$\therefore \quad y_C = \frac{1}{EI}\left\{-\frac{1}{16}wl\left(\frac{l}{2}\right)^3 + \frac{w}{24}\left(\frac{l}{2}\right)^4 + \frac{3}{128}wl^3\frac{l}{2}\right\}$$

$$= \frac{5}{768}\,\frac{wl^4}{EI}$$

பெருமதொய்வு, சாய்வு சூன்ய அளவு பெறும் வெட்டுமுகத்தில் ஏற்படும். சூன்ய சாய்வு AC பகுதியில் ஏற்படும். சாய்வுச் சமன் பாட்டில் சாய்வு அளவு சூன்யம் எனப் பிரதியிட

$$EI\,(0) = -\frac{3}{16}wlx^2 + \frac{wx^3}{6} + \frac{3}{128}wl^3 = 0$$

$$(\text{அதாவது}) \quad 64x^3 - 72^2xl + 9l^3 = 0$$

மேற்குறிப்பிட்டுள்ள முப்படிச் சமன்பாட்டுக்கு (Cubic Equation), தேர்வாய்வுத் திருத்த (Trial and Error) முறையில் தீர்வு காண்போம். முதலில் $x - 0{\cdot}5l$ எனக் கொள்க.

$$\begin{aligned} \text{இடப்பக்க மதிப்பு} &= 64\,(0{\cdot}5l)^3 - 72\,(0{\cdot}5l)^2 + 9l^3 \\ &= 8l^3 - 18l^3 + 9l^3 \\ &= -\,l^3. \end{aligned}$$

x-ன் மதிப்பு $x + dx$ ஆக மாறுபடுவதாகக் கொள்க

$$\begin{aligned} \text{மாறுபடும் அளவு} &= [64 \times 3x^2 - 72\,(2x)l]\,dx \\ &= [192\,(0{\cdot}5l)^2 - 144\,(0{\cdot}5l)l]dx \\ &= -\,24\,l^2\,dx \\ \therefore \quad -24\,l^2\,dx &= l^3 \\ dx &= -\,l/24. \end{aligned}$$

எனவே, இரண்டாவது தேர்வாய்வு மதிப்பு $(x + dx)$

அதாவது $\left(\frac{12}{24}l - \frac{l}{24}\right) = \frac{11}{24}$ எடுத்துக் கொள்க.

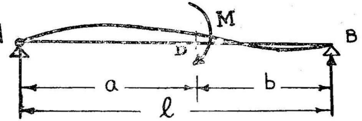
$$\text{இடப்பக்க மதிப்பு} = 64\left(\frac{11l}{24}\right)^3 - 72\left(\frac{11l}{24}\right)^2 + 9l^3$$
$$= 6{\cdot}162\, l^3 - 15{\cdot}125\, l^3 + 9\, l^3$$
$$= 0{\cdot}037\, l^3 = 0$$

எனவே $x = \frac{11\,l}{24}$-ல் சாய்வு சூன்யமெனக் கொள்வோம்.

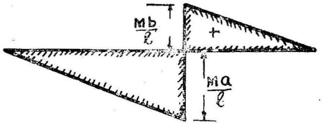
பெரும தொய்வு

$$= \frac{I}{EI}\left\{-\frac{1}{16}wl\left(\frac{11\,l}{24}\right)^3 + \frac{w}{24}\left(\frac{11\,l}{24}\right)^4 + \frac{3}{128}wl^3\left(\frac{11\,l}{24}\right)\right\}$$
$$= \frac{5\ 05\ wl^4}{768\ EI}$$

(v) ஓர் இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திரத்தில், இடது தாங்கியிலிருந்து 'a' தொலைவில் ஒரு செறிவு நேர்வளைவு திருப்புதிறன் இயங்கினுல், அதன் விளைவால் பெறப்படும் சாய்வு, தொய்வுக்கான சமன்பாடுகள் காண். பெரும தொய்வு எண் அளவும் கணக்கிடுக.



3·14(a)



3·14(b)

படம் 3-14.
3-14(a) இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திரம்,
3-14(b) வளைவு திருப்புதிறன் வரைபடம்.

படம் 3-14-ல் காட்டப்பட்டிருக்கிறபடி, செறிவு நேர்வளைவு திருப்புதிறன் M அளவுள்ளது, தாங்கு A-லிருந்து 'a' தொலைவில் இயங்குவதாகக் கொள்க.

தாங்குவிசைகள் :

A-ல் வி. பெ. ப. கணக்கிட

$$M = R_B\, l = 0$$

$$\therefore \quad R_B = M/l.$$

$$\therefore \quad R_A = -M/l \text{ ஆகும்.}$$

வளைவு திருப்புதிறன் வரைபடம், 3-14(b)-ல் காண்பிக்கப் பட்டுள்ளது. XX வெட்டுமுகம் AD பகுதியில் கருதுக.

$$M_{XX} = -\frac{M}{l}\,x\ldots\ldots\ldots(0 \gtreqless x \gtreqless a)$$

XX வெட்டுமுகம் DB பகுதியில் கருதுக.

$$M_{XX} = -\frac{Mx}{l} + M\,(x-a)^{\circ}\ldots\ldots(a \leqslant x \leqslant l)$$

மெகாலே முறைப்படி சாய்வு, தொய்வு ஆகியவற்றிற்கான சமன்பாடுகள் எழுதப்பட்டுள்ளன.

பகுதி→	AD	DB
$EI\, d^2y/dx^2 =$	$\frac{Mx}{l}$	$-\ M\,(x-a)^{\circ}\ \ldots\ (1)$
$EI\, dy/dx =$	$\frac{Mx^2}{2l} + C_1$	$-\ M\,(x-a)\ \ldots\ (2)$
$EI\, y =$	$\frac{Mx^3}{6l} + C_1\,x + C_2$	$-\ \frac{M\,(x-a)^2}{2}\ \ldots\ (3)$

நிலை யெண்கள் காண, சமன்பாடு 3-ல் AD பகுதியில் $x = 0$. $y = 0$ எனவும், DB பகுதியில் $x = l$, $y = 0$ எனவும் பிரதியிடுக.

$$EI\,(0) = \frac{M}{6l}(0)^3 + C_1\,(0) + C_2$$

$$C_2 = 0$$

அடுத்து $$EI\,(0) = \frac{M}{6l}\,l^3 + C_1\,l - \frac{M\,(l-a)^2}{2}$$

$$C^2 = 0$$

$$\therefore\quad C_2 = -\frac{M}{6l}\,(l^2 - 3b^2).$$

∴ சாய்வுச் சமன்பாடு :

$$EI\,dy/dx = \frac{Mx^2}{2l} - \frac{M}{6l}\,(l^2 - 3b^2) - M\,(x - a) \quad \ldots \quad (4)$$

தொய்வுச் சமன்பாடு

$$EI\,y = \frac{Mx^3}{2l} - \frac{M}{6l}\,(l^2 - 3b^2)x - \frac{M\,(x-a)^2}{2} \quad \ldots \quad (5)$$

$a > b$ எனக்கொண்டு பெரும எதிர்தொய்வு கணக்கிடுவோம். AD பகுதி சாய்வுச் சமன்பாட்டில் சாய்வு எண் அளவு சூன்யம் ஆகப் பிரதியிட எதிர்தொய்வு பெருமம் அடையும் வெட்டுமுகம் கிடைக்கும்.

அது $$\frac{Mx^2}{2l} - \frac{M}{6l}\,(l^2 - 3b^2) = 0$$

$$\because\quad x = \sqrt{\left(\frac{l^2 - 3b^2}{3}\right)}$$

பிரதியிட பெரும எதிர் தொய்வு

$$= \frac{1}{EI}\left[\frac{M}{6l}\left(\frac{l^2 - 3b^2}{3}\right)^{3/2} - \frac{M}{6l}\,(l^2 - 3b^2)\left(\frac{l^2 - 3b^2}{3}\right)^{\frac{1}{2}}\right]$$

$$= -\frac{M}{9\sqrt{3}}\quad\frac{(l^2 - 3b^2)^{\frac{3}{2}}}{EIl}$$

(vi) இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திரத்தில், வலப்பக்க முனையில் செறிவு நேர்வளைவு திருப்புதிறன் இயங்கினால், சாய்வு தொய்வு சமன்பாடுகளும் பெரும எதிர்தொய்வு எண் மதிப்பும் கணக்கிடுக.

முன் வகைமாதிரியில், இடது தாங்கியிலிருந்து 'a' தொலைவில் நேர் வளைவு திருப்புதிறன் இயங்குவதால் பெறப்படும் சமன்பாடுகளில் $a = l$, $b = 0$ எனப்பிரதியிட்டு, $(x-a)$ அதாவது $(x-l)$ எல்லா வெட்டுமுகங்கட்கும் எதிர் அளவாக இருக்குமாதலால், அதை நீக்கிச் சமன்பாடுகள் அமைக்கவேண்டும்.

$$\text{எனவே,}\quad EI\, dy/dx = \frac{Mx^2}{2l} - \frac{Ml^2}{6l} = \frac{Mx^2}{2l} - \frac{Ml}{6}\text{ம்}$$

$$EI\, y = \frac{Mx^3}{6l} - \frac{Mlx}{6}\ \text{ஆகும்.}$$

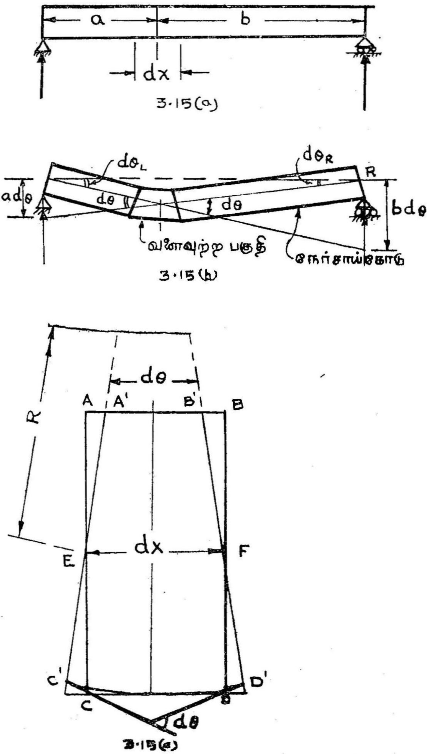
பெரும தொய்வு $x = l/\sqrt{3}$ தொலைவில் பெறப்படும்.

$$\text{பெரும எதிர்த் தொய்வு} = -\frac{M\,l^2}{9\sqrt{3}\,EI}\ \text{ஆகும்.}$$

3-6. வளைவு திருப்புதிறன் பரப்பளவு முறை

இருமாறித் தொகையிடல் முறையில் சாய்வு, தொய்வு சமன்பாடுகள் அமைத்து பெரும தொய்வு முதலியன கண்டுபிடிக்கும் முறை படித்தோம். அடுத்து வளைவு திருப்புதிறன் வரைபடத்திலிருந்து சாய்வு, தொய்வு கணக்கிடும் முறை படிப்போம்.

படம் 3-15 a-ல் காட்டியுள்ள உத்திரத்தில் இடது தாங்கியிலிருந்து a தொலைவில், வகையீட்டுக்குரிய நுண்ணிய நீளம் dx நேர் வளைவுதிருப்புதிறன் "M" எண் அளவுள்ளதின் இயக்கத்திற்கு உட்பட்டிருப்பதன் விளைவுகளைக் காண்போம். நுண்ணிய நீளம் 'dx' நீங்கலாக எஞ்சியுள்ள பகுதிகளில் வ.தி.தி. அளவு சூன்யம் எனக் கொள்க.



படம் 3-15.
3-15(a) உத்திரம் 3-15(b) வளைவு திருப்புதிறன் வரைபடம்.
3-15(c) பெரிதாக்கிக் காண்பிக்கப்பட்டுள்ள dx பகுதி

படம் 3-15(c)-ல் "dx" நீளத்துக்கு உள்ள உத்திரப்பகுதி பன்மடங்கு பெரிதாக்கிக் காண்பிக்கப்பட்டுள்ளது. வளைவு திருப்பு திறன் இயக்கத்தால் இந்நுண்ணிய வகையீட்டுக்குரிய நீளம் "R" எண் அளவு ஆர வட்டப்பகுதியாக வளைவதாகக் கொள்க. வட்டத்தின் மையத்தில், 'dx' நுண்ணிய நீளப்பகுதியின் இரண்டு பக்கங்களான C 'A', D 'B' ஐ நீட்டுவதலால் பெறப்படும் வட்ட மையக்கோணம் "$d\theta$" ஆகும். வட்டவளைவுக்கு C^{I}, D^{I} ஆகிய புள்ளிகளில் தொடுகோடுகள் வரைய, தொடுகோடுகள் சந்திக்கு மிடத்தில் பெறப்படும் கோணம் (அதாவது C^{I}, D^{I} புள்ளிகட்கிடையே சாய்வு மாறுபாடு) "$d\theta$" அளவிருக்கும் அல்லவா?

$$EF = dx = R.\ d\theta$$

$$\therefore\ \frac{dx}{R}\ d\theta \text{ ஆகும்} \qquad \ldots \qquad (1)$$

வளைவு ஆரை, வளைவு திருப்புதிறன், எங்கின் மீட்புக்குணகம், சடத்துவத் திருப்புதிறன் ஆகியவற்றிற்கிடையே உள்ள கீழ்க் குறிப்பிட்டுள்ள தொடர்பு அறிந்ததே.

$$\frac{M}{I} = \frac{E}{R}$$

$$\text{அதாவது}\quad \frac{I}{R} = \frac{M}{EI} \qquad \ldots \qquad (2)$$

சமன்பாடுகள் (1), (2)-லிருந்து

$$dx.\ \frac{M}{EI} = d\theta$$

$$\text{அல்லது}\qquad d\theta = \frac{Mdx}{EI} \text{ என்பது பெறலாம்.}$$

உத்திரத்தில் வகையீட்டுக்குரிய நுண்ணிய தொலை "dx" மட்டுமே வளைவு திருப்புதிறனுக்கு உட்பட்டு வளைவுறுகிறது. இவ்வாறு வளைவுறும் நுண்தொலைக்கு இரு பக்கங்களிலும் உத்திரம் நேர்கோட்டில் சாய்வு பெறுகின்றன. நுண்தொலை "EF" பகுதிக்கு இருபக்கமும் சாய்வுற்றுத் திரும்பியுள்ள நேர் கோடுகள் EF பகுதியின் மத்தியில் வெட்டுகின்றன; வெட்டும் கோடுகளுக்கிடையே பெறப்படும் கோணம் $d\theta$ ஆகும்; இடது தாங்கியில் வெட்டுத்துண்டு $ad\ \theta$-ம் வலது தாங்கியில் $(l-a)\ d\theta$

அல்லது $bd\,\theta$-ம் பெறப்படும். அதாவது இடது, வலது தாங்கிகளில் வெட்டுத்துண்டுகள் முறையே $\left(a\ \frac{Mdx}{EI}\right)$, $\left(b\ \frac{Mdx}{EI}\right)$ ஆகும்.

மேலே குறிப்பிட்டுள்ளவற்றுள் (Mdx) என்பது EF பகுதியின்மீது பெறப்படும் வ. தி. தி. படத்தின் பரப்பளவு ஆகும். இப் பரப்பளவை (EI) ஆல் வகுக்கப் பெறப்படுவது EF பகுதி சாய்வு மாற்றம் ஆகும். அடுத்ததாக $\left(a\ \frac{Mdx}{EI}\right)$, $\left(b\ \frac{Mdx}{EI}\right)$ ஆகியவை EF பகுதிமீது பெறப்படும் வ. தி. தி. படப் பரப்பின் இடது தாங்கியிலும் வலது தாங்கியிலும் முறையே கணக்கிடப் படும் விலக்கப் பெருக்கற்பலனை (EI) ஆல் வகுக்கக் கிடைத்தவை ஆகும். இவை இடது, வலது தாங்கியில் பெறப்படும் வெட்டுத் துண்டுகள் அளவுகள் ஆகும். இவ்வுண்மைகளைச் சாய்வு, தொய்வு உத்திரங்களில் கணக்கிடப் பயன்படுத்தலாம். கீழே குறிப்பிடப் பட்டுள்ள மோஹர்ஸின் தேற்றங்கள் சாய்வு, தொய்வு எளிதாகக் கணக்கிட உதவும்.

மோஹர்ஸின் முதலாவது தேற்றம் (Mohr's First Theorem)

நெகிழ்ச்சி வளைகோட்டில் ஏதாவது இரண்டு புள்ளிகளுக் கிடையே உள்ள சாய்வு அளவுகளின் மாறுபாடு, அந்த இரண்டு வெட்டுமுகங்களுக்கு இடையேயுள்ள $\frac{M}{EI}$ வரைபட பரப்பளவுக்கு எண்ணளவில் சமம்.

மோஹர்ஸின் இரண்டாவது தேற்றம் (Mohr's Second Theorem)

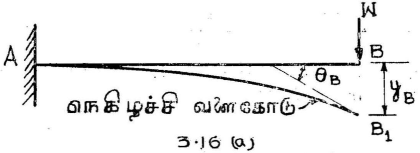
நெகிழ்ச்சி வளைகோட்டில் ஏதாவது இரண்டு புள்ளிகளில் வரையப்படும் தொடுகோடுகள், ஏதாவது ஒரு செங்குத்துக் கோட்டின்மீது ஏற்படுத்தும் வெட்டுத்துண்டு, எண்ணளவில், அந்த இரு புள்ளிகளுக்கிடையேயுள்ள $\frac{M}{EI}$ வரைபடப் பரப்பின் விலக்கப் பெருக்கற்பலன் செங்குத்துக் கோட்டில் கணக்கிடக் கிடைப்பதற்கு சமம்.

மேலே குறிப்பிட்டுள்ள மோஹர்ஸின் தேற்றங்களை வ. தி. தி. பரப்பளவு தேற்றங்கள் (Moment Area Theorems) என்றும் குறிப்பிடலாம். இவற்றைப் பயன்படுத்திச் சாய்வு, தொய்வு எளிதில் கணக்கிடலாம். வளைவு தோற்றம் வரைந்து கணக்குகளைச்

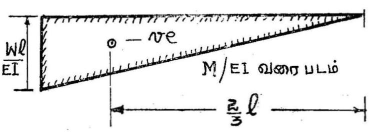
செய்வதால், அமைப்பு எவ்வாறு செயல்படுகிறது என்பதைத் தெரிந்துகொள்ளும் வாய்ப்பு ஏற்படுகிறது. இம்முறை பயன் படுத்தும்விதம் அடுத்த பிரிவுக்கூறில் தரப்பட்டுள்ளது.

3-7. வ. தி. தி. பரப்பளவு முறைக் கணக்குகள்

3-7. (1) பிடிமான கவை உத்திரம்: நுனியில் செறிவு பளு.



3·16 (a)



3·16(b)

படம் 3–16.

3 16(a) பிடிமான கவை உத்திரம்,
3-16(b) பெரும சாய்வு, பெரும தொய்வு வரைபடம்.

உத்திரத்தில் பெரும சாய்வும், பெரும தொய்வும் கணக் கிடுவோம்.

மோஹர்ஸின் முதலாவது தேற்றப்படி

$$(\theta_A - \theta_B) = AB \text{ மீதுள்ள } \frac{M}{EI}\text{-ன் பரப்பளவு}$$

$$= +\left(\frac{Wl}{EI}\cdot\frac{l}{2}\right) = -\frac{Wl^2}{2EI}$$

$$\theta_A = 0$$

$$-\theta_B = \frac{W l^2}{2 EI}$$

$$\theta_B = Wl^2/2EI.$$

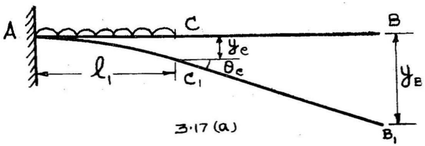
தொய்வு கணக்கிட புள்ளிகள் A, B-யில் நெகிழ்ச்சி வளை கோட்டுக்குத் தொடுகோடு வரைக. B-ல் பெறப்படும் செங்குத்து வெட்டுத்துண்டு $B\,B_1$ [படம் 3-16-(a)].

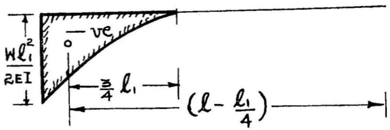
$BB_1 = AB$ பகுதி மீதுள்ள $\frac{M}{EI}$ பரப்பின் B-ல் கணக்கிடப்படும் வி. பெ. ப.

$$= \left(\frac{Wl}{EI} \cdot \frac{l}{2}\right)\frac{2}{3}\, l = \frac{Wl^3}{3\,EI}.$$

குறிப்பு : பிரிவுக்கூறு 3-4-ல் வகை மாதிரி (i) உடன் ஒப்பீட்டுப் பார்க்கவும்.

(ii) பிடிமான கவை உத்திரத்தில், நிலைத்தாங்கியில் இருந்து l_1 தொலை நீளத்துக்குச் சீரான பரவலான பளு.





படம் 3-17.

3-17(a) பிடிமான கவை உத்திரம்,

3-17(b) வரை படம்.

முதலில் வெட்டுமுகங்கள் C, B-க்களில் சாய்வு கணக்கிடுவோம்.

$$\theta_A - \theta_C = AC \text{ பகுதிமீது } \frac{M}{EI} \text{ படப்பிடிப்பு}$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{wl_1^2}{2\,EI} \cdot l_1$$

$$= \frac{wl_1^3}{6\,EI}$$

$$\theta_A = 0$$

$$\therefore \quad \theta_C = wl_1^3/6\,EI$$

$$\theta_A - \theta_B = AB \text{ யின் மீது } \frac{M}{EI} \text{ படப்பரப்பு}$$

$$= -\,wl_1^3/6\,EI$$

$$\therefore \quad \theta_B = wl_1^3/6\,EI.$$

அடுத்து C, B-க்களில் தொய்வு எண்ணளவுகள் காண்போம். வெட்டுமுகம் A, வெட்டுமுகம் C-க்களில் நெகிழ்ச்சி வளை கோட்டுக்கு வரையப்படும் தொடு கோடுகட்கிடையே உள்ள செங்குத்து வெட்டுத்துண்டு (வெட்டுமுகம் C-ல்) CC_1 ஆகும்.

$\therefore$ C-ல் தொய்வு $= CC_1$

$= AC$ பகுதி மீது பெறப்படும் M/EI படப் பரப்பின் விலக்கப் பெருக்கற்பலன் (C-ல் கணக்கிடுக).

$$= \frac{1}{3} \quad \frac{wl_1^2}{2\,EI}, \; l_1 \frac{3}{4} \; l_1$$

$$= \frac{wl_1^4}{8\,EI}$$

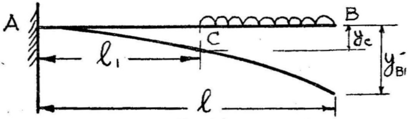
B-ல் தொய்வு $= BB_1$

$= AB$ பகுதி மீது பெறப்படும் M/EI படப் பரப்பின் வி. பெ. ப. (B-ல்)

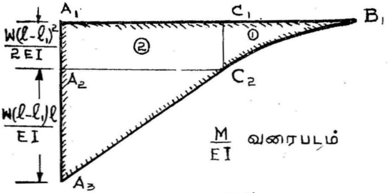
$$= \frac{1}{3} \quad \frac{wl_1^2}{2\,EI} \, l_1 \left(\frac{3}{4} l_1 + l - l_1\right)$$

$$= \frac{wl_1^4}{8\,EI} + \frac{wl_1^3}{6\,EI} (l - l_1).$$

(iii) பிடிமான கவை உத்திரத்தில் நிலைத்தாங்கியிலிருந்து l_1 தொலை நீளத்துக்கு அப்பால் சீரான பரவலான பளு.



3·18(a)



3·18 (b)

படம் 3-18.

3-18(a) பிடிமான கவை உத்திரம்,

3-18(b) வரைபடம்.

படம் 3-18-ல் காட்டியுள்ள உத்திரத்துக்கு, *C*, *B* புள்ளிகளில் சாய்வு, தொய்வு கணக்கிடுவோம்.

உத்திரத்தின்மீது பெறப்படும் $\frac{M}{EI}$ வரைபடத்தை [படம் 3-18-(b)], மூன்று கூறுகளாகப் பிரிக்கலாம். அவையாவன:

(i) *CB* பகுதி மீது பெறப்படும் பரவளையமும்,

(ii) *AC* பகுதி மீது பெறப்படும் நீண்டசதுரமும்,

(iii) முக்கோணமும் (*AC* மீது) ஆகும்.

(a) C-ல் சாய்வு $= AC$ பகுதி மீது உள்ள $\frac{M}{EI}$ வரைபடம் பரப்பு (A-ல் சாய்வு சூன்யம் ஆதலால்)

$$= \frac{w(l - l_1)^2}{2\,EI} \cdot l_1 + \frac{w(l - l_1)}{EI} \frac{l_1}{2}$$

$$= wll_1(l - l_1)/2\,EI.$$

(b) B-ல் சாய்வு $= AB$ மீதுள்ள $\frac{M}{EI}$ வரைபடப் பரப்பு

$$= \frac{w(l - l_1)^2}{EI} + \frac{w(l - l_1)\,l_1}{EI} \cdot \frac{l_1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{w(l - l_1)^3}{2\,EI}$$

$$= \frac{w}{6\,EI}(l^3 - l_1^3)$$

(c) C-ல் தொய்வு $= AC$ மீதுள்ள $\frac{M}{EI}$ பரப்பின் C-ல் கணக்கிடப் படும் வி. பெ. ப.

$$= \frac{wl_1(l - l_1)^2}{2\,EI} \frac{l_1}{2} + \frac{w(l - l_1)\,l_1^2}{2\,EI} \frac{2}{3} l_1$$

$$= \frac{wl_1^2}{12\,EI}(l - l_1)(3\,l + l_1)$$

(d) B-ல் தொய்வு $= AB$ மீதுள்ள $\frac{M}{EI}$ பரப்பின் B-ல் கணக்கிடப் படும் வி. பெ. ப.

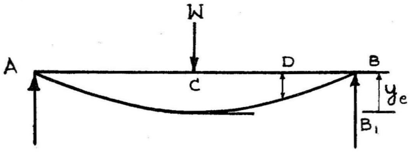
$$= \frac{w(l - l_1)^2}{2EI}\left(l - \frac{l_1}{2}\right) + \frac{w(l - l_1)\,l_1^2}{2\,EI}\left(l - \frac{l_1}{3}\right)$$

$$+ \frac{w(l - l_1)^2}{2\,EI} \frac{(l - l_1)}{3} \frac{3}{4}(l - l_1)$$

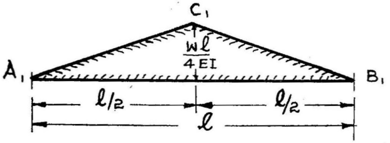
$$= \frac{w}{8\,EI}(l^4 - l_1^4) - \frac{w\,l_1^3}{6\,EI}(l - l_1).$$

(iv) இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திரத்தில் மைய செறிவு பளு

படம் 3-19-ல் காட்டியுள்ள உத்திரத்துக்கு *A*-ல் சாய்வு *C*-ல் தொய்வு கணக்கிடுவோம்.



3·19 (a)



3·19 (b)

படம் 3-19.

3-19 (a) இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திரம்,
3-19(b) வரைபடம்.

வெட்டுமுகம் *C*-ல் சாய்வு சூன்யம். ஆகவே *C*-ல் வரையப் படும் தொடுகோடு *CB*-க்கு இணை *C*, *B*-க்களில் வரையப்படும் தொடுகோடுகள் *B* மூலம் உள்ள செங்குத்துக் கோட்டில் ஏற் படுத்தும் வெட்டுத்துண்டு $B\theta_1$ ஆனது *C*-ல் உள்ள தொய்வுக்குச் சமம்.

(a) *A*-ல் சாய்வு.

$$\theta_A - \theta_C = AC \text{ மீது பெறப்படும் } \frac{M}{EI} \text{ படம் பரப்பு}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{Wl}{4\,EI} \cdot \frac{l}{2}$$

$$= \frac{Wl^2}{16\,EI}$$

$$\theta_C = 0$$

$$\therefore \quad \theta_A = Wl^2/16\,EI.$$

(b) C-ல் தொய்வு.

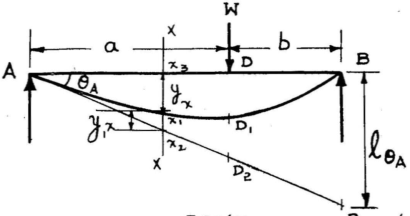
Cல் தொய்வு = Bல் கிடைக்கும் வெட்டுத் துண்டு

= CB பகுதி $\frac{M}{EI}$ படப்பரப்பின், B-ல் பெறப்படும் வி. பெ. ப.

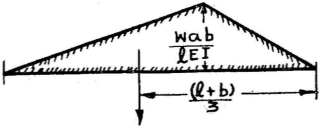
$$= \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{Wl}{4\,EI} \cdot \frac{l}{2} \cdot\right)\left(\frac{2}{3}\,\frac{l}{2}\right)$$

$$= \frac{Wl^3}{48\,EI}.$$

(v) இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திரத்தில் மையத்தினின்றும் ஒதுங்கிய செறிவு பளு.



3·20(a)



3·20 (b)

படம் 3-20.

3-20(a) இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திரம்,

3-20(b) வரைபடம்,

முந்தைய வகைமாதிரிகள் நான்கிலும் சாய்வு சூன்யம் பெறும் வெட்டுமுகம் தெரிந்ததால், சிக்கலின்றி எந்தப் புள்ளியிலும் சாய்வும் தொய்வும் நேரடியாகக் கணக்கிட்டோம். சமச்சீர்பளு இயங்கும் இயற்போக்குத்தாங்கு உத்திர மையத்தில் சாய்வு அளவு சூன்யம். பளு ஒரு பக்கம் ஒதுங்கியிருப்பதால், ஏதாவது ஒரு தாங்கியில் சாய்வு அளவு கணக்கிட்டு, அதை ஆதாரமாகக்கொண்டு தேவையான வெட்டுமுகங்களில் சாய்வு, தொய்வு கணக்கிடவேண்டும்.

முதலில் இடது தாங்கி சாய்வு கணக்கிட, நெகிழ்ச்சி வளை கோட்டுக்கு *A*, *B* வெட்டுமுகங்களில் தொடுகோடுகள் வரைந்து *B*-ல் பெறப்படும் வெட்டுத்துண்டை, இடது தாங்கி சாய்வும் உத்திர நீளம் *AB*-ம் பெருக்கிவரும் பலனுக்குச் சமனாக்கவும்.

$$l\,\theta_A = BB_1$$

$$= AB \text{ மீதான } \frac{M}{EI} \text{ பரப்பின் } B\text{-ல் வி. பெ. ப.}$$

$$= \left(\frac{1}{2}\cdot\frac{W\,ab}{l\,EI}\;l\right)\;\left(\frac{l+b}{3}\right)$$

$$\therefore\quad \theta_A = \frac{W\,ab}{6\;EI\,l}\,(l+b)$$

பளு இயங்கும் வெட்டுமுகத்தில் தொய்வும், *AD* பகுதியில் வகைமுக வெட்டுமுகம் *XX*-ல் தொய்வு சாய்வு கோவைகளும் பெறுவோம்.

(a) *D*-ல் தொய்வு.

A, *D* புள்ளிகளில் நெகிழ்ச்சி வளைகோட்டுக்குத் தொடு கோடுகள் வரைய, D_1 D_2 வெட்டுத்துண்டு *D* மூலமுள்ள செங்குத்துக்கோட்டில் பெறப்படும் [படம் 3-20-(a)-ல் உள்ளபடி].

$$D\text{-ல் தொய்வு} = DD_1$$

$$= DD_2 - D_1\,D_2$$

$$= \theta_A\,(AD) - AD \text{ மீதுள்ள } \frac{M}{EI} \text{ படம் பரப்பின் } D\text{-ல் பெறும் வி.பெ.ப.}$$

$$= \theta_A\cdot a - \frac{W\,ab}{l\,EI}\;\frac{a}{2}\;\frac{a}{3}$$

$$= \frac{W\,a^2b}{6\;EI\,l}\,(l+b) - \frac{W\,a^2ba}{6\;EI\,l}$$

$$= \frac{W\,a^2b^2}{3\;EI\,l}$$

(b) "XX" வெட்டுமுகத்துக்குத் தொய்வு, சாய்வு கோவைகள்.

'XX' வெட்டுமுகத்தில் $\frac{M}{EI}$ பட நிலைக்குத்துத் தொலை $= \frac{Wxb}{EI\,l}$

தொய்வு 'XX'-ல் $= x_2\,x_3 - x_1\,x_2$

$= \theta_A . x -$ தாங்கு A-லிருந்து 'x' தொலை மீது உள்ள $\frac{M}{EI}$ படப் பரப்பின் வி. பெ. ப. (xx-ல்)

$$= \frac{Wab\,(l+b)\,x}{6\;EIl} - \frac{Wx\,b}{EI\;l} . \frac{x}{2} . \frac{x}{3}$$

$$= \frac{Wb\,(l^2 - b^2)\;x}{6\;EI\,l} - \frac{Wb\,x^3}{6\;EIl}$$

சாய்வு 'XX'-ல் $= \theta_A -$ தாங்கு A-லிருந்து x தொலை மீது உள்ள $\frac{M}{EI}$ படப் பரப்பு

$$= \frac{Wab\,(l+b)}{6\;EIl} - \frac{Wb\;x^2}{2\;EIl}$$

$$= \frac{Wb\,(l^2 - b^2)}{6\;EIl} - \frac{Wb\,x^2}{2\;EIl}$$

சாய்வுக் கோவையைச் சூன்யத்துக்குச் சமன்படுத்தி, $x = \sqrt{(l^2 - b^2)/3}$ புள்ளியில் ($a > b$ ஆனால்), பெரும தொய்வு நிகழ்வது தெரிந்துகொள்ளலாம். தொய்வுக் கோவையில் $x = \sqrt{\frac{(l^2 - b^2)}{3}}$ பிரதியிட, பெரும தொய்வு எண் அளவு $\frac{Wb\,(l^2 - b^2)^{3/2}}{9\sqrt{3}\;EIl}$ என்பது பெறலாம்.

3-8. இணை உத்திர முறை (Conjugate Beam Method)

முதலில் வகையீடு சமன்பாட்டிலிருந்து, இருமாறித் தொகையிடல் முறையில் நெகிழ்ச்சி வளைகோட்டுச் சமன்பாடு பெறும்விதம் படித்தோம். அடுத்ததாக வளைவு திருப்புதிறன் பரப்பளவு முறையில் சாய்வு, தொய்வு கணக்கிடும்முறை கண்டோம். மேற் கூறப்பட்ட முறைகளை மேற்கொள்ள உத்திரத்தின் எல்லையில்

உள்ள தாங்கிகள் நிலையைக் கொண்டோ, அல்லது உத்திரம் வளை யும் விதத்தைக் கருத்தில்கொண்டு தொடு கோடுகளுக்கிடையே பெறப்படும் வெட்டுத்துண்டுகளைக் கணக்கிட்டோ, சாய்வு, தொய்வு கணக்கிட்டோம். கணக்கிடும்பொழுது எல்லை நிலை, வளையும் விதம் போன்றவற்றை நினைவிற்கொண்டிருக்க வேண்டும். சாய்வு, தொய்வு கணக்குகளை எளிமையாகச் செய்திட, உத்திரத்தில் ஒரு புள்ளியில் ஏற்படுகின்ற சாய்வு, தொய்வு ஆகியவற்றிற்கும் (பெருமளவுக்குத் தரப்பட்டுள்ள உத்திரத்தை ஒத்த) கற்பனை உத்திரத்தில் அதே புள்ளிக்குப் பெறப்படும் வெட்டுவிசை, வளைவு திருப்பு திறனுக்கும் முறையே ஒப்புமையிருப்பதைப் பயன் படுத்தலாம்; இம் முறை இணை உத்திர முறை (Conjugate Beam Method) எனப்படும்.

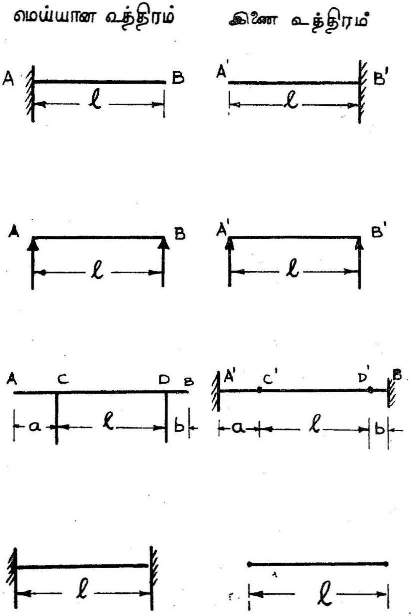
எல்லாவகை உத்திரங்கட்கும் அவற்றின் எல்லை நிலை, இணைப்பு நிலைகள் ஆகியவற்றைப் பொறுத்து இணை உத்திரங்கள் உள்ளன. அந்தந்த உத்திரங்கட்கேற்ற இணை உத்திரங்களில், கொடுக்கப்பட்டுள்ள உத்திரங்களின் M/EI படத்தைப் பளுவாக எடுத்துக்கொண்டு, வெட்டுவிசை கணக்கிட, வெட்டுமுகங்களில் சாய்வுபெறப்படும்; வளைவு திருப்புதிறன் கணக்கிட வெட்டுமுகங் களில் தொய்வு பெறப்படும். $\frac{M}{EI}$ படத்தில், நேர்வளைவு திருப்பு திறன் நிலைக்குத்துகளைக் கீழ்நோக்கி இயங்கும் கற்பனைப்பளு வாகவும், எதிர்வளைவு திருப்புதிறன் நிலைக்குத்துகளை மேல் நோக்கி இயங்கும் கற்பனைப் பளுவாகவும் இணை உத்திரத்தில் எடுத்துக்கொண்டு, வெட்டுவிசை, வளைவு திருப்புதிறனுக்கு உள்ள குறியீட்டு முறைகளைப் பின்பற்றிச் சாய்வு, தொய்வு குறியீட்டுடன் பெறலாம்.

படம் 3-21-ல் சில (மெய்யான) உத்திரங்களும், அவற்றின் இணை உத்திரங்களும் தரப்பட்டுள்ளன. இணை உத்திரங்களைக் கீழே குறிப்பிடப்பட்டுள்ளபடி பெறலாம்:

(i) இணை உத்திரங்களின் நீளம் மெய்யான உத்திரத்தின் நீளமேயாகும்.

(ii) இணை உத்திரங்களுக்கும் மெய்யான உத்திரங்களுக்கும், தாங்கிகள் சில விதிமுறைகளைக்கொண்டு நிர்ணயிக்கலாம். அதாவது (a) (மெய்யான) உத்திர நிலைத்தாங்குகளில் இணை உத்திரத்தில் ஆதாரமில்லா நுனிகளாகவும் (Free Ends) (b) உத்திர ஆதாரமில்லா நுனிகள், இணை உத்திரங்களில் நிலைத்

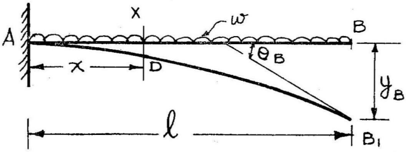
தாங்குகளாகவும் (c) உத்திர எல்லையில் உள்ள சுழல்முனைத் தாங்குகள், இயற்போக்குத் தாங்கிகள் இணை உத்திரங்களில் சுழல் முனைத்தாங்குகளாகவும், (d) உத்திரங்களின் இடையே உள்ள சுழல்முனைத்தாங்குகள், இயற்போக்குத் தாங்குகள் ஆகியவை தாங்கு இல்லாத சுழல்முனைகள் (Hinges) ஆகவும் மாறுபடும்.



படம் 8.21.

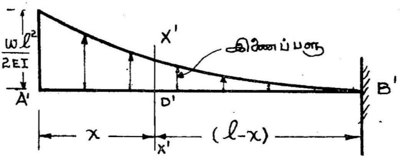
3-9 இணை உத்திர முறையில், வகைமாதிரியாகச் சில நியம மான கணக்குகளில் சாய்வு, தொய்வுக் கோவைகள் பெறப் பட்டுள்ளன. மேலும் இப்பிரிவுக் கூறில் சாய்வு, தொய்வு எண் ணளவும் கணக்கிடப்பட்டிருக்கிறது.

3-9 (i) பிடிமான கவை உத்திரத்தில் சீரான பரவலான பளு.



மெய்யான உத்திரம்

3.22(a)



இணை உத்திரம்

3.22(b)

படம் 3-22

படம் 3-22 (a)-ல் தரப்பட்டுள்ள பிடிமான கவை உத்திரம் AB-ம், 3-22 (b)-ல் இணை உத்திரம் B' A'-ம் காண்பிக்கப் பட்டுள்ளன. எதிர்வளைவு திருப்புதிறனுக்கு உத்திரம் உட்படுவ தால், இணை உத்திரத்தில் பளு மேல்நோக்கி இயங்குவதாகக் காண்பிக்கப்பட்டுள்ளது.

இணை உத்திரத்திற்கு வெட்டுவிசை, வ.தி.தி. கணக்கிட அவை முறையே மெய்யான உத்திரத்தின் சாய்வு, தொய்வு ஆகும்.

தாய்வு

(a) சாய்வு B-ல் $=$ இணை உத்திரத்தில் B^{1}-ல் வெட்டுவிசை

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{wl^2}{2\,EI}\, l = \frac{wl^3}{6\,EI}$$

(b) தொய்வு B-ல் $=$ இணை உத்திரத்தில் B^{1}-ல் வ. தி. தி.

$$= \frac{wl^3}{6\,EI}\left(\frac{3}{4}\, l\right) = \frac{wl^4}{8\,EI}$$

(c) சாய்வுக் கோவை

'XX' வெட்டுமுகத்தில் சாய்வு } $=$ $X^{1}\,X^{1}$-ல் வெட்டுவிசை

$=$ $A^{1}\,B^{1}$-ல் உள்ள பளு $-$ $D^{1}\,B^{1}$-ல் உள்ள பளு

$$= \frac{1}{3}\,\frac{wl^2}{2\,EI}\; l - \frac{1}{3}\, w\,\frac{(l-x)^2}{2\,EI}(l-x)$$

$$= \frac{wl^3}{6\,EI} - \frac{w\;(l-x)^3}{6\,EI}$$

(d) தொய்வுக் கோவை.

'XX' வெட்டுமுகத்தில் தொய்வு } $=$ XX^{1}-ல் வ. தி. தி.

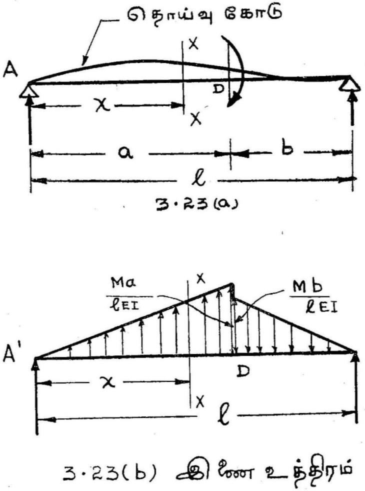
$=$ $A^{1}\;B^{1}$ பகுதி பளுவின் வி. பெ. ப.

$X^{1}\;X^{1}$-ல் $-$ $D^{1}\;B^{1}$ பகுதி பளுவின் $X^{1}\;X^{1}$-ல் வி. பெ. ப

$$= \frac{wl^3}{6\,EI}\left(\frac{3}{4}\, l - l + x\right) - \left\{-\,\frac{w\;(l-x)^3}{6\,EI}\,\frac{1}{4}(l-x)\right\}$$

$$= \frac{wl^3}{6\,EI}\;\;(x - l/4)\;\; + \frac{w\;(l-x)^4}{24\,EI}$$

(ii) இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திரத்தில், இடது தாங்கியிலிருந்து 'a' தொலைவில் ஒரு செறிவு நேர் வளைவு திருப்புதிறன் 'M' இயங்குவதால் பெறப்படும் சாய்வு, தொய்வு கோவைகள்.



படம் 3-23.

படம் 3-23-ல் இணை உத்திரத்தின் மீது $\frac{M}{EI}$ வரை படம் இணை உத்திரத்தின் ஒரே பக்கத்திலேயே நேர், எதிர் வளைவு திருப்பு திறனால் பெறப்படுபவற்றைத் தக்க அம்புக் குறிகள் மூலம் குறிக்கப் பட்டுள்ளது.

(a) இணை உத்திர இடது தாங்கு விசை

$$= R'_{A} = \frac{B'\text{-ல் வி. பெ. ப.}}{l}$$

$$= -\frac{1}{l}\left\{\frac{Ma}{EI\,l}\cdot\frac{a}{2}\left(b+\frac{a}{3}\right)-\frac{Mb}{EI\,l}\,\frac{b}{2}\,\frac{2}{3}\,l\right\}$$

$$= -\frac{M\,(3a^2b + a^3 - 2b^3)}{6\,EI\,l^2}$$

$$= -\frac{M\,(l^2 - 3\,b^2)}{6\,EI\,l}$$

(b) சாய்வுக் கோவை XX (AD பகுதியில் XX)

XX-ல் சாய்வு $=$ இணை உத்திரத்தில் $X'\,X'$-ல் வெ. விசை

$= R'_A +$ (A யிலிருந்து x தொலைக்கு உள்ள பளு)

$$= -\frac{M\,(l^2 - 3\,b^2)}{6\,EI\,l} + \left(+\frac{Mx}{EI\,l}\cdot\frac{x}{2}\right)$$

$$= \frac{Mx^2}{2\,lEI} - \frac{M\,(l^2 - 3b^2)}{6\,EIl}$$

தொய்வுச் சமன்பாடு

தொய்வு XX-ல் $=$ இணை உத்திரத்தில் வ. தி. தி.

$$= +R_{A}\cdot x + \frac{Mx}{EIl}\,\frac{x}{2}\,\frac{x}{3}$$

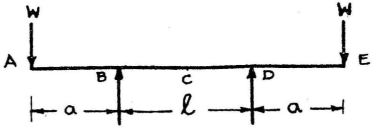
$$= -\frac{Mx\,(l^2 - 3b^2)}{6\,EIl} + \frac{Mx^3}{6\,EIl}$$

செறிவு வளைவு திருப்புதிறன் இயங்குமிடத்தில் தொய்வு

D-ல் தொய்வு $= -\dfrac{Ma\,(l^2 - 3b^2)}{6\,EIl} + \dfrac{Ma^3}{6\,EIl}$

$$= -\frac{Mab}{3\,EIl}\,(a - b)$$

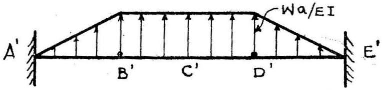
(iii) சமச்சீர் புறந்துருத்தி உத்திரத்தில் உத்திர முனைகளில் சமச் செறிவு பளுக்கள்.



3·24(a)



3·24(b) வ.தி.தி. படம்



3·24(c) இணை உத்திரம்.

படம் 3-24.

படம் 3-24 (c)-ல் தரப்பட்டுள்ள உத்திரத்தின் இணை உத்திரம் இணை பளுக்களுடன் காண்பிக்கப்பட்டிருக்கிறது. சாய்வு A, B வெட்டுமுகங்களிலும் தொய்வு A, C வெட்டுமுகங்களிலும் கணக்கிடப்பட்டுள்ளது.

(a) சாய்வு B = வெட்டுவிசை B' = B' C' மேலே உள்ள பளு.

$$= -\frac{Wa}{EI}\cdot\frac{l}{2} = -\frac{Wal}{2\,EI}$$

(b) சாய்வு A = வெ. வி. A' = A' C' மேல் உள்ள பளு.

$$= -\frac{Wal}{2\,EI} - \frac{Wa}{EI}\,\frac{a}{2}$$

$$= -\frac{Wa}{2\,EI}(l + a)$$

(c) தொய்வு C = வ. தி. தி. C'-ல்

= வ. தி. தி. B'-ல் + (வெ. வி. B' $l/2+B'$ C' மீதுள்ள பளுவின் வ. தி. தி.

$$= 0 - \frac{Wal}{2\,EI} \cdot \frac{l}{2} + \frac{Wa}{EI}\,\frac{l}{2} \cdot \frac{l}{4}$$

$$= -\frac{Wal^2}{8\,EI}$$

தொய்வு A = வ. தி. தி. A'-ல்

= A' B'-ல் உள்ள பளுவாலும் B-ல் உள்ள வெ. வி.யாலும் A'-ல் பெறும் வி. பெ. ப.

= வ. தி. தி. B'-ல் + (வெ. வி. B') $l/2$ + B' C' மீதுள்ள பளுவின் தொய்வு

தொய்வு A = வ. தி. தி. A'-ல்

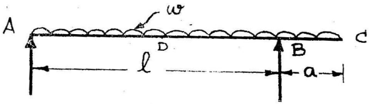
= A' B'-ல் உள்ள பளுவாலும் B-ல் உள்ள வெ. வி. யாலும் A'-ல் பெறும் வி. பெ. ப.

$$= \frac{Wa}{EI}\,\frac{a}{2}\,\frac{2}{3}\,a + \frac{Wal}{2\,EI}\,a$$

$$= \frac{Wa^2}{EI}\left(\frac{l}{2} + \frac{a}{3}\right)$$

எடுத்துக்காட்டு 3-4.

ஒரு சமச்சீரில்லாத புறந்துருத்தி உத்திரத்தில் சீரான பரவலான பளு (படம் 3-25-ல் காட்டியுள்ளது) இயங்குகிறது. தாங்கு



படம் 3-25.

களில் உள்ள சாய்வுகட்கிடையுள்ளபடி விகிதமும், தொய்வு D, தொய்வு C இவற்றிற்கிடையுள்ள விகிதமும் காண். $l=4a$ எனக் கொள்க.

படம் 3-25-ல் காட்டப்பட்டுள்ள உத்திரத்துக்குச் சாய்வு தொய்வுச் சமன்பாடுகள் இருமாறித் தொகையிடல் முறையில் (மெகாலே முறைப்படி) அமைத்து, சாய்வு தொய்வு கணக்கிடப் பட்டுள்ளது.

B-ல் விலக்கப் பெருக்கற்பலன் $= 0$

$$R_A .\ l - \frac{wl^2}{2} + \frac{wa^2}{2} = 0$$

$$R_A = \frac{wl}{2} - \frac{wa^2}{2l}$$

$$= \frac{w}{2l}(l^2 - a^2)$$

$$R_B = \frac{wl}{2} + \frac{wa^2}{2l} + wa$$

$$= \frac{w}{2l}(l^2 + a^2 + 2al)$$

$$= \frac{w}{2l}(l + a)^2.$$

$$M_{XX}\ (AB) = R_A \cdot x - \frac{wx^2}{2} \quad (0 \leqslant x \leqslant l)$$

$$= \frac{w}{2}\ l\,(l^2 - a^2)\,x - \frac{wx^2}{2}$$

$$M_{XX}\ (BC) = \frac{w}{2\,l}(l^2 - a^2)\,x - \frac{wx^2}{2} + \frac{w}{2\,l}(l+a)^2 x$$

$$[l \lessgtr x \leqslant (l+a)]$$

பகுதி→	AB	BC
$EI\ \frac{d^2y}{dx\ 2} =$	$-\frac{w}{2l}(l^2 - a^2)\,x + \frac{wx^2}{2}$	$-\frac{w}{2l}(l+a)^2(x-l)$
$EI\ dy/dx =$	$-\frac{w}{4l}(l^2 - a^2)\,x^2 + \frac{wx^3}{6} + C_1$	$-\frac{w}{4l}(l+a)^2(x-l)^2$
$EI\ y =$	$-\frac{w}{12l}(l^2 - a^2)\,x^3 + \frac{wx^4}{24}\ C_1\ x + C_2$	$-\frac{w}{12l}(l+a)^2(x-l)^3$

$$x=0 \quad y=0 \quad \therefore \quad C_2 = 0$$

$$x=l \quad y=0 \qquad 0 = -\frac{w}{12l}(l^2-a^2)l^3 + \frac{wl^4}{24} + C_1 l$$

$$\therefore \quad C_1 = \frac{12}{w}(l^2-a^2) - \frac{wl^3}{24}$$

$$= \frac{wl^3}{24} - \frac{wa^2 l}{12}$$

சாய்வுக் கோவை

$$= \frac{1}{EI}\left[-\frac{w}{4l}(l^2-a^2)x^2 + \frac{wx^3}{6} + \frac{wl^3}{24} - \frac{wa^2 l}{12} - \frac{w}{4l}(l+a)^2(x-l)^2\right]$$

தொய்வுக் கோவை

$$= \frac{1}{EI}\left[-\frac{w}{12l}(l^2-a^2)x^3 + \frac{wx^4}{24}x + \frac{wlx^3}{24} - \frac{wa^2 lx}{12} - \frac{w}{12l}(l+a)^2(x-l)^3\right]$$

A-ல் சாய்வு

$x = 0$ பிரதியிட

$$= \frac{1}{EI}\left[\frac{wl^3}{24} - \frac{wa^2 l}{12}\right]$$

B-ல் சாய்வு ($x = l$ பிரதியிட)

$$= \frac{1}{EI}\left[-\frac{w}{4}(l^2-a^2)l + \frac{wl^3}{6} + \frac{wl^3}{24} - \frac{wa^2 l}{12}\right]$$

$$= \frac{1}{EI}\left[-\frac{wl^3}{24} + \frac{wa^2 l}{6}\right]$$

A, *B* தாங்குகளில் சாய்வு விகிதம்

$$= \theta_A/\theta_B$$

$$= (l^2 - 2a^2)/(-l^2+4a^2)$$

$$= \frac{14a^2}{-12a^2} = -1{\cdot}167$$

D-ல் தொய்வு ($x = l/2$)

$$= \frac{1}{EI}\left[-\frac{w}{12\,l}(l^2 - a^2)\frac{l^3}{8} + \frac{w}{24}\frac{l^4}{16} + \frac{wl^3}{24}\frac{l}{2} - \frac{wa^2 l}{12}\frac{l}{2} \right]$$

$$= \frac{1}{EI}\left[\frac{5}{384}\,wl^4 - \frac{wa^2\,l^2}{32} \right]$$

$$= \frac{wl^2}{32\,EI}\left[\frac{5l^2}{12} - a^2 \right]$$

C-ல் தொய்வு ($x = l + a$)

$$= \frac{1}{EI}\left[-\frac{w}{12\,l}(l^2 - a^2)\,(l + a)^3 + \frac{w}{24}(l + a)^4 + \left(\frac{wl^3}{24} - \frac{wa^2 l}{12}\right)(l + a) - \frac{w}{12\,l}(l + a)^2\,a^3 \right]$$

$$= \frac{w}{24\,EI}\left[-al^3 + 4\,a^3 l + 3\,a^4 \right]$$

$$= \frac{wa}{24\,EI}\left[-l^3 + 4\,a^2 l + 3a^3 \right]$$

தொய்வு விகிதம் $= \dfrac{y_D}{y_C}$

$$= \frac{wl^2}{32\,EI}\left(\frac{5\,l^2}{12} - a^2\right)\frac{24\,EI}{wa\,(-l^3 + 4\,a^2 l + 3\,a^3)}$$

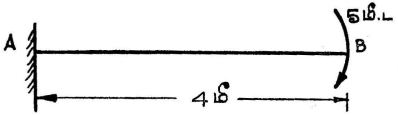
$$= \frac{17\,a^4}{6} \times \left(-\frac{24}{45\,a^4}\right) = -\frac{68}{45}$$

$$= -1{\cdot}51$$

எடுத்துக்காட்டு 3-5.

இடைதொலை (தாவகலம்) 4 மீட்டர் உள்ள ஒரு பிடிமான கவை உத்திர நுனியில் 5 மீட்டர் டன் செறிவு வளைவு திருப்பு திறன் இயங்கினால், பெரும சாய்வு, பெரும தொய்வு கணக்கிடுக. $I = 20{,}000\ \text{cm}^4$; $E = 2{\cdot}1 \times 10^6\ \text{Kg/cm}^2$.

பிடிமான கவை உத்திரத்தில் பெரும தொய்வும் பெரும சாய்வும்உத்திர நுனியில் பெறப்படும்.



படம் 3-26.

$$EI\, d^2y/dx^2 = -M_{XX} = +M_1$$
$$EI\, dy/dx = M_1 x + C_1$$
$$EI\, y = \frac{M_1 x^2}{2} + C_1 x + C_2$$

நிலைத்தாங்கியில் சாய்வு சூன்யம். பிரதியிட C_1 சூன்யம் என்பது பெறப்படும். தொய்வு நிலைத்தாங்கியில் சூன்யம் ஆதலால் C_2 சூன்யம் என்பது பெறலாம்.

$\therefore$ பெரும தொய்வு $(x = l)$ $= \dfrac{M_1 l^2}{2\,EI}$

$$= \frac{(5 \times 1000 \times 100)\ (4 \times 100)^2}{2 \times 2{\cdot}1 \times 10^6 \times 20{,}000}$$

$= 0{\cdot}909$ செமீ.

பெரும சாய்வு $(x = l)$ $= \dfrac{M_1 l}{EI}$

$$= \frac{(5 \times 1000 \times 100)\ 4 \times 100}{2{\cdot}1 \times 10^6 \times 20{,}000}$$

$= 0{\cdot}004761$ ரேடியன்.

பயிற்சி 3

3-1. இடைதொலை 'l' உள்ள, பிடிமான கவை உத்திரத்தில், செறிவு பளு 'W' நிலைத்தாங்கியிலிருந்து $l/3$ தொலைவில் இயங்கினால், உத்திர மையத்திலும், உத்திர நுனியிலும் சாய்வு, தொய்வு காண்க.

3-2. 10×15 செமீ. அளவு செவ்வகக் குறுக்கு வெட்டுள்ள 2 மீட்டர் நீள பிடிமான கவை உத்திரம் நீளம் முழுவதும்

மீட்டருக்கு 1·5 டன் விகித சீரான பரவலான பளு இயங்கு கிறது. யங்கின் மீள்சக்திக் குணகம் (Young's modulus of Elasticity) 2×106 கிகி./செமீ.^{2} எனக் கொண்டு, பெரும தொய்வு கணக்கிடுக.

3-3. 10 செ மீ. விட்ட வட்டக் குறுக்குவெட்டு இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திர இடைதொலை 4 மீட்டர். பெரும தொய்வு 5 மி மீ-க்கு அதிகப்படக் கூடாது என்ருல், மையத்தில் அனுமதிக்கத் தக்க பெரும அளவு பளுவின் அளவு $E = 2000$ டன்/செமீ^{2} எனக் கொண்டு கணக்கிடுக.

3-4. இடப் பக்கம் நிலைத்தாங்கியுள்ள 3 மீட்டர் நீள பிடிமான கவை உத்திர நுனியில் வலஞ்சுழி திருப்புதிறன் 75,000 கிகி.—செமீ. இயங்கினுல், பெரும வளைவு திருப்பு திறன், பெரும சாய்வு கணக்கிடுக. E-ன் மதிப்பு 2000 டன்/செ. மீ^{2} ஆகவும், I-ன் மதிப்பு 2500 செமீ^{4} ஆகவும் கொள்க.

3-5. வினு 3-2-ல் தரப்பட்டுள்ள உத்திர குறுக்குவெட்டு பிடிமான கவையிலிருந்து பாதி தொலைவரை 10 செமீ $\times$ 15 செ. மீ ஆகவும், மீதி உள்ள பாதியில் 10 செமீ $\times$ 10 செமீ ஆகவும் இருந்தால், பெரும தொய்வு எவ்வளவு அதிக மாகும்?

3-6. மைய செறிவு பளு இயக்கத்திற்கு உட்பட்டிருக்கும், இயற் போக்குத் தாங்கு உத்திரத்தில் 10 செமீ $\times$ 20 செமீ அளவு செவ்வகக் குறுக்குவெட்டு பயன்படுத்துவதற்குப் பதிலாக, 10 செமீ $\times$ 10 செமீ அளவு குறுக்குவெட்டுள்ள உத்திரங்கள் இரண்டை ஒன்றின்மீது ஒன்ருக இருத்தி, பயன்படுத்துவதால் பெரும தொய்வு எத்தனை மடங்கு அதிகமாகும்?

3-7. 8 மீட்டர் இடைதொலை இயற்போக்குத் தாங்கு உத்தி ரத்தில் 4 டன், 8 டன், 6 டன் எடை செறிவு பளுக்கள் இடது தாங்கியிலிருந்து முறையே 2 மீ, 4 மீ, 6 மீ தொலை களில் இயங்குகின்றன. பெரும தொய்வு அளவும், விளைவுறும் வெட்டுமுக நிலையும் காண்க. உத்திர வெட்டு முக சடத்துவ திருப்புதிறன் 40,000 செமீ^{4} என்றும், $E = 2000$ டன்/செமீ^{2} என்றும் கொள்க.

3-8. 30 மீட்டர் இடைதொலை இயற்போக்குத் தாங்கு கர்டரில், பெரும தொய்வு 4 செமீ அளவுக்கு அதிகமாகக்கூடாது என்றால், வெட்டுமுகத்தின் சடத்துவத் திருப்புதிறன் கணக்கிடுக. கர்டரில் சீரான பரவலான பளு 4 டன்/மீட்டர் இயங்குவதாகவும், யங்கின் மீள்சக்திக் குணகம் $2{\cdot}1 \times 10^6$ கி கி, செ மீ^{2} எனவும் கொள்க.

3-9. தரைமட்டத்துக்கு மேல் நிலைக்குத்தாக 3 மீட்டர் இருக்கும்படி பிடிமானமாக நிலைநிறுத்தப்பட்டுள்ளது. தரை மட்டத்துக்கு மேல் 2 மீட்டர் உயரத்தில் 1000 கிகி அளவு கிடைத்தள இழுவை விசை இயங்குகிறது. கம்ப குறுக்கு வெட்டு 15 செமீ வெளி விட்டமும், 12 செமீ. உள் விட்டமும் கொண்ட வட்ட வடிவமாகும். $E = 2000$ கி கி/ செ மீ^{2} ஆனால், கம்ப மேல்மட்டத்தில் தொய்வு கணக்கிடுக.

3-10. மொத்த நீளம் 10 மீட்டர் உள்ள உத்திரம் இரண்டு பக்கமும் 2 மீட்டர் நீளம் உள்ள புறந்துருத்திகள் உள்ளதாக இயற்போக்குத் தாங்கிகள்மீது 6 மீ இடைதொலைவுடன் அமைக்கப்பட்டுள்ளது. உத்திர இடது நுனியில் 3 டன் பளுவும், வலது நுனியில் 5 டன் பளுவும் இயங்கினால், உத்திர மையத்தில் எதிர் தொய்வு கணக்கிடுக.

3-11. 10 மீட்டர் இடைதொலை இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திரத்தில் மைய 4 மீட்டர் தொலைக்கு மீட்டருக்கு 2 டன் விகித சீரான பரவலான பளு இயங்குகிறது. பெரும தொய்வு கணக்கிடுக. இதே அளவு பெரும தொய்வு தர, உத்திர முழுமையும் இயங்கும் சீரான பரவலான பளு எண் அளவு கணக்கிடுக.

4. நிலையியல்படி தீர்வு தேரப்பெருத உத்திரங்கள்

(Statically Indeterminate Beams)

4-1. பொது

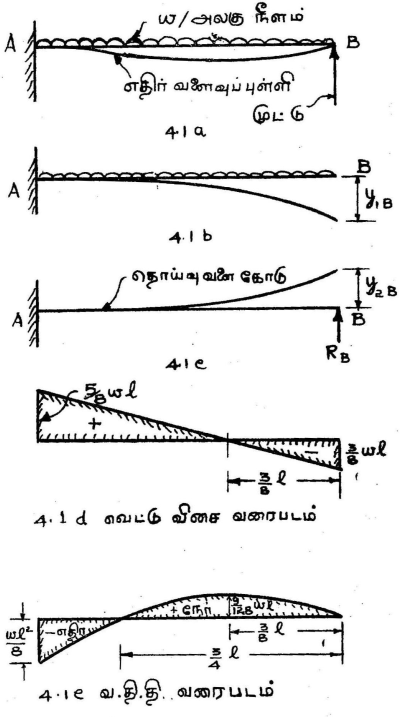
அமைப்புகளை நிலையியல்படி தீர்வு காணக்கூடிய அமைப்புகள் (Statically determinate structures), நிலையியல்படி தீர்வு தேரப்பெருத அமைப்புக்கள் (Statically indeterminate structures) என்று இரண்டு பெரும் கூறுகளாகப் பிரிக்கலாம் என்பதை முன் அத்தியாயம், பிரிவுக்கூறு 3-1-ல் படித்தோம். நிலையியல்படி தீர்வு தேரப்பெருத அமைப்புகளில் தாங்குவிசைகள், உள்விசைகள் போன்றவை கணக்கிட நிலையியல் தத்துவ சமநிலைச் சமன்பாடுகளுடன் பளுவின் இயக்க விளைவால் தாங்குகள், உறுப்பு இணைப்புகள் ஆகியவை அமைந்துள்ள முறைக்கு ஒப்ப ஏற்படக்கூடிய சாய்வு, தொய்வு போன்றவற்றைக் கொண்டு மேற்கொண்டு தேவைப்படும் சமன்பாடுகள் அமைத்திட வேண்டுமென்றும் படித்தோம். இந்த அத்தியாயத்தில் முட்டுக்கொடுக்கப்பட்ட உத்திரங்கள் (Propped beams), நிலைத்தாங்கி உத்திரங்கள் (Fixed beams), தொடர் உத்திரங்கள் (Continuous beams) முதலியவற்றில் தாங்குவிசை, வெட்டுவிசை, வளைவு திருப்புதிறன், சாய்வு, தொய்வு முதலானவைகள் கணக்கிடும் விதம் காண்போம்.

4-2. முட்டுக்கொடுக்கப்பட்ட உத்திரங்கள் (Propped beams)

பிடிமான கவை உத்திரத்தின் முனையிலோ அல்லது வேறு ஏதாவது ஒரு புள்ளியிலோ முட்டுக்கொடுத்து தொய்வு முழுவதுமோ அல்லது பகுதியோ நீக்கப்படலாம்; அல்லது இயற் போக்குத் தாங்கு உத்திரத்தில் தாங்குகட்கிடையில் ஏதாவது ஒரு புள்ளியில் முட்டுக்கொடுக்கப்படலாம். இவற்றை முட்டுக்கொடுக்கப்பட்ட உத்திரங்கள் என்கிறோம்.

முட்டுகள் இரு வகைப்படும். நெகிழ்ச்சி அடையாத விறைப்பான முட்டுகள் (Rigid Props), நெகிழ்ச்சியான முட்டுகள் (Flexible Props) என்பவையாகும்.

(a) பிடிமான கவை உத்திர முனையில் விறைப்பான முட்டு



படம் 4-1.

படம் 4-1 (a)-ல் காட்டப்பட்டுள்ளபடி, பிடிமான கவை உத்தி ரத்தில் உத்திர முழுமையும் சீரான பரவலான பளு இயங்குகிறது. முனை B-ல் விறைப்பான முட்டு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இந்த உத்திரத்தில் கணக்கிட வேண்டிய தாங்கு விசைகள் மூன்று, ஆகும்; அவை: பின்வருமாறு

(i) பிடிமான கவையில் செங்குத்து விசை

(ii) பிடிமான கவையில் 'நிலை திருப்புத்திறன்' (Fixing Moment)

(iii) முட்டு B-ல் செங்குத்து விசை.

மூன்று தாங்கு விசைகளும் கணக்கிட, நிலையியல் சமன் பாட்டில் பயன்படுத்தக்கூடிய சமநிலைச் சமன்பாட்டில் $\Sigma F_Y = 0$, $\Sigma M = 0$ ஆகிய இரண்டுடன், உத்திர வளைவு நிலையைப் பொறுத்து, மேற்கொண்டு ஒரு சமன்பாடு அமைத்துத் தீர்வு காணப்படும்.

தேவையான சமன்பாடுகள் அமைக்க, முட்டு B நீக்கப் பட்டால் பெறும் நிலையைக் கருதுக. படம் 4-1 (b)-ல் காட்டப் பட்டிருக்கிறபடி பிடிமான கவை உத்திரம் பளுவுடன் உள்ளது ஆகும். இவ்வுத்திரம் B-ல் $wl^4/8\,EI$ அளவு - தொய்வடையும் (உத்திரத்தில் சீரான பரவலான பளு அளவை 'w'-யும், இடை தொலை அல்லது தாவகலத்தை 'l'-ம் யங்கின் மீள்சக்திக் குணகத்தை 'E'-யும், சடத்துவத் திருப்புதிறன் அளவை I-யும் குறிக்கும்).

அடுத்ததாக, பிடிமான கவை உத்திரத்தின் முட்டுக் கொடுப் பதால் ஏற்படும் விளைவுகளைக் கருதுவோம். முட்டில் தாங்கு விசை R_B இயங்குவதாகக் கொள்க. படம் 4-1 (c)-ல் காட்டியுள்ளபடி B முனையில் தொய்வு ($R_B l^3/3\,EI$) ஆகும்.

முட்டுக் கொடுக்கப்பட்ட உத்திரத்தில் B-ல் தொய்வு சூன்ய மல்லவா? எனவே பளுவினுல் பெறப்பட்ட தொய்வு $wl^4/8\,EI$, முட்டுவினுல் பெறப்பட்ட எதிர் தொய்வுக்கு எண்ணளவில் சமம் அல்லது தொய்வு $wl^4/8\,EI$-ம் எதிர்த் தொய்வு $-R_B l^3/3\,EI$-ம் கூட்டல் பலன் சூன்யம். அதாவது

$$\frac{wl^4}{8\,EI} - \frac{R_B\,l^3}{3\,EI} = 0$$

$$\therefore\; R_B = 3/8\,wl.$$

சமநிலைச் சமன்பாடுகள் எழுத R_A, M_A பெறப்படும்

$$\Sigma F_Y = 0 \qquad \therefore \quad R_A + R_B - wl = 0$$

$$\therefore \quad R_A = \frac{5}{8} wl.$$

$\Sigma M = 0$ விலக்கப் பெருக்கற்பலன் A-ல் கணக்கிடுவோம். நிலை திருப்புதிறன் M_A அளவு இடஞ்சுழியாகக் கொள்க.

$$R_B. l - \frac{wl^2}{2} + M_A = 0$$

$$\therefore \quad M_A = \frac{wl^2}{8}$$

M_A, வெட்டுமுகம் AA-க்கு இடப்பக்கம் இடஞ்சுழியாதலால், வளைவு திருப்புதிறன் குறியீடு எதிர் வ.தி.தி. ஆகும்.

வெட்டு விசைப்படம், வரைபடம் 4-1 (d)-ல் காட்டப்பட்டிருக்கிறது. வகைமுக வெட்டுமுகம் 'XX', நிலைத்தாங்கு A-லிருந்து 'x' தொலைவில் எடுத்துக்கொள்க.

$$\text{வெ வி}_{XX} = -R_B + w(l - x)$$

$$= -3/8\, wl + w(l - x)$$

வெ.வி, $(l - x)$ = 3/8 l-ல் அதாவது $x = \frac{5}{8}\ l$-ல் சூன்யம்.

A-ல் வெட்டுவிசை ($x = 0$ பிரதியிட) 5/8 wl ஆகும்.
வ.தி.தி. படம், 4-1 (e)-ல் காட்டப்பட்டிருக்கிறது.

$$\text{வ.தி.தி.}_{XX} = R_B(l - x) - \frac{w(l - x)^2}{2}$$

$$= 3/8\, wl(l - x) - \frac{w(l - x)^2}{2}$$

பெரும் வ.தி.தி. $(l - x)$ = 3/8 l-ல் பெறப்படும் பிரதியிட

$$\text{பெரும வ.தி.தி.} = 3/8\, wl. - \frac{w}{2}(3/8l)^2$$

$$= 9/128\, wl^2$$

பெரும எதிர் வ.தி.தி. $(x = 0)$ பிரதியிட

$$= 3/8\, wl^2 - \frac{wl^2}{2} = \frac{-wl^2}{8}$$

மாறு வளைப்புள்ளி நிலை கணக்கிட, வ. தி. தி. கோவையைச் சூன்யத்துக்குச் சமனிடவேண்டும். அதாவது ;

$$3/8\, wl\,(l - x) - \frac{w}{2}(l-x)^2 = 0$$

$$\therefore\ (l-x) = \tfrac{3}{4}l$$

$$x = 1/4\, l.$$ ஆகும்.

அடுத்து சாய்வு, தொய்வுச் சமன்பாடுகள் அமைப்போம்.

வ. தி. தி. XX $(M_{XX}) = 3/8\, wl\,(l-x) - \dfrac{w\,(l-x)^2}{2}$

$$= -\frac{1}{8}wl^2 + \frac{5}{8}wlx - \frac{wx^2}{2}$$

$$EI\, dy/dx^2 = -M_{XX}$$

$$= wl^2/8 - \frac{5}{8}wlx + wx^2/2$$

$$EI\, d^2y/dx = wl^2x/8 - \frac{5}{8}wl\frac{x^2}{2} + \frac{wx^3}{2\times 3} + C_1$$

$x = 0$-ல் $dy/dx = 0 \quad \therefore\ C_1 = 0$

$$\therefore\ EI\, dy/dx = wl^2x/8 - \frac{5}{16}wlx^2 + \frac{wx^3}{6}$$

$$EI\, y = \frac{wl^2x^2}{16} - \frac{5}{48}wlx^3 + \frac{wx^4}{24} + C_2$$

$x = 0$-ல் $y = 0 \quad \therefore\ C_2 = 0$

$$\therefore\ EI\, y = \frac{wl^2x^2}{16} - \frac{5}{48}wlx^3 + \frac{wx^4}{24}$$

B-ல் சாய்வு $x = l$ பிரதியிட

$$= \frac{1}{EI}\left[wl^2\,\frac{l}{8} - \frac{5}{16}wl\cdot l^2 + \frac{wl^3}{6}\right]$$

$= -\, wl^3/48\, EI$ ஆகும்.

பெரும தொய்வு

தொய்வு பெரும அளவு உள்ள வெட்டுமுகம் காண சாய்வு சமன்பாட்டில் சாய்வு அளவுக்குச் சூன்யம் பிரதியிட்டுப் பெறலாம். (அதாவது)

$$\frac{wl^2x}{8} - \frac{5}{16}wlx^2 + \frac{wx^3}{6} = 0$$

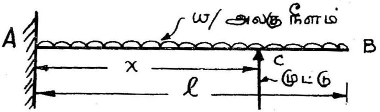
$$\therefore \quad x = 0{\cdot}58\,l$$

பெரும தொய்வு

$$= \frac{1}{EI}\left[\frac{wl^3}{16}(0{\cdot}58\,l)^2 - \frac{5}{48}wl\,(0{\cdot}58\,l)^3 + \frac{w}{24}(0{\cdot}58^3)^4\right]$$

$$= \frac{0{\cdot}0058\,wl^4}{EI}$$

(b) பிடிமான கவை உத்திரத்தில் மத்தியில் விறைப்பான முட்டு.



படம் 4-2.

முன் வகைமாதிரி போன்று, இவ்வகை மாதிரியிலும் முட்டு நீக்கப்பட்டுள்ளதாகக் கொண்டு முட்டுக் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் முகவெட்டில் தொய்வு கணக்கிட்டு, பெறப்படும் தொய்வை நீக்க முட்டில் எவ்வளவு தாங்குவிசை இயங்கவேண்டும் என்று கணக்கிடப்படும். முதலில் முட்டு நீக்கப்பட்டுள்ள போழ்து உள்ள தொய்வு கணக்கிடுவோம்.

$$\text{வ.தி.தி. } XX\,(M_{XX}) = -\frac{w(l-x)^2}{2}$$

$$= -\frac{wx^2}{2} + wlx - \frac{wl^2}{2}$$

$$EI\,d^2y/dx^2 = \frac{wx^2}{2} - wlx + \frac{wl^2}{2}$$

$x = 0$-ல் சாய்வு, தொய்வு சூன்யமாதலால், இருமா றித் தொகையீட்டில், சமன்பாடுகளில், பிரதியிட நிலையெண்கள் சூன்யமடையும்.

$$\therefore \quad EI\, dy/dx = \frac{wl^3x}{6} - \frac{wlx^2}{2} + \frac{wl^2x}{2}$$

$$EI\, y = \frac{wx^4}{24} - \frac{wlx^3}{6} + \frac{wl^2x^2}{4}$$

$$\underset{(x=l/2)}{EI\, y_C} = \frac{w}{24}\left(\frac{l}{4}\right)^4 - \frac{wl}{6}\left(\frac{l}{2}\right)^3 + \frac{wl^2}{4}\left(\frac{l}{2}\right)^2$$

$$= \frac{17}{384}\frac{wl^4}{EI}$$

முட்டில் தாங்குவிசை அளவு R_C எனக் கொள்க.

$$\begin{array}{r}\text{முட்டுத் தாங்குவிசையினுல்}\\ \text{எதிர் தொய்வு அளவு}\end{array} = R_C \left(\frac{l}{2}\right)^3 \frac{1}{3EI}$$

$$= \frac{R_C\, l^3}{24\, EI}$$

விறைப்பான முட்டுக்கொடுத்து, சூன்ய தொய்வு C-ல் ஏற்படும்.

$$\therefore \quad \frac{17}{384}\frac{wl^4}{EI} - \frac{R_C\, l^3}{24\, EI} = 0$$

$$\therefore \quad R_C = \frac{17}{16}\, wl$$

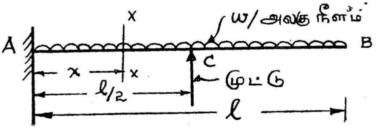
$$= 1{\cdot}0625\, wl.$$

வகை முகமாதிரி (a)-ல் முட்டு, பிடிமான கவை உத்திரமுனையில் அதாவது B-ல் உள்ளபொழுது தாங்குவிசை $0{\cdot}375\, wl$ என்றும், வகை முகமாதிரி (b)-ல் முட்டு பிடிமான கவை உத்திர மத்தியில் C-ல் உள்ளபொழுது தாங்குவிசை அளவு $1{\cdot}0625$ என்றும் கண்டோம். சீரான பரவலான பளு பிடிமான கவை உத்திர முழுமையும் இயங்கும்பொழுது, நிலைத்தாங்கியிலிருந்து வெவ்வேறு தொலைகளில் உள்ள முட்டுகளில் பெறும் தாங்கு விசை பட்டியல்படுத்தித் தரப்பட்டுள்ளது.

நிலைத் தாங்கியிலிருந்து முட்டு தொலை→	$\frac{l}{4}$	$\frac{3}{8}l$	$\frac{l}{2}$	$\frac{5}{8}l$	$\frac{3}{4}l$	$\frac{7}{8}l$	l
தாங்கு விசை	2·531 wl	1·55 wl	1·0625 wl	0·76 wl	0·592 wl	0·467 wl	0·375 wl

எடுத்துக்காட்டு 4-1.

சீரான பரவலான பளு உத்திர முழுமைக்கும் இயங்குகின்ற ஒரு பிடிமான கவை உத்திரத்தில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள முட்டில் தாங்கு விசை மொத்த பளுவில் (i) பாதியானுல் (ii) முக்கால் பாகமானுல் (iii) மொத்த பளுவுக்குச்சமமானுல் நிலைத்தாங்கியிலிருந்து எவ்வளவு தொலைவில் முட்டு இருக்கும் ?



படம் 4-3.
பிடிமான கவை உத்திரத்திரம்

படம் 4-3-ல் காட்டியுள்ளபடி, நிலைத்தாங்கியிலிருந்து x தொலையில் முட்டு இருப்பதாகக் கொள்க. முட்டுவில் தாங்குவிசை R_C எனக்கொள்க.

முட்டு நீக்கப்பட்டால், C-ல்

$$\text{தொய்வு} = \frac{1}{EI}\left(\frac{wx^4}{24} - \frac{wlx^3}{6} + \frac{wl^2x^2}{4}\right) \text{ என்பது}$$

வகைமாதிரி 4-26-லிருந்து பெறலாம்.

$$\text{முட்டுதரும் எதிர் தொய்வு} = \frac{R_C\, x^3}{3\, EI}$$

C புள்ளியில் தொய்வு சூன்யம் என்ற சமன்பாடு அமைக்க.

$$-\frac{R_C\, x^3}{3\, EI} + \frac{1}{EI}\left(\frac{wx^4}{24} - \frac{wlx^3}{6} + \frac{wl^2\, x^2}{4}\right) = 0$$

$$wx^2 - x\,(4\, wl + 8R_C) + 6\, wl^2 = 0$$

(i) $R_C = 0{\cdot}5\ wl$ பிரதியிட

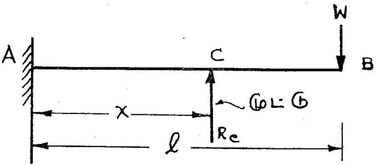
$$wx^2 - 8\ wlx + 6\ wl^2 = 0$$
$$(x - 4l)^2 = 10\ l^2$$
$$x = 0{\cdot}83l.$$

தாங்குவிசை பாதியானல், முட்டு நிலைத்தாங்கியிலிருந்து 0 83 l தொலைவில் இருக்கும்.

இதேபோல் $R_C = 0{\cdot}75\ wl$ பிரதியிட $x = 0{\cdot}63\ l$-ம் $R_C = l$ பிரதியிட $x = 0{\cdot}52\ l$-ம் பெறலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 4-2.

பிடிமான கவை உத்திரம் ஒன்றில் உத்திர முனையில் செறிவு பளு W இயங்குகிறது. உத்திரத்தில் வெட்டுமுகம் C-ல் முட்டுக் கொடுத்துத் தொய்வு சூன்யமாக்கப்படுகிறது.. முட்டுமீது தாங்கு விசை பளுவைப்போல் (i) 2 மடங்கானல் (ii) 3 மடங்கானல் (iii) 4 மடங்கானல், முட்டு நிலைத்தாங்கியிலிருந்து எவ்வளவு தொலைவிலிருக்கும் ?



படம் 4-4.

பிடிமான கவை உத்திரம்

படம் 4-4-ல் உள்ள உத்திரத்தில் முட்டு நீக்கப்பட்டிருப்ப தாகக் கொள்க. C-ல் தொய்வு கணக்கிடச் சமன்பாடு அமைப்போம்

வ. தி. தி. $_{XX}$-ல் $(M_{XX}) = -W(l - x)$
$$= -Wl + Wx$$
$$EI\ d^2y/dx^2 = +Wl - Wx$$
$$EI\ dy/dx = Wlx - \frac{Wx^2}{2}$$ (தொகையீட்டு நிலையெண் C_1 சூன்யம்)
$$EI\ y = \frac{Wlx^2}{2} - \frac{Wx^3}{6}$$ (தொகையீட்டு நிலையெண் C_2 சூன்யம்)
$$\therefore\ y = \frac{1}{EI}\left(\frac{Wlx^2}{2} - \frac{Wx^3}{6}\right)$$ ஆகும்.

C-ல் உள்ள முட்டுமீது உள்ள தாங்கு விசை R_C தரும் எதிர் தொய்வு $\frac{R_C\, x^3}{3\, EI}$

C-ல் தொய்வு சூன்யம் என்ற சமன்பாடு எழுத

$$- \frac{R_C\, x^3}{3\, EI} + \frac{W^3 x^2}{2\, EI} - \frac{W x^3}{6\, EI} = 0$$

$$- x\,(W + 2\, R_C) + 3\, l = 0$$

(i) $R_C = 2\, W$ ஆனல்

பிரதியிட $- x\,(W + 4\, W) + 3\, l = 0$

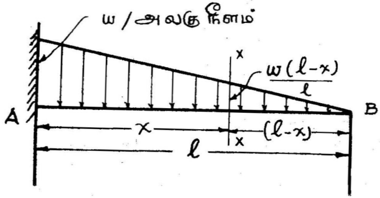
$\therefore \quad x = 0{\cdot}6\, l$

(ii) இதேபோன்று $R_C = 3\, W$ ஆனல் $x = 0{\cdot}4286\, l$ என்றும் (iii) $R_C = 4\, W$ என்றல் $x = 0{\cdot}333\, l$ என்றும் பெறலாம். (நிலைத் தாங்கியிலிருந்து முட்டு உள்ள தொலையை x குறிக்கிறது).

எடுத்துக்காட்டு 4-3.

பிடிமான கவை உத்திரம் ஒன்றில் படம் 4-5-ல் காட்டியிருப்பது போன்று சீராக மாறும் பரவலான பளு இயங்குகிறது.

(i) நிலைத்தாங்கியில் பளு அழுத்தம் மீட்டர் நீளத்துக்கு 4 டன் எனவும், இடைதொலை (Span) 5 மீட்டர் எனவும் கொண்டு, உத்திர முனையில் உள்ள முட்டுமீது பெறப்படும் தாங்குவிசை கணக்கிடுக. (ii) முட்டு திறம்பட கொடுக்கப்படாததால், முட்டு



படம் 4-5.
பிடிமான கவை உத்திரம்

இல்லாதபொழுது பெறப்படும் தொய்வில், 10 சதவீதத் தொய்வு முட்டுக்கொடுக்கப்பட்ட பின்னும் இருந்தால், முட்டுமீது தாங்கு விசை எவ்வளவு?

முட்டு இல்லாதபொழுது B-ல் தொய்வு $= \dfrac{wl^4}{30\,EI}$

முட்டுவில் தாங்கு விசை R_B எனக் கொள்க.

$$\therefore \quad \text{எதிர் தொய்வு} = \frac{R_B\, l^3}{3\, EI}$$

(i) தொய்வு முழுதுற நீக்கப்பட்டால்

$$-\frac{R_B\, l^3}{3\, EI} + \frac{wl^4}{30\, EI} = 0$$

$$\therefore \quad R_B = \frac{wl}{10}$$

(ii) 10 சதவீதத் தொய்வு நீக்கப்படாதிருந்தால்

$$-\frac{R_B\, l^3}{3\, EI} + \frac{wl^4}{30\, \mathrm{EI}} = \frac{1}{10}\left(\frac{wl^4}{30\, EI}\right)$$

$$\therefore \quad R_B = \frac{9}{100}\, wl.$$

பிரதியிட முட்டுமீது தாங்குவிசை (i) $\dfrac{4 \times 5}{10}$ அல்லது 2 டன் என்றும் (ii) $\dfrac{9}{100} \times 4 \times 5$ அல்லது 1·8 டன் என்றும் பெறப்படும்.

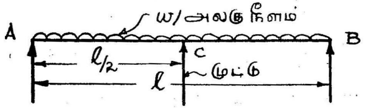
எடுத்துக்காட்டு 4-4.

முட்டுக்கொடுக்கப்பட்டுள்ள இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திரம், படம் 4-6-ல் காட்டப்பட்டிருக்கிறபடி சீரான பரவலான பளு இயக்கத்திற்கு உட்பட்டிருக்கிறது. முட்டில் பெறப்படும் தாங்குவிசை கீழ்க்குறிப்பிட்ட நிலைகளில் கணக்கிடுக :

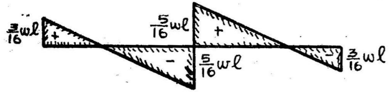
(i) தொய்வு C-ல் சூன்யம்.

(ii) தொய்வு C-ல் முட்டு இல்லாதபொழுது பெறப்படும் தொய்வில் பாதி.

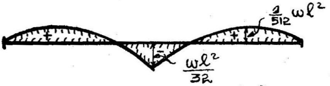
(iii) தொய்வு C-ல் எதிர்த் தொய்வு (மேல் பிறழ்வு) ஆக, முட்டு இல்லாத போழ்து பெறப்படும் தொய்வின் 0·6 மடங்கு :



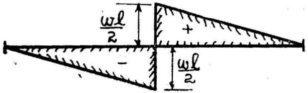
4·6 a



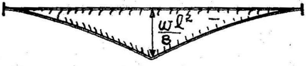
4·6 b வெ.வி



4·6 c வ.தி.தி



4·6 d வெ.வி



4·6 e வ.தி.தி

படம் 4-6.

(i) தொய்வு C-ல் சூன்யம்.

முட்டு இல்லாதபொழுது, C-ல் ஏற்படும் வெளி தடங்கலில்லாத் தொய்வு $\left.\right\} = \frac{5}{384}\frac{wl^4}{EI}$

(E, யங்கின் மீட்சிக் குணகத்தையும், I, சடத்துவத் திருப்பு திறனையும் குறிக்கின்றன.)

முட்டில் தாங்குவிசை அளவு R_C எனக் கொள்க.

$\therefore$ C-ல் மேல்நோக்கிய பிறழ்வு $= \frac{R_C\, l^3}{48\, EI}$

C-ல் தொய்வு சூன்யம் என்ற சமன்பாடு அமைக்க ......

$$\frac{5}{384}\frac{wl^4}{EI} - \frac{R_C\, l^3}{48\, EI} = 0$$

$$\therefore \quad R_C = \frac{5}{8}\, wl.$$

தாங்கு A யிலும், B யிலும் தாங்கு விசை அளவு சமம். கணக்கிட $R_A = R_B = \frac{3}{16}\, wl$ பெறப்படும்.

(ii) தொய்வு C-ல், முட்டு இல்லாதபொழுது பெறப்படும் தொய்வான $\frac{5}{384}\frac{wl^4}{EI}$-ல் பாதி ஆகும்.

எனவே முன்போலச் சமன்பாடு எழுத,

$$\frac{5}{384}\frac{wl^4}{EI} - \frac{R_C\, l^3}{48\, EI} = \frac{1}{2}\frac{5\, wl^4}{384\, EI}$$

$$R_C = \frac{5}{16}\, wl$$

கணக்கிட, $R_A = R_B = \frac{11}{32}\, wl$ ஆகும்.

(iii) C-ல் எதிர் தொய்வு (மேல்பிறழ்வு) அளவு, முட்டு இல்லாதபொழுது, தொய்வுறும் அளவான $\frac{5}{384}\frac{wl^4}{EI}$ ஐப் போல் 6 மடங்கு ஆகும்.

சமன்பாடு எழுத,

$$\frac{5}{384}\ \frac{wl^4}{EI} - \frac{R_C\ l^3}{48\ EI} = -\ 0{\cdot}6 \times \frac{5\ wl^4}{384\ wI}$$

$$\therefore\ R_C = wl$$ ஆகும்

கணக்கிட, $R_A = R_B =$ சூன்யம்.

[குறிப்பு: விறைப்பான முட்டுகள் இயங்கி, தொய்வு சூன்யம் அல்லது குறிப்பிட்ட அளவு உள்ளபொழுது கணக்கிடும் விதம் குறிப்பிடப்பட்டுள்ளது. சில முட்டுகள் நெகிழ்ச்சித் தன்மை வாய்ந்தவைகளாகும். எடுத்துக்காட்டாக ஒரு முட்டு அலகு தாங்கு விசைக்கு '∝' அளவு, அமுக்க மடையும் தன்மையுள்ளதாகக் கொள்வோம். இவ்வாறான முட்டு ஒன்றைப் பளு இயக்கத்துக்கு முன் கொடுத்துத் தொய்வு சூன்யமாக, முட்டு இயங்குமிடத்தில் அமைத்துக் கொள்வோம். பளு இயங்கினால், முட்டுமீது தாங்கு விசை பெறப்படும்; அதனால் தாங்கு விசையைப்போல் '∝' மடங்கு முட்டு அமுக்கமடைவதால், முட்டு கொடுக்கப் பட்ட இடத்தில் தொய்வு முட்டுத்தாங்கு விசையைப் போல் '∝' மடங்கு ஏற்படும். எனவே சமன்பாடு எழுத

$$\frac{5}{384}\ \frac{wl^4}{EI} - \frac{R_C\ l^3}{48\ EI} = R_C \propto$$

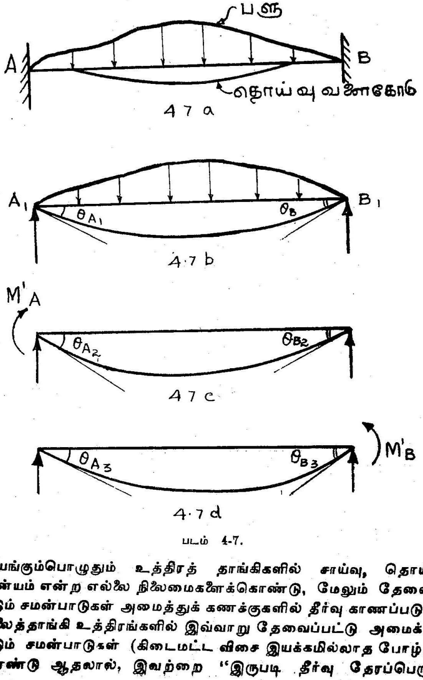
$$\therefore\ R_C = \frac{5}{8}\ \frac{wl}{\left(1 + \frac{48\ EI\propto}{l^3}\right)}$$

ஆகவே, நெகிழ்ச்சியான முட்டுமீது தாங்குவிசை விறைப் பான முட்டுமீது பெறப்படுவதினும் குறைவு.]

4-3. நிலைத்தாங்கி உத்திரங்கள் (Fixed Beams)

நிலைத்தாங்கி உத்திரங்களில், தாங்கிகள் உத்திரத்தை நகர விடாமல் தடுப்பதுடன், உத்திரம் தாங்கிக்குள் கட்டப்பட்டுள்ள வெட்டு முகத்தில், சாய்வு பெறமுடியாதபடியும் தடுக்கின்றன. எனவே தாங்கிகளில் செங்குத்து விசை, கிடைமட்ட விசை ஆகிய வற்றுடன் திருப்புதிறனும் இயங்கும். கிடைமட்ட வெளி விசை அல்லது வெளி விசையின் கிடைமட்டக்கூறு சூன்யம் ஆக உள்ள உத்திரங்களில் ஒவ்வொரு தாங்கியிலும் செங்குத்து விசை நிலை திருப்புதிறன் (Fixing Moment) ஆகிய இரண்டும் கணக்கிட

வேண்டும். எனவே, உத்திரங்களின் தாங்கிகள் இரண்டிலும் கணக்கிட்டுத் தெரியவேண்டிய விசைகள் மொத்தம் நான்கு ஆகும். நிலையியல் சமநிலைத் தத்துவப்படி, $\sum F_Y = 0$, $\sum M = 0$ என்ற இரண்டு சமன்பாடுகளுடன், (கிடைமட்ட விசை இயக்கம் சூன்யமாகக் கொண்டுள்ளதால் $\sum F_X = 0$ சமன்பாடு பயன்படாது), பளு



படம் 4-7.

இயங்கும்பொழுதும் உத்திரத் தாங்கிகளில் சாய்வு, தொய்வு சூன்யம் என்ற எல்லை நிலைமைகளைக்கொண்டு, மேலும் தேவைப் படும் சமன்பாடுகள் அமைத்துக் கணக்குகளில் தீர்வு காணப்படும்; நிலைத்தாங்கி உத்திரங்களில் இவ்வாறு தேவைப்பட்டு அமைக்கப் படும் சமன்பாடுகள் (கிடைமட்ட விசை இயக்கமில்லாத போழ்து) இரண்டு ஆதலால், இவற்றை "இருபடி தீர்வு தேரப்பெறாத

உத்திரங்கள்'' (Indeterminate Beams of Second Order) என்பர். இவ்வகை அமைப்புகளில் முதலில் நிலை திருப்புதிறன் கணக்கிட்டு, அதன்பின் நிலையியல் சமன்பாடுகள் அமைத்துத் தேவையான சார்பு விசைகளைக் கணக்கிடுவர். இப் பிரிவுக் கூறில் ''நிலை திருப்பு திறன்'' கணக்கிடும் விதம் தரப்பட்டுள்ளது.

படம் 4-7 (a)-ல் நிலைத்தாங்கி உத்திரம், அதில் இயங்கும் வெளி விசைகளுடன் காண்பிக்கப்பட்டிருக்கிறது. இந்த உத்திரத்தில் விளைவுகள், படம் 4-7 (b)-ல் காட்டப்பட்டுள்ள பளுவுடன் கூடிய இயற்போக்குத் தாங்கி உத்திர விளைவுகளையும், படம் 4-7 (c)-ல் காட்டப்பட்டுள்ள, இடது தாங்கி நிலை திருப்புதிறனுக்கு உட்பட்டுள்ள இயற்போக்கு தாங்கி உத்திர விளைவுகளையும், படம் 4-7 (d)-ல் காட்டப்பட்டுள்ள, வலது தாங்கி நிலை திருப்புதிறனுக்கு உட்பட்டுள்ள அதே இயற்போக்குத் தாங்கி உத்திர விளைவுகளையும் சேர்த்துப் பெறும் விளைவுகட்குச் சமம். அதாவது இடது தாங்கி சாய்வு (θ_A), எடுத்துக்காட்டாக எடுத்துக்கொண்டால்

$$\theta_A = \theta_{A1} + \theta_{A2} + \theta_{A3} \text{ ஆகும்} \qquad \ldots \quad (1)$$

அதேபோன்று, இடது தாங்கி, வலது தாங்கிச் சாய்வு இவற்றின் கூட்டுத்தொகையைக் கருத

$$\theta_A + \theta_B = (\theta_{A1} + \theta_{B1}) + (\theta_{A2} + \theta_{B2}) + (\theta_{A3} + \theta_{B3}) \qquad \ldots \quad (2)$$

ஆகும்.

சமன்பாடு (2)-ல் உள்ள சாய்வுகளின் மதிப்பு குறிப்பிட, 4-7 (b)-ல் உள்ள உத்திரத்தில் பெறும் வளைவு திருப்புதிறன் படப் பரப்பளவு A என்றும், B தாங்கியிலிருந்து இப் பரப்பளவின் ஈர்ப்பு மையத் தொலை $\overline{x}_B$ என்றும், இடதுதாங்கி, வலதுதாங்கி நிலை திருப்புதிறன் முறையே M'_A, M'_B என்றும் கொள்வோம்.

$$\theta_A = 0$$

$$\theta_A = \theta_B = 0$$

$$\theta_{A1} = \frac{A\overline{x}_B}{EI\,l}$$

$$\theta_{A1} + \theta_{B1} = \frac{A}{EI}$$

$$\theta_{A}^{2} = \frac{M'_{A}\, l}{3\,EI}$$

$$\theta_{A}^{2} + \theta_{B}^{2} = \frac{M'_{A}\, l}{2\,EI}$$

$$\theta_{A3} = \frac{M'_{B}}{6\,EI}$$

$$\theta'_{AB} + \theta'_{B3} = \frac{M'_{B}\, l}{2\,EI}$$

சமன்பாடு (1)-ல் பிரதியிட

$$0 = A\,\overline{x}_{B}/EI\, l + \frac{M'_{A}\, l}{3\,EI} + \frac{M'_{B} l}{6\,EI}$$

$$\therefore \quad 2\,M'_{A} + M'_{B} = -\frac{6\,A\,\overline{x}_{B}}{l^{2}} \quad \ldots \quad (3)$$

(2) ஆவது சமன்பாட்டில் பிரதியிட

$$0 = \frac{A}{EI} + \frac{M'_{A} l}{2\,EI} + \frac{M'_{B}\, l}{2\,EI}$$

$$M'_{A} + M'_{B} = -\frac{2\,A}{l} \quad \ldots \quad (4)$$

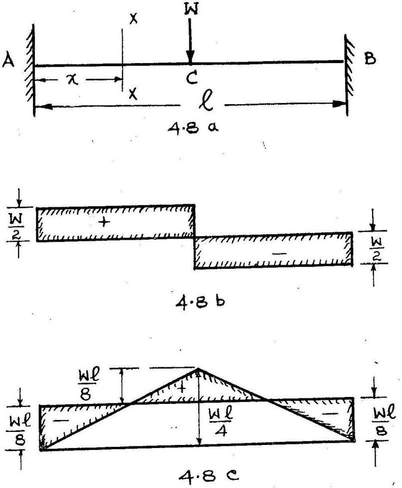
சமன்பாடுகள் (3), (4) இவற்றிற்குத் தீர்வு காண M'_{A}, M'_{B} ஆகிய நிலை திருப்புதிறன்களின் அளவு தெரியவரும்.

அடுத்துவரும் எடுத்துக்காட்டுகளில் நியமமான பளுக்களுக்கு, நிலை திருப்புதிறன் கணக்கிட்டு வளைவு திருப்புதிறன், சாய்வு, தொய்வு ஆகியன கணக்கிடும் முறையும் தரப்பட்டுள்ளது.

எடுத்துக்காட்டு 4-5.

மைய செறிவு பளு நிலைத்தாங்கி உத்திரத்தில் இயங்குகின்றது. நிலை திருப்புதிறன் தெரிந்திடுக. வெட்டுவிசைப் படம், வளைவு திருப்புதிறன் படம் வரைக. சாய்வு, தொய்வு சமன்பாடுகள் அமைத்துப் பெரும அளவுகள் காண்க.

படம் 4·8(a)-ல் காண்பிக்கப்பட்டுள்ளபடி, உத்திர மைய வெட்டு முகமான C-ல் செறிவு பளு W இயங்கட்டும். பிரிவுக்கூறு 4-3-ல் பெறப்பட்ட வாய்பாட்டினைப் பயன்படுத்தி நிலை திருப்புதிறன் M'_A, M'_B கணக்கிடுவோம்.



படம் 4-8.

4-8(a) நிலைத்தாங்கி உத்திரம்,

4-8(b) வெட்டு விசைப் படம்,

4 8(c) வளைவு திருப்புதிறன் படம்.

அதாவது $2M'_A + M'_B = -\frac{6A\bar{x}_B}{l^2}$ ... (1)

$$M'_A + M'_B = -\frac{2A}{l} \quad .. \quad (2)$$

A = இயற்போக்குத் தாங்கி உத்திர வளைவு திருப்பு திறன் படப் பரப்பளவு

$$= \frac{1}{2}\frac{Wl}{4}\cdot l$$

$$= \frac{Wl^2}{8}$$

$$\bar{x}_B = l/2$$

பிரதியிட

$$2\,M'_A + M'_B = -\frac{6}{l_2}.\ \frac{Wl^2}{8}\frac{l}{2}$$

$$= -\frac{3}{8}Wl \qquad \ldots (3)$$

$$M'_A + M'_B = -\frac{2}{l}\frac{Wl^2}{8}$$

$$= -\frac{Wl}{4} \qquad \ldots (4)$$

சமன்பாடு 3-லிருந்து சமன்பாடு (4) ஐக் கழிக்க,

$M'_A = -\dfrac{Wl}{8}$ என்றும்

$M'_B = -\dfrac{W}{8}l$ எனவும்

பிரதியிட பெறப்படும்.

[குறிப்பு : $M'_A = M'_B$ ஆதலால், சமன்பாடு 2ஐ மட்டும் பயன் படுத்தி, M'_A M'_B கணக்கிடலாம்.]

நிலை திருப்புதிறன் அளவு தாங்கிகள் இரண்டிலும் ஒரே சம அளவாகவும், இடது தாங்கியில் இடஞ்சுழியாகவும் வலது தாங்கி யில் வலஞ்சுழியாகவும் இருப்பதால், நிலை திருப்புதிறன் இரண்டும், வேறு விசைகள் தாங்கிகளில் இயங்காமலேயே சமநிலையில் உத்திரம் இருக்கச் செய்யும்; எனவே நிலைத்தாங்கி உத்திரத்தில், இவ்வாறு நிலை திருப்புதிறன் சம அளவுகளாக எதிர்ச்சுழிகளாக இருந்தால், செங்குத்துத் தாங்குவிசை, அதனை ஒத்த இயற்

போக்குத் தாங்கு உத்திரத்தில் பெறும் தாங்குவிசைக்குச் சமம். பளு சமச்சீர் ஆனதால்,

$$R_A = R_B = \frac{W}{2}$$

வெட்டுவிசைப் படம், படம் 4-8 (*b*)-ல் காட்டப்பட்டுள்ளது.

வளைவு திருப்புதிறன்

வளைவு திருப்புதிறன் வரைபடம் வரையும்விதம் காண்போம். முதலில் கொடுக்கப்பட்ட நிலைத்தாங்கி உத்திரத்தை ஒத்த இயற் போக்குத் தாங்கி உத்திரத்தின் வ. தி. தி. வரைபடம் வரைக. அவ்வரைபட அடிக்கோட்டின் மீதே, நிலை திருப்புதிறன் விளைவுக் கான வரைபடம் போட்டால், நிலைத் தாங்கி உத்திரத்துக்கான வளைவு திருப்புதிறன் வரைபடம் கிடைக்கும். நிலைதிருப்புதிறனுக் கான வரைபடம் போடும்போது, நிலை திருப்புதிறன் நேர்வளைவு திருப்புதிறன் ஆனுல், எதிர் வளைவு திருப்புதிறன் பக்கமும், எதிர் வளைவு திருப்புதிறன் ஆனுல், நேர் வளைவு திருப்புதிறன் பக்கமும் வரைய வேண்டும். படம் 4-8 (*b*)-ல் வ.தி.தி. வரைபடம் காட்டப்பட்டுள்ளது.

சாய்வு, தொய்வுச் சமன்பாடுகள்.

தாங்கி A யிலிருந்து x $(0 \gtrless x \gtrless l/2)$ தொலைவில் XX வெட்டு முகம் கருதுக.

$$M_{XX} \text{ (வ. தி. தி. xx)} = M_A + R_A \cdot x + (M_B - M_A)\frac{x}{l}$$

$$M_B = M_A = -\frac{W^8}{8}$$

$$\therefore \quad M_{XX} = -\frac{Wl}{8} + \frac{W}{2}x$$

$$EI\frac{d^2y}{dx^2} = -M_{XX}$$

$$= Wl/8 - (W/2)x$$

$$EI\, dy/dx = \frac{Wlx}{8} - \frac{W}{2}\frac{x^2}{2} + C_1$$

($x = 0$-ல் $dy/dx = 0$, எனவே C_1 சூன்யம்)

$$EI\, y = \frac{Wlx^2}{16} - \frac{Wx^3}{12} + C_2$$

($x = 0$-ல் $y = 0$. ஆகவே C_2 சூன்யம்.)

சமச்சீரான பளு ஆனதால், CB பகுதி CA பகுதியின் C-ன் மீதுள்ள ஆடியில் பெறப்படும் பிம்பம் போன்றது. மேலும் சாய்வு C-ல் சூன்யம்; பெரும தொய்வு C-ல் பெறப்படும்; $x = l/2$ பிரதியிட

$$\text{பெரும தொய்வு} = 1/EI \left[\frac{Wl}{16}\left(\frac{l}{2}\right)^2 - \frac{W}{12}\left(\frac{l}{2}\right)^3\right]$$

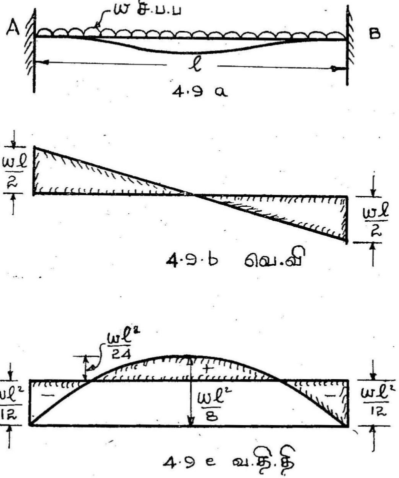
$$= \frac{Wl^3}{192\, EI}$$

[குறிப்பு: இயற் போக்குத் தாங்கு உத்திரம், நிலைத்தாங்கு உத்திரம் இவற்றில் மைய செறிவு பளு இயக்க விளைவுகளை ஒப்பிட்டுப் பார்த்து, திறம்பட செயல்புரியும் உத்திரம் எது என்பது அமைப்பியல் பொறி இயலர் தெரிந்து கொள்வது அமைப்புத் திட்டமிடப் பயன்படும்.]

இயற் போக்குத் தாங்கு உத்திரத்தில் பெரும வளைவு திருப்புத் திறன் $\frac{Wl}{4}$; ஆனால் நிலைத்தாங்கு உத்திரத்தில் பெரும வளைவு திருப்புத் திறன் $\frac{Wl}{8}$ தான். அதாவது இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திர வளைவு திருப்புதிறன் அளவில் பாதி அளவு வளைவு திருப்புதிறனே நிலைத்தாங்கு உத்திரத்தில் விளைவுறும். இதே மாதிரி தொய்வும் நிலை திருப்புதிறனில் மிகவும் குறைவான அளவே விளைவுறுகிறது. இ. பொ. தா. உத்திரத்தில் பெரும தொய்வு அளவு $\frac{Wl}{48EI}$ ஆகும்; ஆனால் நிலைத்தாங்கி உத்திரத்தில் பெரும தொய்வு அளவோ $\frac{Wl}{192\, EI}$ தான்; அதாவது முன்னதில் நாலில் ஒரு பகுதியே ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 4-6.

நிலைத்தாங்கி உத்திரத்தில் சீரான பரவலான பளு இயங்கினால், நிலை திருப்புதிறன் கணக்கிடுக. வெட்டுவிசை, வளைவு திருப்புதிறன் வரைபடம் வரைக. மாறு வளைவுப் புள்ளிகள் நிலை தெரிந்திடுக. சாய்வு, தொய்வு சமன்பாடுகள் அமைத்து, பெரும தொய்வு கணக்கிடுக.



படம் 4-9

சமச்சீர் பளு ஆனதால் $M'A = M'B$ இயற்போக்குத் தாங்கு வளைவு திருப்புத்திறன் படம் பரப்பு (A)

$$= \frac{2}{3}\left(\frac{Wl^2}{8}\right)l = \frac{Wl^3}{12}$$

வாய்பாடுப்படி $M'_A + M'_B = -2\frac{A}{l}$

$$\therefore \quad 2M'_A = -2.\frac{Wl^3}{12}.\frac{1}{l}$$

$$M'_A = M'_B = -\frac{Wl^2}{12}$$

சமச்சீர் பளு ஆனதால்

$$R_A = R_B = \frac{Wl}{2}$$

வெட்டு விசை வரைபடம், வளைவு திருப்புதிறன் வரைபடம் வரையப்பட்டுள்ளது.

A தாங்கியிலிருந்து 'x' தொலைவில் XX வெட்டுமுகம் கருதுக.

$$M_{XX}\ (\text{வ. தி. தி}_{XX}) = +M_A + R_A x - \frac{Wx^2}{2}$$

$$= -\frac{Wl^2}{12} + \frac{Wl}{2}x - \frac{Wx^2}{2}$$

மாறு வளைவுப் புள்ளிகள் நிலைகாண, வ. தி. தி. கோவையைச் சூன்யத்துக்குச் சமனிட்டு, x-ன் மதிப்பு கணக்கிடுக.

அதாவது $-\frac{Wl^2}{12} + \frac{Wlx}{2} - \frac{Wx^2}{2} = 0$

$$x^2 - xl + \frac{l^2}{6} = 0$$

$$\left(x - \frac{l}{2}\right)^2 = \frac{l^2}{12}$$

$$\therefore x - \frac{l}{2} = \pm\frac{l}{2\sqrt{3}}$$

$$= \frac{l}{2} \pm 0{\cdot}289l$$

$$= 0{\cdot}789l,\ 0{\cdot}211l$$

மாறு வளைவுப் புள்ளிகள் தாங்கிகளிலிருந்து, $0{\cdot}211l$ தொலைவில் இருக்கின்றன.

சாய்வு தொய்வுச் சமன்பாடுகள் :

$$EI\frac{d^2y}{dx^2} = -M_{XX} = \frac{Wl^2}{12} - \frac{Wlx}{2} + \frac{Wx^2}{2}$$

$$EI\frac{dy}{dx} = \frac{Wl^2x}{12} - \frac{Wlx^2}{4} + \frac{Wx^3}{6} + \frac{C_1}{1}$$

$$EI\,y = \frac{Wl^2x^2}{24} - \frac{Wlx^3}{12} + \frac{Wx^4}{24} + \frac{C_2}{2}$$

(தொகையீட்டு நிலையெண்கள் C_1, C_2 சூன்யம்) சமச்சீர் பளு, ஆதலால் பெரும தொய்வு, உத்திர மையத்தில் $\left(x = \frac{l}{2}\text{-ல்}\right)$ பெறப்படும்.

பெரும தொய்வு

$$= \frac{1}{EI}\left[\frac{wl^2}{24}\left(\frac{l}{2}\right)^2 - \frac{wl}{12}\left(\frac{l}{2}\right)^3 + \frac{w}{24}\left(\frac{l}{2}\right)^4\right]$$

$$= \frac{wl^4}{384\;EI}$$

நிலைத்தாங்கி உத்திரத்தில் பெரும தொய்வான $\frac{wl^4}{384\;EI}$ அதை ஒத்த இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திரத்தில் விளைவுறும் பெரும தொய்வில் ஐந்தில் ஒரு பாகமே.

எடுத்துக்காட்டு 4-7.

நிலைத்தாங்கி உத்திரத்தில் மையத்தினின்றும் ஒதுங்கிய செறிவு பளு.

படம் 4-10-ல் காட்டப்பட்டுள்ள உத்திரத் தாங்கிகள் இயற் போக்குத் தாங்கிகளாக இருக்குமாளுல்

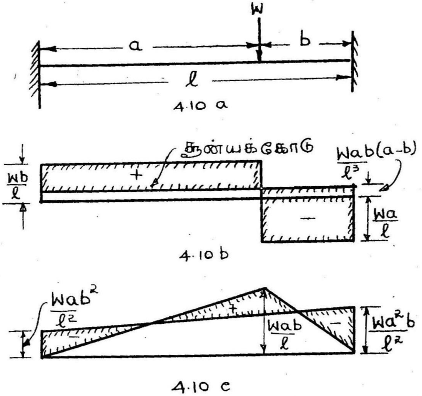
$$V_A = \frac{Wb}{l}$$

$$V_B = \frac{Wa}{l}$$

பளு இயங்கும் வெட்டுமுகத்தில் வ தி. தி. $= \dfrac{Wab}{l}$

$$\therefore \quad A = \frac{1}{2}\ \frac{Wab}{l}\ l = \frac{Wab}{2}$$

$$\bar{x}_B = \frac{(l + b)}{3}$$



படம் 4-10.

4-10 (a) நிலைத்தாங்கி உத்திரம்,

4-10 (b) வெட்டு விசை வரைபடம்,

4-10 (c) வளைவு திருப்புதிறன் வரைபடம்.

வாய்பாட்டுப்படி

$$M'_A + M'_B = -\frac{2A}{l} \quad \ldots \quad (1)$$

$$2M'_A + M'_B = -\frac{6Ax_B}{l^2} \quad \ldots \quad (2)$$

பிரதியிட $M'_A + M'_B = -2\,\dfrac{Wab}{2}\,\dfrac{1}{l}$

$$= -\frac{Wab}{l} \quad \ldots (3)$$

$$2M'_A + M'_B = -6\cdot\frac{Wab}{2}\cdot\frac{(l+b)}{3}\;\frac{1}{l^2}$$

$$= -\frac{Wab\,(l+b)}{l^2} \quad \ldots (4)$$

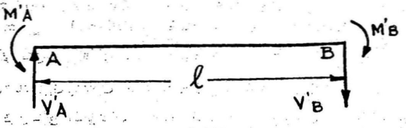
சமன்பாடு (4) — (3) $\quad M'_A = -\dfrac{Wab}{l}\;\dfrac{b}{l}$

$$= -\frac{Wab^2}{l^2} \quad \ldots (5)$$

சமன்பாடு (3)-ல் பிரதியிட $\quad M'_B = -\dfrac{Wab}{l}\;\dfrac{a}{l}$

$$= -\frac{Wa^2b}{l^2} \quad \ldots (6)$$

நிலை திருப்புதிறன் அளவு தாங்கிகளில் வேறுபட்டிருப்பதால், நிலை திருப்புதிறன் இயக்க விளைவு மட்டுமே உத்திரம் மீது கருத உத்திரம் சமநிலை அடையாது; சமநிலை பெற்றிருக்க நிலை திருப்புதிறன் இயக்கத்துடன், தாங்கிகளில் செங்குத்து விசையும் இயங்க வேண்டும். தாங்கிகளில் செங்குத்து விசைகள் ஒன்றுக்கொன்று எதிர்த் திசையில் இயங்கும், சமஅளவுள்ள இரட்டை விசையாகும்.



படம் 4-11.
இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திரம்

படம் 4-11ல் காட்டியுள்ளபடி, இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திர எல்லைகளில் நிலை திருப்புதிறன் M'_A, M'_B இயங்குவதாகக் கொண்டு, செங்குத்துத் தாங்கு விசை அளவு கணக்கிடலாம். M'_A M'_B நேர் வளை திருப்புதிறனைக் கொள்க.

B-ல் விலக்கப் பெருக்கற்பலன் கணக்கிட

$$V'_A\, l + M'_A - M'_B = 0$$

$$\therefore \quad V'_A = \left(\frac{M'_B - M'_A}{l}\right)$$

$$\therefore \quad V'_B = - V'_A$$

$$= \left(\frac{M'_A - M'_B}{l}\right)$$

செங்குத்து விசை கணக்கிட்ட போழ்து, கருதியதுபோல நிலை திருப்புதிறன் விளைவு மட்டும் கருத

$$M'_{XX} = M'_A + V'_A \cdot x$$

$$= M'_A + \left(\frac{M'_B - M'_A}{l}\right)x$$

அதாவது நிலை திருப்புதிறன் இயக்க விளைவு மட்டும் கருதிப் பெறும். வளைவு திருப்புதிறன் மாறுபாடு ஒரு படிவத் தன்மையது; எனவே, நிலை திருப்புதிறன் விளைவால் பெறும் வளைவு திருப்புதிறன் வரைபடம் வரைய, நிலை திருப்புதிறன் அளவு களைத் தாங்கிகளில் அளவுப்படி குறித்துப் பெறும் புள்ளிகள் இரண் டையும் ஒரு நேர்கோட்டால் சேர்க்க வேண்டும்.

வெட்டு விசைப் படம் : இயற் போக்குத் தாங்கு உத்திரமாகக் கருதி வரையப்படும் வெட்டுவிசைப் படத்தில் வரையப்பட்டுள்ள சூன்யக் கோட்டை (அடிப்படைக் கோட்டை) இணையாக $\left(\frac{M'_B - M'_A}{l}\right)$ தொலை நகர்த்த வேண்டும். நிலை திருப்புதிறன் விளைவால் இடது தாங்கி செங்குத்து விசை அளவு அதிகமானால் $\left(\frac{M'_B - M'_A}{l}\right)$ அளவு எதிர்வெட்டு விசை பக்கமும், இடதுதாங்கி செங்குத்து விசை அளவு குறைவானால் $\left(\frac{M'_B - M'_A}{l}\right)$ அளவு நேர் வெட்டுவிசைப் பக்கமும் சூன்யக் கோட்டை நகர்த்த வேண்டும்.

வெட்டு விசை, வளை திருப்புதிறன் வரைபடங்கள் வரையப் பட்டுள்ளன.

சாய்வு தொலைவுச் சமன்பாடுகள் :

வெட்டு முகம் xx, தாங்கு Aயிலிருந்து x தொலையில் AD பகுதியில் கருதுக $(0 \leq x \leq a)$

$$
\begin{aligned}
M_{xx}\ (\text{வ. தி. தி.}_{xx}) &= M'_A + V_A \cdot x + V'_A\, x \\
&= -\frac{Wab^2}{l^2} + \frac{Wbx}{l} + \left(\frac{M'_B - M'_A}{l}\right)x \\
&= -\frac{Wab^2}{l^2} + \frac{Wbx}{l} + \frac{Wab\ (b-a)}{l^3}\,x \\
&= -\frac{Wab^2}{l^2} + \frac{Wb}{l^3}\,(l^2 - a^2 + ab)\,x \\
&= -\frac{Wab^2}{l^2} + \frac{Wb^2}{l^3}\,(b + 3\,a)\,x \\
EI\, d^2y/dx^2 &= -M_{xx} \\
&= \frac{Wab^2}{l^2} - \frac{Wb^2}{l^3}\,(b+3\,a)\,x
\end{aligned}
$$

($x = 0$-ல் $dy/dx = 0$, $y = 0$ எனவே, தொகையீட்டு நிலையெண்கள் C_1, C_2 சூன்யம்)

$$EI\, dy/dx = \frac{Wab^2x}{l^2} - \frac{Wb^2}{l^3}\,(b+3\,a)\,\frac{x^2}{2}$$

$$EI\, y = \frac{Wab^2x^2}{2\,l^2} - \frac{Wb^2}{6\,l^3}\,(b+3\,a)\,x^3$$

தொலை a, தொலை bஐ விட அதிகமெனக் கொள்க.

∴ AD பகுதியில் சூன்ய சாய்வும், பெரும தொய்வும் பெறப்படும்.

சூன்ய சாய்வுத் தொலை $x = \left(\dfrac{2\,al}{3\,a+b}\right)$ ஆகும்.

பெருமம்

$$
\begin{aligned}
&= \frac{1}{EI}\left[\frac{Wab^2}{2\,l^2}\left(\frac{2\,al}{3\,a+b}\right)^2 - \frac{Wb^2}{6\,l^3}\,(3\,a+b)\left(\frac{2\,al}{3\,a+b}\right)^3\right] \\
&= \frac{2}{3}\,\frac{W\,a^3b^2}{EI\,(3\,a+b)^2}
\end{aligned}
$$

[குறிப்பு: நிலைத்தாங்கி உத்திரத்தில் தனிச் செறிவு பளு W, இடது தாங்கியிலிருந்து 'a' தொலைவில் இயங்கினால் [அதாவது வலது தாங்கி பளு $(l - a)$ தொலைவில் இயங்கும்பொழுது]

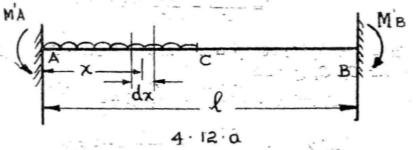
இடது தாங்கியில் நிலை திருப்புதிறன் $= -\frac{Wa\,(l-a)}{l}\cdot\frac{(l-a)}{l}$

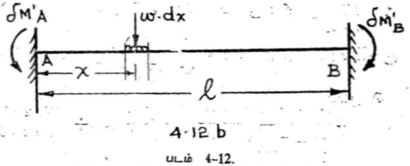
வலது தாங்கியில் நிலை திருப்புதிறன் $= -\frac{Wa\,(l-a)}{l}\cdot\frac{a}{l}$

என்ற வாய்பாடு பயன்படுத்தி, நிலைத்தாங்கி உத்திரங்களில் செறிவு பளுக்கள், சீரான பரவலான பளுக்கள், சீராக மாறும் பரவலான பளுக்கள் போன்றவை தனித்தோ, சேர்ந்தோ இயங்கும்பொழுது பெறப்படும் நிலை திருப்புதிறன் கணக்கிடலாம்.]

எடுத்துக்காட்டு 4·8.

படம் 4-12-ல் காட்டியிருப்பதுபோல், சீரான பரவலான பளு நிலைத்தாங்கி உத்திர மையம் வரை இடது பக்கப் பகுதியில் இயங்கினால், நிலை திருப்புதிறன் கணக்கிடுக. தாங்கிகளில் செங்குத்து விசை அளவு காண்க.





படம் 4–12.

4-12 (a) நிலைத்தாங்கி உத்திரம்,

4-12 (b) நிலை திருப்புதிறன் வரைபடம்.

படத்தில் காண்பித்திருக்கிறபடி, இடது தாங்கியிலிருந்து X தொலைவில் 'dx' தூர சீரான பரவலான பளுவை, X தொலைவில் (wdx) அளவு தனிச் செறிவு பளுவாகக் கருதுக. இப் பளுவினால்

இடது தாங்கியில் நிலை திருப்புதிறன் $\delta M'_A$ என்றும், வலது தாங்கியில் நிலை திருப்புதிறன் $\delta M'_B$ என்றும் கொள்க.

$$\therefore \quad \delta M'_B = -(wdx)\frac{(x\ (l-x)}{l}\quad\frac{(l-x)}{l}$$

$$\delta M'_B = -(wdx)\frac{(x)\ (l-x)}{l}\quad\left(\frac{x}{l}\right)$$

AC பகுதியில் இயங்கும் பரவலான பளுவின் விளைவினால் ஏற்படும் நிலை திருப்புதிறன் கணக்கிட $\delta M'_A$, $\delta M'_B$-க்கான கோவைகளை $x=0$ முதல் $x=l/2$ வரை உள்ள எல்லையில் தொகையிட வேண்டும். அதாவது

$$M'_A = \int_{x=0}^{x=l/2}\delta M'_A = \int_{x=0}^{x=l/2} -wdx\,\frac{x\,(l-x)^2}{l^2}$$

$$= -\frac{w}{l}\int_{x=0}^{x=l/2}(l^2x - 2lx^2 + x^3)\,dx$$

$$= -\frac{w}{l^2}\left[\frac{l^2x^2}{2}-\frac{2l\,x^3}{3}+\frac{x^4}{4}\right]_{x=0}^{x=l/2}$$

$$= -\frac{w}{l^2}\left[\frac{l^4}{8}-\frac{2}{3}\,\frac{l^4}{8}+\frac{l^4}{64}\right]$$

$$= -\frac{11}{192}wl^2$$

$$M'_B = \int_{x=0}^{x=l/2}\delta M'_B = \int_{x=0}^{x=l/2} -wdx\,\frac{x^2\ (l-x)}{l^2}$$

$$= -\frac{w}{l^2}\int_{x=0}^{x=l/2}(x^2l - x^3)dx$$

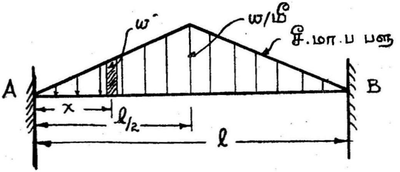
$$= -\frac{w}{l^2}\left[\frac{x^3l}{3}-\frac{x^4}{4}\right]_{x=0}^{x=l/2}$$

$$= -\frac{w}{l^2}\left[\frac{l^4}{24}-\frac{l^4}{64}\right]$$

$$= -\frac{5}{192}wl^2.$$

எடுத்துக்காட்டு 4-9.

படம் 4-13-ல் காட்டப்பட்டுள்ளபடி சீராக மாறும் பரவலான பளு, நிலைத்தாங்கி உத்திரத்தில் இயங்குகிறது. தாங்கிகளில் நிலை திருப்புதிறன் காண்க.



படம் 4-13

நிலைத்தாங்கி உத்திரம்

AC பகுதியில், A-லிருந்து 'x' தொலைவில் 'dx' நீளத்தின் மீதுள்ள பளுவின் விளைவு கருதினால்,

$$\delta M'_A = -(w'dx)\frac{x\ (l-x)}{l}\frac{(l-x)}{l}$$

$$\delta M'_B = -(w'dx)\frac{(x)\ (l-x)}{l}\frac{(x)}{l}$$

மேல் உள்ள கோவைகளில் $wl = \frac{2\ wx}{l}$ ஆகும்.

மேலே எழுதப்பட்டுள்ள கோவைகள் $x=0$ முதல் $x=l/2$ வரை பொருந்தும்.

சமச்சீர் பளு ஆதலால் $M'_A = M'_B$ ஆகும்; மேலும் CB பகுதியில் உள்ள பளுவினால், தாங்கி A-ல் பெறப்படும நிலை திருப்புதிறன், தாங்கி B-ல் AC பகுதியில் உள்ள பளுவினால் பெறப்படும் நிலை திருப்புதிறனுக்குச் சமமாகும். ஆகவே M'_A கணக்கிட, மேற் குறிப்பிட்டுள்ள $\delta M'_A$, $\delta M'_B$ கோவைகள்

இரண்டையும் $x=0$ முதல் $x=l/2$ தொலைவரை பகுதியில் தொகையிட்டுக் கூட்டிடலாம். அதாவது

$$M'_A = \int_{x=0}^{x=l/2} -w'dx\,\frac{(x)\,(l-x)^2}{l^2}$$

$$+ \int_{x=0}^{x=l/2} -w'dx\,(x)^2\,(l-x)$$

$$= \int_{x=0}^{x=l/2} -w'dx\,\frac{(x)\,(l-x)}{l^2}\,(x+l-x)$$

$$= \int_{x=0}^{x=l/2} -\frac{2wx}{l}\,dx\,\frac{(x)\,(l-x)\,l}{l^2}$$

$$= -\frac{2w}{l^2}\int_{x=0}^{x=l/2} (l-x)\,x^2dx$$

$$= -\frac{2w}{l^2}\left[\frac{lx^3}{3}-\frac{x^4}{4}\right]_{x=0}^{x=l/2}$$

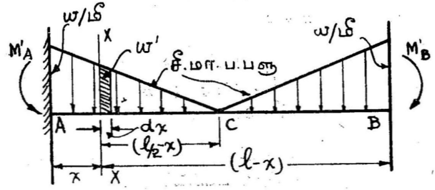
$$= -\frac{2w}{l^2}\left[\frac{l^4}{24}-\frac{l^4}{64}\right]$$

$$= -\frac{5}{96}\,wl^2.$$

$$M'_B = M'_A = -\left(\frac{5}{96}\right)wl^2.$$

எடுத்துக்காட்டு 4-10.

நிலைத்தாங்கி உத்திரத்தில் படம் 4-14-ல் காட்டப்பட்டுள்ளபடி இயங்கும் சீராக மாறும் பரவலான பளுவினால், தாங்கிகளில் விளைவுறும் நிலை திருப்புதிறன் காண்க.



படம் 4-14.

நிலைத்தாங்கி உத்திரம்

$$\text{வெட்டுமுகம் } XX\text{-ல் பளு அழுத்தம்} = w' = \left(\frac{l}{2} - x\right)\frac{2w}{l}$$

$$= (l-2x)\frac{w}{l}$$

AC பகுதியில் *A*-லிருந்து *x* தொலைவில் '*dx*' நீளத்துக்குள்ள பளுவினால் ஏற்படும் நிலை திருப்புதிறன் $\delta M'_A$, $M\delta'_B$ கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

$$\delta M'_A = -(w'dx)\frac{(x)(l-x)}{l}\left(\frac{l-x}{l}\right)$$

$$= -\frac{w}{l3}(x)(l-x)^2(l-2x)\,dx$$

$$\because \delta M'_B = -\frac{w}{l^3}x^2(l-x)(l-2x)\,dx$$

மேலே உள்ள கோவைகள் $x = 0$ முதல் $x = l/2$ வரை பொருந்தும்.

சமச்சீர் பளு, ஆதலால் எடுத்துக்காட்டு 4-9-ல் குறிப்பிட்டுள்ளபடி $M'_A = M'_B$ ஆகும், மேலும் M'_A கணக்கிட $\delta M'_A$. $\delta M'_B$-க்கான கோவைகளை $x=0$ முதல் $x=l/2$ வரைக்குள் உள்ள பகுதிக்குத் தொகையிட்டுக் கூட்டிப் பெறலாம்.

$$\therefore \quad M'_A = \int_{x=0}^{x=l/2} \delta M'_A + \int^{x=l/2} \delta M'_B$$

$$= -\frac{w}{l^3}\int_{x=0}^{x=l/2} (x)\,(l-x)^2\,(l-2x)\,dx$$

$$-\frac{w}{l^4}\int_{x=0}^{x=l/2} x^2(l-x)\,(l-2x)\,dx$$

$$= -\frac{w}{l^2}\int_{x=0}^{x=l/2} (x)\,(l-x)\,(l-2x)\,dx$$

$$= -\frac{l^3}{l^2}\int_{x=0}^{x=l/2} (l^2x-3lx2+2x^3)\,dx$$

$$= -\frac{w}{l^2}\left[\frac{l^2x^2}{2}-\frac{3lx^3}{3}+\frac{2x^4}{4}\right]_{x=0}^{x=l/2}$$

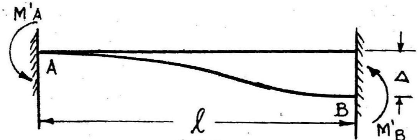
$$= -\frac{w}{l^3}\left[\frac{l^2}{2}\cdot\frac{l^2}{4}-\frac{l\,l^3}{8}+\frac{1}{2}\,\frac{w}{16}\right]$$

$$= -\frac{wl^2}{32}$$

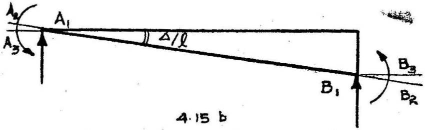
$$M^1_B = M^1_A = -\frac{wl^2}{32}$$

எடுத்துக்காட்டு 4-11.

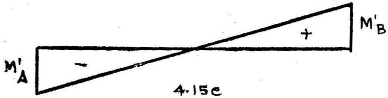
நிலைத்தாங்கு உத்திரம் ஒன்றில், வலது தாங்கி சுழற்சி சாய்வு மாறுதலடையாமல் '$\triangle$' அளவு தொய்வடைந்தால், தாங்கிகளில் நிலை திருப்புதிறன் எவ்வளவு? உத்திர சடத்துவத் திருப்புதிறன், உத்திர முழுமையிலும் மாறுதலின்றி நிலையாக இருக்கின்றது.



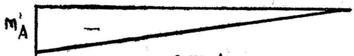
4·5 a



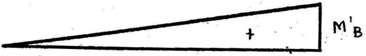
4·15 b



4·15 c



4·15 d



4·15 e

படம் 4-15.

4-15 (a) நிலைத்தாங்கி உத்திரம்,
4-15 (b) இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திரம்,
4-15 (c) வளைவு திருப்புதிறன் வரைபடம்.
4-15 (d) வெட்டு முகப் படம்,
4-15 (e) வெட்டு முகப்படம்,

படம் 4-15(a)-ல் நிலைத்தாங்கி உத்திரம் தாங்கு B-ல் Δ அளவு தொய்வுடன் காண்பிக்கப்பட்டுள்ளது. A, B தாங்குகளில் சாய்வு சூன்யம்.

படம் 4-15(b)-ல், கொடுக்கப்பட்டு நிலைத்தாங்கி உத்திரத்தை ஒத்த இயற்போககு தாங்கு உத்திரம் A, B காண்பிக்கப்பட்டுள்ளது வலது தாங்கு Δ அளவு தொய்வுற்ருல், A, B, தாங்குகளில் சாய்வு $\frac{\Delta}{l}$ அளவு ஏற்படுகிறது. A_1-ல் தொய்வு சூன்யமடைய, சாய்வு கோடு A_1 A_2, கிடைமட்டத்துக்கு (A_1 A_3-க்கு) வரவேண்டும். எனவே இடது தாங்கியில், படத்தில் காட்டியிருப்பதுபோன்று இடஞ்சுழி நிலை திருப்புதிறன் இயங்க வேண்டும். இதேபோல, வலது தாங்கியில், சூன்ய சாய்வு பெற்றிருக்க, வலது தாங்கியிலும் இடஞ்சுழி நிலை திருப்புதிறன் இயங்க வேண்டும்.

உத்திரத்தில் வேறு பளுக்கள் கருதப்படாமையால், உத்திரத்தில் வளைவு திருப்புதிறன் உத்திர நிலைத்தாங்கியில் இயங்கும் நிலை திருப்புதிறஞல் பெறப்படுவதேயாகும். தாங்கி A-ல் நிலை திருப்புதிறன் எண் அளவு M'_A (இடஞ்சுழி) ஆகவும், தாங்கு B-ல் நிலை திருப்புதிறன் எண் அளவு M'_B (இடஞ்சுழி) ஆகவும் படம் 4-15 (c)-ல் கொண்டு வ. தி. தி படம் போட்டுக் காண்பிக்கப் பட்டுள்ளது. M'_A, M'_B-ன் மதிப்புக்கள் மோஹ்ர்ஸ் தேற்றங்கள் I, II ஆகியவற்றின் மூலம் கண்டுபிடிக்கலாம்.

முதலாவது மோஹ்ர்ஸ் தேற்றப்படி, நெகிழ்ச்சி வளை கோட்டில் ஏதாவது இரண்டு புள்ளிகளுக்கிடையே உள்ள சாய்வு அளவுகளின் மாறுபாடு, அந்த இரண்டு வெட்டுமுகங்களுக்கு இடையேயுள்ள $\frac{M}{FI}$ வரைபட பரப்பளவுக்கு எண்ணளவில் சமம் அல்லவா?

தாங்கு A-ல் சாய்வு சூன்யம்

தாங்கு Bயிலும் சாய்வு சூன்யம்

$\therefore$ A, B-க்களுக்கிடையே சாய்வு மாறுபாடு சூன்யம்.

எனவே A, B-க்களுக்கிடையே $\frac{M}{EI}$ வரைபடப் பரப்பும் சூன்யமல்லவா?

அதாவது $$-M'_A \cdot \frac{l}{2EI} + M'_B \frac{l}{2EI} = 0$$

[படம் 4-15 (c)-ல் உள்ள வ. தி. தி. படம். படம் 4-15 (d) படத்தையும் படம் 4-15(e) படத்தையும் சேர்த்துக் கிடைப்பதற்குச் சமம்.]

இரண்டாவது மோஹ்ர்ஸ் தேற்றப்படி, A, B புள்ளிகளில் நெகிழ்ச்சி வளைகோட்டுக்குத் தொடு கோடுகள் வரைய, B-ல் பெறப்படும் நிலைக்குத்து வெட்டுத் துண்டான $\triangle$, வெட்டுமுகங்கள் A, B-க்களுக்கிடையே உள்ள (M/EI) படப் பரப்பின் விலக்கப் பெருக்கல் பலன் B-ல் கணக்கிடப்படுவதாகும்.

$$\triangle = \frac{M'_A}{EI} \cdot \frac{l}{2} \frac{2}{3} l - \frac{M'_B}{EI} \frac{l}{2} \frac{1}{3} l$$

$$= \frac{2\,M'_A\,l^2}{6\,EI} - \frac{M'_B\,l^2}{6\,EI}$$

$$= \frac{M'_A\,l^2}{6\,EI} \ldots\ldots (\because \quad M'_A = M'_B)$$

$$\therefore \quad M'_B = \frac{6EI\triangle}{l^3} \text{ இடஞ்சுழி}$$

$$M'_B = \frac{6EI\triangle}{l^2} \text{ இடஞ்சுழி}$$

எடுத்துக்காட்டு 4–12.

10 மீட்டர் இடைதொலையுள்ள நிலைத்தாங்கு உத்திரம் ஒன்றில், இடது நிலைத்தாங்கியிலிருந்து 3 மீட்டர் தொலைவில் 4 டன் எடை செறிவு பளு இயங்குகிறது. நிலை திருப்புதிறன் கணக்கிட்டு, தாங்கு நிலைக்குத்து விசைகள் கணக்கிடுக.

$M'_A = -\frac{Wab}{l} \cdot \frac{b}{l}$ என்ற வாய்பாட்டில்

$W = 4$ டன்

$a = 3$ மீ.

$b = 7$ மீ.

$l = 10$ மீ.

பிரதியிட $M'_A = -\frac{4 \times 3 \times 7}{10} \times \frac{7}{10}$

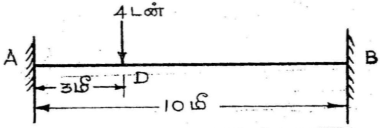
$= -5{\cdot}88$ ட. மீ.

$M'_B = -\frac{Wab}{l} \frac{a}{l}$

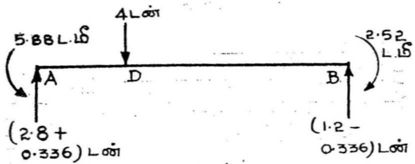
$= -\frac{4 \times 3 \times 7}{10} \times \frac{3}{10}$

$= -2{\cdot}52$ ட. மீ.

படம் 4-16 (b)-ல் வெளி பளுவும், நிலை திருப்புதிறனும் காட்டப்பட்டுள்ளது. தாங்கு விசை வெளிப் பளுவுக்குள்ள பகுதியும், நிலை திருப்புதிறனைச் சமநிலையாக்கத் தேவைப்படும் பகுதியும்



4·16 a



4·16 b

படம் 4-16.

4-16(a) நிலைத்தாங்கு உத்திரம்,

4-16(b) நிலைதிருப்புதிறன் வரைபடம்.

ஆக இரண்டு பகுதிகளாகக் கணக்கிட்டு மொத்த எண் அளவு பெறப்பட்டிருக்கிறது.

$$R'_A = R_A + \left(\frac{M'_A - M'_A}{l}\right)$$

$$R'_A = \frac{4\times 7}{10} + \left(\frac{-2{\cdot}52 + 5{\cdot}88}{10}\right)$$

$$= 2{\cdot}8 + 0{\cdot}336$$

$$= 3{\cdot}136 \text{ டன்.}$$

$$R'_B = R_B + \left(\frac{M'_B - M'_B}{l}\right)$$

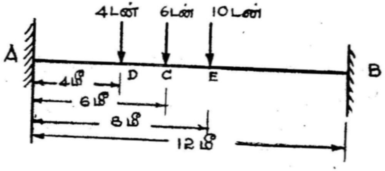
$$= \frac{4\times 3}{10} + \left(\frac{-5{\cdot}88 + 2{\cdot}52}{10}\right)$$

$$= 1{\cdot}2 - 0{\cdot}336$$

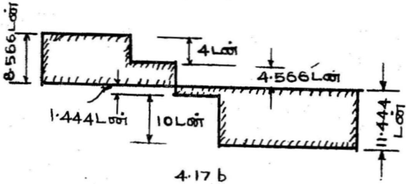
$$= 0{\cdot}864 \text{ டன்}$$

எடுத்துக்காட்டு 4-13

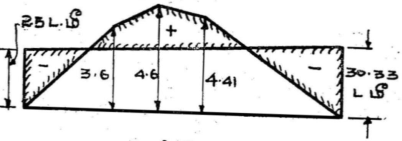
12 மீட்டர் இடை தொலையுள்ள நிலைத்தாங்கி உத்திரம் ஒன்றில் செறிவு பளுக்கள் 4 டன், 6 டன், 10 டன் அளவுள்ளவை



4·17 a



4·17 b



4·17 e

படம் 4-17.

4-17(a) நிலைத்தாங்கி உத்திரம்,

4-17(b) வெட்டு விசை படம்,

4-17(c) வளைவு திருப்புத்திறன் வரைபடம்.

கள், இடது தாங்கியிலிருந்து முறையே 4 மீ, 6 மீ, 8 மீ தொலைகளில் இயங்கினால், நிலை திருப்புதிறன் அளவுகள் கணக்கிடுக வெட்டுவிசை, வளைவு திருப்புதிறன் வரைபடம் குறிக்க.

$$M'_A = -\Sigma \frac{W_1 a_1 b_1}{l} \frac{b_1}{l}$$ என்பதில்

W_1 – செறிவு பளு எண்மதிப்பு

a_1 – W_1 செறிவு பளுவுக்கும் இடது தாங்கிக்கும் உள்ள தூரம்

b_1 – W_1 செறிவு பளு வலது தாங்கிக் குள்ள இடை தூரம்

பிரதியிட

$$M'_A = -\left[4\times\frac{4\times8}{12}\times\frac{8}{12}+6\times\frac{6\times6}{12}\times\frac{6}{12} + 10\times\frac{8\times4}{12}\times\frac{4}{12}\right]$$

$$= -\left[\frac{64}{9}+9+\frac{80}{9}\right]$$

$= -$ 25 ட.மீ.

$$M'_B = -\Sigma W_1\frac{a_1 b_1}{l}\frac{a_1}{l}$$

$$= -\left[4\times\frac{4\times8}{12}\times\frac{4}{12}+6\times\frac{6\times6}{12}\times\frac{6}{12}+10\times\frac{8\times4}{12}\times\frac{8}{12}\right]$$

$$= -\left[\frac{32}{9}+9+\frac{160}{9}\right]$$

$= -30\frac{1}{3}$ ட.மீ.

$$R'_A = \Sigma\frac{W_1 b_1}{l}+\left(\frac{M'_A-M'_B}{l}\right)$$

$$= \left(4\times\frac{8}{12}+6\times\frac{6}{12}+\frac{10\times4}{12}\right)+\left(-\frac{30\cdot33+25}{12}\right)$$

$= 9 - 0\cdot444$

$= 8\cdot556$ டன்.

$$R'_B = \Sigma\frac{W_1 a_1}{l}+\left(\frac{M'_A-M'_B}{l}\right)$$

$$= \left(4\times\frac{4}{12}+\frac{6\times6}{12}+\frac{10\times8}{12}\right)+\left(-\frac{25+30\cdot33}{12}\right)$$

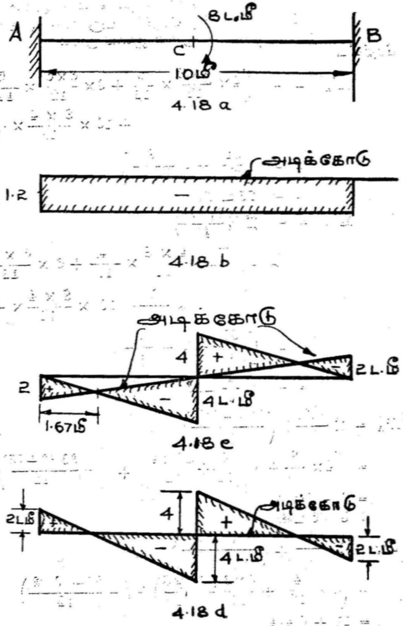
$= 11 + 0\cdot444$

$= 11\cdot444$ டன்

வெட்டுவிசை, வ.தி.தி. வரைபடக் குறிப்புகள் படம் 4-17-ல் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

எடுத்துக்காட்டு 4-14.

10 மீ இடை தொலையுள்ள நிலைத்தாங்கி உத்திரம் ஒன்றில் 8 ட. மீ. எண் மதிப்புள்ள வலஞ்சுழி திருப்புதிறன் இடது தாங்கியிலிருந்து 5 மீ தொலைவில் இயங்கினால் நிலைத் திருப்புதிறன் காண். வெட்டு விசை, வளைவு திருப்புதிறன் வரைபடம் வரைக.



படம் 4-18.

4-18 (a) நிலைத்தாங்கு உத்திரம்
4-18 b) இ. போ. தா. உத்திரம் படம்,
4-8 (c) வெட்டு விசை படம்,
4-18 (d) வளைவு திருப்புதிறன் படம்

நிலை திருப்புதிறன் M'_A, M'_B-க்கும், இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திர வளைவு திருப்புதிறன் வரைபடப் பரப்புக்கும் உள்ள தொடர்பு சமன்பாடு பின்வருமாறு :

$$M'_A + M'_B = -\frac{2A}{l}$$

$$2M'_A + M'_B = -\frac{6A\bar{x}_B}{l^2}$$

(A – வளைவு திருப்புதிறன் வரைபட பரப்பளவையும் x_B – வ.தி.வ. பரப்பு மையத்துக்கும் தாங்குக்கும் உள்ள தொலையையும் குறிக்கும்.)

இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திரம் ஒன்றில் வலஞ்சுழி திருப்புதிறன் M எண் அளவு, தாங்கு A-லிருந்து a தொலைவில் கருதுக.

B-ல் விலக்கல் பெருக்கல் பலன் கணக்கிட.

$$R_A \cdot l + M = 0$$

$$R_A = -\frac{M}{l}$$

$$R_B = M/l$$

வளைவு திருப்புதிறன் வரைபடம் இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திரத்துக்கு படம் 4-18 (b)-ல் காட்டப்பட்டுள்ளது.

$$A = -\frac{Ma}{l}\frac{a}{2} + \frac{Mb}{l}\frac{b}{2}$$

$$= \frac{M}{2l}(b^2 - a^2) \quad \ldots (1)$$

$$A\bar{x}_B = -\frac{M}{2l}\left(b + \frac{a}{3}\right) + \frac{Mb^2}{2l}\cdot\frac{2}{3}b$$

$$\therefore \frac{6Ax_B}{l2} = \frac{6}{l2}\frac{M}{6l}[-3a^3b - a^3 + 2l^3]$$

$$= -\frac{M}{l^3}(a+b)(a^2 + 2ab - 2b^2) \quad \ldots (2)$$

$$\therefore\ M'_A + M'_B = -2\frac{A}{l}$$

$$= -\frac{2}{l}\cdot\frac{M}{2l}(b^2-a^2)$$

$$= -\frac{M}{l^2}(b^2-a^2) \qquad \ldots (3)$$

$$2\,M'_A + M'_B = -\frac{6A\bar{x}B}{l^2}$$

$$= +\frac{M}{l^3}(a+b)(a^2+2ab-2b^2)$$

$$= +\frac{M}{l^2}(a^2+2ab-2b^2) \qquad \ldots (4)$$

சமன்பாடு(4) – சமன்பாடு(3): $M'_A = +\frac{M}{l^2}(a^2+2ab-2b^2+b^2-a^2)$

$$= +\frac{M}{l^2}(2ab-b^2)$$

$$= +\frac{Mb}{l^2}(2a-b) \qquad \ldots (5)$$

சமன்பாடு 3-ல் பிரதியிட $M'_B = -\frac{M}{l^2}(b^2-a^2+2ab-b^2)$

$$\therefore\ M'_B = -\frac{Ma}{l^2}(2\,b-a) \qquad \ldots (6)$$

கோவைகள் (5), (6)-ல்

$M = 8$ ட. மீ

$a = 5$ மீ

$b = 5$ மீ

$c = 10$ மீ பிரதியிட

$$M'_A = \frac{Mb}{l^2}(2\,a-b)$$

$$= \frac{8\times 5}{10\times 10}(10-5)$$

$$= -\,2 \text{ ட. மீ.}$$

$$M'_B = -\frac{Ma}{l^2}(2b-a)$$

$$= -\frac{8\times5}{10^2}(10-5)$$

$$= -2 \text{ ட. மீ. ஆகும்.}$$

தாங்கு விசைகள்

$$R'_A = R_A + \left(\frac{M'_B - M'_A}{l}\right)$$

$$= -0{\cdot}8 - \frac{4}{10}$$

$$= -1{\cdot}2 \text{ ட.}$$

$$R'_B = R_B + \left(\frac{M'_A - M'_B}{l}\right)$$

$$= 0{\cdot}8 + 0{\cdot}4$$

$$= +1{\cdot}2 \text{ ட.}$$

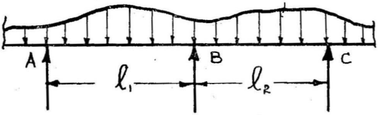
வெட்டு விசை, வளைவு திருப்புதிறன் வரைபடங்கள் படம் 4-18-ல் காட்டப்பட்டுள்ளன.

4-4. தொடர் உத்திரங்கள் (Continuous Beams)

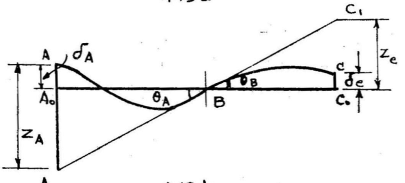
இரண்டுக்கு மேற்பட்ட தாங்கிகள்மீது அமைக்கப்படும் உத்திரம் தொடர் உத்திரம் (Continuous Beams) எனப்படும். தொடர் உத்திரத்தில் உள்ள தாங்கிகளுக்கிடையே உள்ள இடை தொலைகளின் எண்ணிக்கையைப் பொறுத்து இரண்டு இடைதொலை தொடர் உத்திரம், மூன்று இடைதொலை தொடர் உத்திரம் என்று குறிக்கப்படும். இரண்டு இடைதொலை தொடர் உத்திரம்போன்ற எளிதான அமைப்புகளை முட்டுக்கொடுத்த உத்திரம் மாதிரியும் பகுப்பாய்வு செய்யலாம் ஆனால், இடைதொலை எண்ணிக்கை அதிகமாக அதிகமாக முட்டுக்கொடுத்த உத்திர முறையைப் பின் பற்றி, தேவையான சில மாறுதல்களுடன், பகுப்பாய்வது கால தாமதமாகும். எனவே, இம்மாதிரி கணக்குகளில் மூன்று வளைவு திருப்புதிறன் தேற்றம் (Theorem of Three Moments), சாய்வு தொய்வு முறை (Slope Deflection Method), வளைவு திருப்புதிறன் பிரிப்பீடு முறை (Moment Distribution Method), திரிபு ஆற்றல் முறைகள் (Strain Energy Methods) போன்ற ஆய்வு முறைகளுள், குறிப்பிட்ட கணக்குத்தீர்வு தேரச் சிறந்த முறையை மேற்கொள்ளலாம். அடுத்த பிரிவுக் கூறில் மூன்று வளைவு திருப்பு திறன் தேற்றம் முறை படிப்போம்.

4-5 மூன்று வளைவு திருப்புதிறன் தேற்றம்

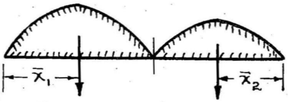
இத் தேற்றத்தில், பெயருக்கேற்ப, அடுத்தடுத்துள்ள மூன்று தாங்குகளில் உள்ள தாங்கு வளைவு திருப்புதிறனுக்கும், மூன்று



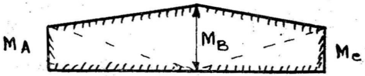
4·19a



4·19b



4·19e



4·19d

படம் 4-19

4·19 (a) இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திரம்,
4-19 (b) வெட்டு விசை வரைபடம்,
4·19 (c) வளைவு திருப்புதிறன் வரைபடம்
4-18 (d) வ.தி.தி. வரைபடம்

தாங்குகட்கிடையில் உள்ள இரண்டு இடைதொலைகளை இயற் போக்குத் தாங்கு உத்திரமாகக் கருதிப்பெறும் வளைவு திருப்புதிறன் படப்பரப்புக்கும் உள்ள தொடர்பு கூறப்பட்டிருக்கிறது. இதனை வழிமுறையாகப் பெற, பல இடை தொலைகள் உள்ள தொடர் உத் திரத்தில் ஏதாவது அடுத்தடுத்துள்ள) இரண்டு இடை தொலைகளை, அவற்றின்மீது இயங்கும் பளுக்களுடன் கருதுக. படம் 4-19 (a)-ல் AB, BC என்ற அடுத்தடுத்த இடை தொலைகள் பளுக்களுடன் காட்டப்பட்டிருக்கின்றன. படம் 4-19 (c)-ல் AB, BC-க்களை இயற் போக்குத் தாங்கு உத்திரங்களாகக்கொண்டு வளைவு திருப்புதிறன் வரை படம் போடப்பட்டுள்ளது. படம் 4-19 (d)-ல், தாங்கு திருப்பு திறன் M_A, M_B, M_C ஆகியவற்றின் விளைவால் இ. போ. தா, உத்திரங்கள் AB, BC-க்களில் பெறப்படும் வ.தி.தி. வரைபடம் காண்பிக்கப்பட்டுள்ளது. படம் 4-19 (b)-ல் நெகிழ்ச்சி வளை கோட்டின் இசைவுடைய தோற்றம் மிகைப்படுத்திக் காண்பிக்கப் பட்டுள்ளது.

தொடர் உத்திரத்தின் வளைவு திருப்புதிறன், படம் 4-19 (c) படம் 4-19 (d) காட்டப்பட்டிருக்கும் இரண்டு வரை படங்களின் கூட்டு விளைவாகும். படம் 4-19 (d)-ல் காண்பித்திருக்கும், தாங்கு திருப்புதிறன் படத்தை 4-19 (e)-ன் மீது வரைந்தும் நிகர விளைவு பெறலாம்.

படம் 4-19(b)-ல் காட்டப்பட்டுள்ளபடி, தாங்கு B தாங்கு A-க்கு δA அளவும், தாங்கு C-க்கு δC அளவும் தாழ்வாக இருப்பதாகக் கொள்க. B தாங்கில் சாய்வு θ_B ஆகவும் A, C தாங்குகளில் B-லிருந்து வரையும் தொடுகோட்டுக்கும் தாங்கு A, தாங்கு C-க் களுக்கும் முறையே பெறும் நிலைக்குத்து வெட்டுத்துண்டு Z_A, Z_C என்றும் கொள்க.

படம் 4-19 c-ல் வ.தி.தி. வரைபடப் பரப்பு AB மீதுள்ளது A_1 என்றும், BC மீதுள்ளது A_2 என்றும் கொள்க.

படம் 4-19 (b)-லிருந்து

$$\theta_B = \frac{Z_A - \delta_A}{l_1}$$

$$= \frac{Z_C + \delta_C}{l_2} \quad \dots (1)$$

Z_A = நிலைக்குத்து வெட்டுத்துண்டு

$$= \frac{(AB \text{ மீதுள்ள வ.தி தி. பரப்பின் } A\text{-ல் பெறும் வி.பெ.ப.})}{EI}$$

$$= \frac{A_1 \bar{x}_A}{EI_1} + \frac{M_A l_1^2}{6 EI_1} + \frac{M_A l_1^2}{3 EI_1}$$

Z_C = எதிர் நிலைக்குத்து வெட்டுத்துண்டு

$$= -\left[\frac{A_2 \bar{x}_B}{EI_2} + \frac{M_B l_2^2}{3 EI_2} + \frac{M_C l_2^2}{6 EI_2}\right]$$

$$\theta_B = \frac{Z_A - \delta_A}{l_1} = \frac{Z_C + \delta_C}{l_2} \text{-ல் பிரதியிட}$$

$$\therefore \quad \frac{1}{EI_1 l_1}\left[\frac{A_1 \bar{x}_A}{} + \frac{M_A l_1^2}{6} + \frac{M_B l_1^2}{3}\right] - \frac{\delta_A}{l_1} = \frac{\delta_C}{l_2}\Bigg]$$

$$- \frac{1}{EI_2 l_2}\left[A_2 \bar{x}_B + \frac{M_B l_2^2}{3} + \frac{M_C l_2^2}{6}\right]$$

$$\therefore \quad M_A \frac{l_1}{I_1} + 2 M_B \left(\frac{l_1}{I_1} + \frac{l_2}{I_2}\right) + M_C \frac{l_2}{I_2} = -6 \frac{A_1 \bar{x}_B}{I_1 l_1}$$

$$- 6 \frac{A_2 \bar{x}_A}{I_2 l_2} + 6 E \left(\frac{\delta_A}{l_1} + \frac{\delta_C}{l_2}\right)$$

$I_1 = I_2$ ஆனால்

$$M_A l_1 + 2 M_B (l_1 + l_2) + M_C l_2 = -6 \left(\frac{A_1 \bar{x}_A}{l_1} + \frac{A_2 \bar{x}_B}{l_2}\right)$$

$$+ 6 EI \left(\frac{\delta_A}{l_1} + \frac{\delta_C}{l_2}\right)$$

தாங்கு B, தாங்கு A, தாங்கு C இவை எல்லாம் ஒரே மட்டத்தில் இருந்தால் $\delta_A = \delta_C = 0$

$$\therefore \quad M_A l_1 + 2 M_B (l_1 + l_2) + M_C l_2 = -6\left(\frac{A_1 \bar{x}_A}{l_1} + \frac{A_2 \bar{x}_B}{l_2}\right)$$

மேலே குறிப்பிடப்பட்டுள்ள தேற்றம், மூன்று வளைவு திருப்பு திறன் தேற்றம் அல்லது கிளேபேரன்ஸ் மூன்று வளைவு திருப்பு திறன் தேற்றம் (Clapeyron's Theorem of Three Moments) எனப்படும்,

எடுத்துக்காட்டு 4-15.

சம தாவகலம் (Span) உள்ள இரண்டு இடைதொலை தொடர் உத்திரத்தில், உத்திர முழுமையும் சீரான பரவலான பளு இயங்கிளுல் மைய தாங்கி திருப்புதிறன் எவ்வளவு? வெட்டு விசை, வளைவு திருப்புதிறன் படங்கள் வரைக.

படம் 4-20 (b-ல்) இ. போ. தா. உத்திரமாகக் கருதி வளைவு திருப்புதிறன் படம் வரையப்பட்டுள்ளது.

இடைதொலை AB. வ.தி.தி. படப் பரப்பு $(A_1) = \frac{2}{3}\,\frac{wl^2}{8}\cdot l$

$$= \frac{wl^3}{12}$$

இடை தொலை B_C .. வ.தி.தி படப்பரப்பு $A_2 = \frac{2}{3}\,\frac{wl^5}{8}\,l$

$$= \frac{wl^8}{12}$$

க்ளேபேரான்ஸ் மூன்று வ. தி. தி. தேற்றப்படி.

$$M_A\, l_1 + 2M_B\,(l_1+l_2) + M_C\, l_2 = -6\left(\frac{A_1\,\bar{x}_A}{l_1} + \frac{A_2\,\bar{x}_B}{l_2}\right)$$

$$M_A = M_C = 0$$

$$l_1 = l_1 = l$$

$$A_1 = A_1 = \frac{wl^3}{12}$$

$$\bar{x}_A = \bar{x}_B = l/2$$

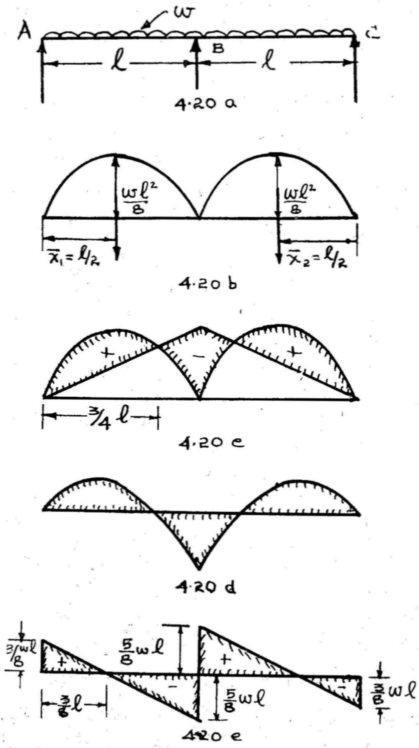
பிரதியிட $\qquad 2M_B\,(2l) = -6\times 2\times\frac{wl^3}{12}\,\frac{l}{2}\cdot\frac{1}{l}$

$$M_B = -\frac{wl^3}{8}$$

மையதாங்கி வளைவு திருப்புதிறன் $= -wl^3/8$ ஆகும்.

வ. தி. தி. வரைபடம் :

இயற்போக்கு தாங்காகக் கருதி ஒவ்வோர் இடைதொலைக்கும் வரையப்பட்டுள்ள வளைவு திருப்புதிறன் வரைபடத்தின்மீது


A
w
B
C
l
l
4·20 a
wl²/8
wl²/8
x̄₁ = l/2
x̄₂ = l/2
4·20 b
+
−
+
3/4 l
4·20 e
4·20 d
3/8 wl
5/8 wl
+
−
+
−
3/8 l
5/8 wl
3/8 wl
4·20 e

படம் 4-20.

தாங்கி திருப்புதிறனுல் பெறும் வரைபடத்தை வரைய தொடர் உத்திரத்துக்கு உரிய வளைவு திருப்புதிறன் வரைபடம் கிடைக்கும். இப் படத்தின் சூன்யக்கோடு (அடிப்படைக் கோடு) சாய்வாக ஒவ்வோர் இடைதொலைக்கும் வெவ்வேருக இருக்கும். அவசிய மாஞல், இப் படத்திலிருந்து கிடைமட்ட அடிப்படைக் கோட்டின் மேல், நிலைக்குத்து உயரங்களை அளந்து குறித்துப் படம் 4-2 (d)ல் உள்ளது மாதிரி வரையலாம்.

வெட்டு விசை வரைபடம்

தாங்கு விசைகள் அல்லது தாங்கில் வெட்டு விசைகள் கணக்கிட்டால், வெட்டு விசைப் படம் எளிதாக வரையலாம்.

$$R'_A = \text{தாங்குவிசை } A\text{-ல்} = R_A + (M'_B - M'_A)/l$$

$$= \frac{wl}{2} - \frac{wl^2}{8} \cdot \frac{1}{l}$$

$$= \frac{3}{8}\, wl.$$

வெட்டு விசை B-ல் இடைதொலை (AB-ல்) $= wl - R'_A$

$$= \frac{5}{8}\, wl.$$

மேலே கணக்கிட்டதுபோல ஆய்வு முறையில்

வெட்டு விசை B-ல் (இடைதொலை BC-ல்) $= \frac{5}{8}\, wl$ என்றும்

தாங்கு விசை C-ல் $= \frac{3}{8}\, wl$

என்றும் பெறலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 4-16.

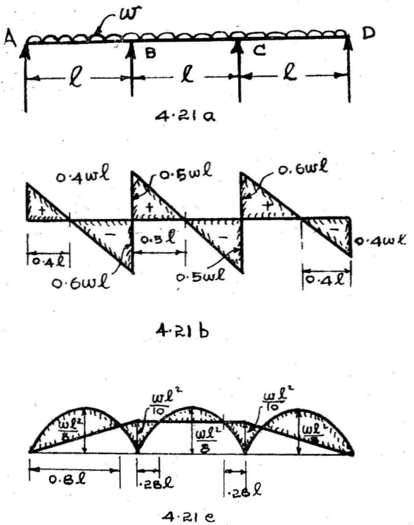
சம இடைதொலையுள்ள, மூன்று இடைதொலை தொடர் உத்திரத்தில் உத்திர முழுமைக்கும் சீரான பரவலான பளு இயங்கினுல், தாங்கிகளில் வளைவு திருப்புதிறன் காண்.

சமச்சீர்உத்திரம், சமச்சீர் பளு ஆதலால்

$$M = M_C$$

தாவகலங்கள் AB, BC இரண்டுக்கும் மூன்று வ.தி.தி. தேற்றப்படி

$$Ml_{A_1} + 2M_B\,(l_1 + {}_2) + Mcl^2 = -6\left(\frac{A_1\bar{x}_A}{l_1} + \frac{Al\bar{x}_B}{l_2}\right)$$



படம் 4-21.

4-31 (a) இருபக்க சமச்சீரான புறந்துருத்தி,
4-21 (b) வெட்டு விசை வரைபடம்,
4-21 (c) வளைவு திருப்புதிறன் வரைபடம்.

பிரதியிட

$$2M_B \cdot 2l + M_B l = -6 \times 2 \times \frac{wl^3}{12} \frac{l}{2} \cdot \frac{1}{l}$$

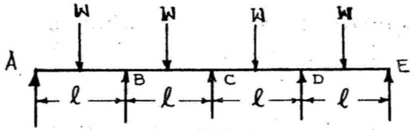
$$M_B = -\frac{wl^2}{10}$$

தாங்கு B-யிலும் C-யிலும் தாங்கு வளைவு திருப்புத் திறன் $\Big\} = -wl^2/10.$

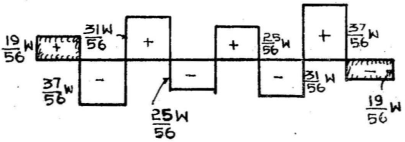
வளைவு திருப்புதிறன் வரைபடம், வெட்டுவிசை வரைபடம் வரையப்பட்டுள்ளன (படம் 4-21).

எடுத்துக்காட்டு 4-17.

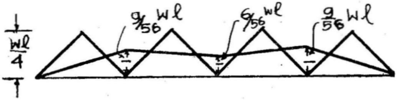
படம் 4-22-ல் கொடுக்கப்பட்டுள்ள நான்கு இடைதொலை தொடர் உத்திரத்துக்கு வெட்டு விசை, வ. தி. தி. வரைபடம் வரைக.



4·22 a



4·22·b



4·22 C

படம் 4-22.

4 22(a) தொடர் உத்திரம்,

4-22 (b) வெட்டு விசை வரைபடம்,

4-22 (c) வளைவு திருப்புதிறன் வரைபடம்

சமச்சீர் ஆனதால், உத்திர மையம்வரை ஒரு பாதிக்கு வெட்டு விசை, வளைவு திருப்புதிறன் கணக்கிட்டால் மறுபாதிக்கு ஆடிபிம்பமாக பெறலாம்.

$$\therefore \quad M_B = M_D.$$

முதலில் இடைதொலைகள் AB, BC-க்களை கருத, மூன்று வளைவு திருப்புதிறன் தேற்றப்படி

$$M_A\, l_1 + 2\, M_B\,(l_1 + l_2) + M_C\, l_2 = -\,6\left(\frac{B_1\, x_A}{l_1} + \frac{A_2\;\; x_C}{l_2}\right)$$

$$M_A = 0$$

$$l_1 = l_2 = l$$

$$\therefore \quad 4\, M_B\, l + M_C\, l = -\,\frac{6}{2}\, 2\left(\frac{Wl}{4}\cdot\frac{l}{2}\cdot\frac{l}{2}\right)$$

$$4\, M_B + M_C = -\,\frac{3Wl}{4} \qquad \ldots \; (1)$$

அடுத்து இடைதொலைகள் BC, CD கருத

$$M_B\;\, l_2 + 2\, M_C\,(l_2 + l_3) + M_D\, l_3 = -\,6\left(\frac{A_2\, x_B}{l_2} + \frac{A_3\, x_D}{l_3}\right)$$

$$\therefore \quad (l_3 = l)$$

$$2\, M_B + 4\, M_C = -\,\tfrac{3}{4}\, Wl \qquad \ldots \; (2)$$

சமன்பாடு (1), (2)-க்கு தீர்வு காண

$$M_B = -\,\frac{9}{56}\, Wl$$

$$M_C = -\,\frac{3}{28}\, Wl$$

$$M_D = -\, M_B$$

$$= -\,9/56\; Wl.$$

வளைவு திருப்புதிறன் வரைபடம், மேலே பெறப்பட்டுள்ள தீர்வு துணையுடன் வரையப்பட்டுள்ளது.

தாங்கு விசை, வெட்டு விசை

$$R'_B = A\text{-ல் தாங்குவிசை} = R_A + \frac{M_B - M_A}{l}$$

$$= \frac{W}{2} - \frac{9}{56}\frac{Wl}{l}$$

$$= (19/56)\ W.$$

B-ல் வெட்டுவிசை (இடைதொலை AB)

$$= \frac{W}{2} + \frac{9}{56}W$$

$$= 37/56\ W$$

இடைதொலை BC

$$B\text{-ல் வெட்டுவிசை} = \frac{W}{2} + \frac{M_C - M_B}{l}$$

$$= \frac{W}{2} + \frac{1}{l}\left(-\frac{3}{28} + \frac{9}{56}\right)Wl$$

$$= \frac{31}{56}W$$

$$C\text{-ல் வெட்டுவிசை} = \frac{W}{2} - \frac{3}{56}W$$

$$= \frac{25}{56}W$$

$$\therefore \quad B\text{-ல் தாங்குவிசை} = \frac{37}{56}W + \frac{31}{56}W$$

$$= \left(1\ \frac{12}{56}\right)W$$

$$= 1{\cdot}214\ W$$

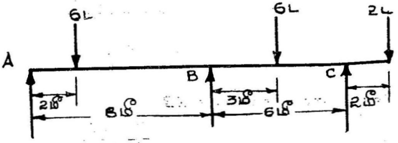
$$C\text{-ல் தாங்குவிசை} = \frac{25}{56}W + \frac{25}{56}W$$

$$= 0{\cdot}893\ W$$

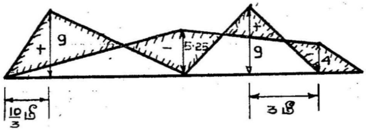
வெட்டு விசை வரைபடம் காண்பிக்கப்பட்டுள்ளது.

எடுத்துக்காட்டு 4-18.

படம் 4-23-ல் கொடுக்கப்பட்டுள்ள தொடர் உத்திரத்தில் தாங்கு திருப்புதிறன் கணக்கிடுக.



4·23 a



4·23 b

படம் 4-23.

4·23 (a) தொடர் உத்திரம்,
4–23(b) தாங்கு திருப்புதிறன் வரைபடம்.

இடைதொலை AB

$$A_1 = \frac{1}{2} \times 9 \times 8 = 36$$

$$x_A = \frac{a+l}{3} = \frac{2+8}{3} = \frac{10}{3}$$

இடைதொலை BC

$$A^2 = \frac{1}{2} \times 9 \times 6 = 27$$

$x_C = 3$ மீ

மூன்று வளைவு திருப்புதிறன் தேற்றப்படி

$$M_A l_1 + 2 M_B (l_1+l_2) + M_C l_2 = -6\left(\frac{A_1 \bar{x}_A}{l_1} + \frac{A_2 \bar{x}_B}{l_2}\right)$$

$$M_A = 0$$

$$M_C = -2 \times 2 = -4 \text{ ட. மீ.}$$

$$\therefore \quad 2 M_B (8+6) + M_C (6) = -6\left(\frac{36}{8} \times \frac{10}{3} + \frac{27 \times 3}{6}\right)$$

4-6. நிலைத்தாங்கி முனை தொடர் உத்திரம்

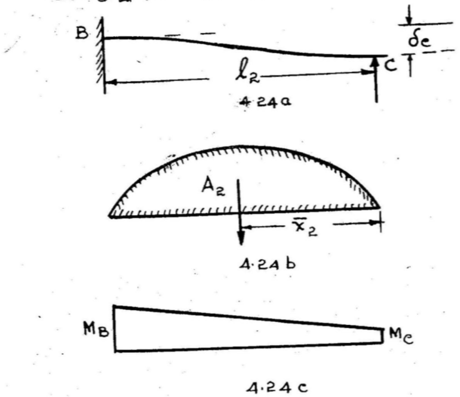
முன் எடுத்துக்காட்டுகளில் தொடர் இணைப்பு உத்திரக் கணக்குகளில் 'மூன்று வளைவு திருப்புதிறன் தேற்றம்' பயன்படுத்திப் பகுப்பாய்வு செய்தோம். அவற்றில் 'n' தாங்கிகள் கொண்ட கணக்கில் $(n-2)$ சமன்பாடுகள் எழுதினோம். முனைத் தாங்கிகள் இயற்போக்குத் தாங்கு அல்லது புறந்துருத்தியாக இருந்ததால், முனைத் தாங்கிகளில் உள்ள வளைவு திருப்புதிறன் தெரிந்த அளவு ஆகும். எனவே $(n-2)$ சமன்பாடுகள் மூலம், மீதியிருக்கின்ற தாங்கிகளான $(n-2)$-க்களின் தாங்கு வளைவு திருப்புதிறன் கணக்கிடலாம்.

ஆனால் முனையில் நிலைத்தாங்கி இருந்தால், நிலைத்தாங்கித் திருப்புதிறன் தெரியாது அல்லவா ? எனவே $(n-2)$ சமன்பாடுகள், தீர்வுகாணப் போதுமானதாகாது. இதுபோன்ற நிலைகளில், நிலை தாங்கித் திருப்புதிறனுக்கும், அதனை அடுத்துள்ள தாங்கித் திருப்புதிறனுக்கும், இவ்விரு தாங்கிகட்கு இடையில் உள்ள இடைதொலையில் பெறப்படும் இயற்போக்குத் தாங்கி வளைவு திருப்புதிறனுக்கும் தொடர்புடைய சமன்பாடு கீழ்க் குறிப்பிட்டுள்ளவாறு பெறலாம்.

படம் 4-24-ல் காண்பித்துள்ளபடி 'B' நிலைத்தாங்கி முனையாக உள்ள தொடர் உத்திரத்தில் BC இடைதொலையைக் கருதுக.

C தாங்கு B தாங்கைவிட δ_C அளவு உயர்ந்து இருப்பதாகக் கொள்க.

BC மீது இயற்போக்கு தாங்கு வ. தி. தி. பரப்பு = A_2



படம் 4-24.
4-24(a) தொடர் உத்திரம்,
4-24(b) வளைவு திருப்புதிறன்,
4-24(c) தாங்கு திருப்புதிறன்.

B, C-க்களில் தாங்கு வ. தி. தி. M_B, M_C எனக் கொள்க.
B-ல் சாய்வு சூன்யம்.

C-ல் பெறும் வெட்டுத்துண்டு = δ_C

$$= \frac{A_2 \bar{x}_C}{EI} + \frac{M_A l^2}{3\,EI} + \frac{M_C\, l^2}{6\,EI}$$

$$\therefore \quad 2\,M_B \cdot l + M_C\, l = -\frac{6}{l} A_2 \bar{x}_B + \frac{6\,EI\,\delta_C}{l}$$

இதே சமன்பாடு நிலைத்தாங்கு முனைக்கு இடது பக்கம் சூன்ய இடைதொலை உத்திரம் உள்ளதாகக் கொண்டால் பெறப்படும். அதாவது மூன்று வளைவு திருப்புதிறன் தேற்றமான

$$M_A\, l_1 + 2\,M_B\,(l_1+l_2) + M_C\, l_2 = -\frac{6\,A_1\,x_1}{l_1} - 6\,\frac{A_2\,x^2}{l^2} + \frac{6\,EI\,\delta_A}{l_1} + \frac{6\,EI\,\delta_C}{l_2}$$

நிலையியல்படி தீர்வு தேரப்பெருத உத்திரங்கள்

$$M_A = 0 \text{ (இயற்போக்கு தாங்கு ஆதலால்)}$$

$$l_1 = 0$$

$$l_2 = l$$

$$\frac{A_1 \bar{x}_1}{l_1} = 0$$

$$\frac{\delta_1}{l_1} = 0 \text{ பிரதியிட}$$

$$2\,M_B l + M_C l = -\frac{6\,A_2\,\bar{x}_C}{l} + \frac{6\,EI\,\delta_C}{l}$$

என்பது கிடைக்கும்.

இவ்வாறு மேற்கொண்டு தேவையான சமன்பாட்டை மூன்று வளைவு திருப்புதிறனை ஞாபகத்தில் கொண்டு, எழுதி, நிலைத்தாங்கு முனை தொடர் உத்திரங்கள் பகுப்பாய்வு செய்யலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 4-18.

இரண்டு இடைதொலை தொடர் உத்திரங்களின் இடது கோடித் தாங்கி நிலைத்தாங்கியாகவும், வலது கோடித் தாங்கி இயற்போக்குத் தாங்கியாகவும் அமைக்கப்பட்டுள்ளன இடது இடைதொலை அளவு 8 மீ; வலது இடைதொலை 6 மீ ஆகவும் உள்ளன. உத்திர முழுமையும் சீரான பரவலான பளு மீட்டருக்கு 2 டன் விகிதம் உள்ளது இயங்கினால், தாங்கு விசைகள் கணக்கிடுக.

தரப்பட்டுள்ள உத்திரம் ABC எனக் கொள்வோம்.

இடது இடைதொலைக்கு, இடப் பக்கம் சூன்ய இடைதொலை $A'A$ உத்திரம் இருப்பதாகக் கொள்க.

$$A'A = 0$$

$$AB = 8 \text{ மீ}$$

$$BC = 6 \text{ மீ}$$

M_A நிலைத்தாங்கி வ. தி. தி. திறனையும் M_B, தாங்கி B மீது உள்ள வ. தி. திறனையும் உணர்த்தும்.

இடைதொலை AB :

$$\left.\begin{matrix}\text{வ. தி. தி. வரைபட} \\ \text{பரப்பு}\end{matrix}\right\} = A_1 = \frac{wl_1^2}{8}, \ \frac{2}{3}\, l_1$$

$$= 2 \times \frac{8^2}{8} \times \frac{2}{3}\, 8$$

$$= \frac{256}{3}$$

$$\therefore \quad \frac{6\, a_1\, \bar{x}_1}{l_1} = 6 \times \frac{256}{3} \times \frac{4}{8}$$

$$= 256$$

இடைதொலை BC :

$$\left.\begin{matrix}\text{வ. தி. தி. வரைபட} \\ \text{பரப்பு}\end{matrix}\right\} = a_2 = \frac{wl_2^2}{8} \ \frac{2}{3}\, l_2$$

$$= 2 \times \frac{6^2}{8} \times \frac{2}{3} \times 6$$

$$= 36$$

$$6\, a_2\, \frac{\bar{x}_2}{l_2} = 6 \times 36 \times \frac{3}{6} = 108$$

மூன்று வளைவு திருப்புதிறன் தேற்றப்படி

(i) சூன்ய தாவலகம் $A'A$-ம், தாவலகம் AB-ம் கருது.

$$2\, M_A\, l_1 + M_B\, l_1 = -\frac{6a_1\, \bar{x}_1}{l_1}$$

$$\therefore \quad 16\, M_A + 8\, M_B = -256$$

$$2\, M_A + M_B = -32 \qquad \dots \ (1)$$

i) தாவகலம் AB-ம் தாவகலம் BC-ம் கருத

$$M_C = 0$$

$$M_A\, l_1 + 2\, M_B\, (l + l_2) = -\frac{6\, a_1\, \bar{x}_1}{l_1} - \frac{6 - a_2\, \bar{x}_2}{l_2}$$

$$\therefore \quad M_A + 28\, M_B = -256 - 108$$

$$\therefore \quad 2\, M_A + 7\, M_B = -91$$

தீர்வுகாண

$$M_A = -11\frac{1}{12}$$

$$M_B = -9\frac{5}{6}$$

தாங்கு விசை

$$R_A = \frac{w\,l_1}{2} - \frac{M_A - M_B}{l}$$

$$= \frac{2 \times 8}{2} + \frac{15}{12} \times \frac{1}{8}$$

$$= 8\frac{15}{36}.$$

$$= 8{\cdot}16 \text{ டன்.}$$

$$R_A = \frac{w\,l_1}{2} + \frac{w\,l_2}{2} + \frac{M_A - M_B}{l_1} - \left[\frac{M_A - M_B}{l_2}\right]$$

$$= 8 + 6 - \frac{15}{96} + \frac{59}{36}$$

$$= 15\frac{139}{288}$$

$$= 15{\cdot}48 \text{ டன்}$$

$$R_C = \frac{w\,l_2}{2} + \left[\frac{M_B - M_C}{l_2}\right]$$

$$= 6 - \frac{59}{36}$$

$$= 4\frac{13}{36}.$$

$$= 4{\cdot}36 \text{ டன்}$$

ஆகவே,

நிலைத்தாங்கியில் தாங்குவிசை = 8·16 டன்

மையத்தாங்கியில் தாங்குவிசை = 15.48 டன்

வலது கோடி இயற்போக்குத் தாங்கியில்
தாங்குவிசை = 4·36 டன்.

பயிற்சி

4-1. 12 மீட்டர் இடை தொலையுள்ள இயற்போக்குத் தாங்கி உத்திரம் சீரான பரவலான பளு மீட்டருக்கு 3 டன் வீதம் இயங்குவதற்கு உட்பட்டுள்ளது. இவ்வுத்திரத்தில், திண்மை

யான முட்டுகள் உத்திரத்தின் இடது தாங்கியிலிருந்து (i) 3 மீ, 9 மீ தொலைவில் 2 முட்டுக்கள் கொடுத்தால், முட்டு களிலும், தாங்கியிலும் தாங்குவிசை கணக்கிடுக. (ii) வெட்டு விசை, வ.தி.தி. வரைபடங்கள் வரைக.

4-2. இரண்டு இடைதொலை தொடர் உத்திரம், முனைகளில் நிலைத் தாங்கி தாங்குகளால் தாங்கப்பட்டுள்ளன. இடது இடை தொலை 10 மீட்டர்; வலது இடை தொலை 6 மீ. இடது இடை தொலையில், இடது நிலைத்தாங்கியிலிருந்து 4 மீ. தொலைவில் 10 டன் செறிவு பளுவும், வலது இடை தொலைவில் மீட்டருக்கு 2 டன் வீதம் சீரான பரவலான பளுவும் இயங்குகின்றன. தாங்கிகளில் விசை காண். வளைவு திருப்புதிறன் வரைபடம் வரைக.

4-3. வினு 4-1-ல் தரப்பட்டுள்ள உத்திரத்தில் முட்டுகள், முட்டுக் கொடுக்கு முன் இருந்த தொய்வில் 60% தொய்வை மட்டும் நீக்கினுல், தாங்கு விசை கண்டு, வெ. வி., வ. தி. தி. வரை படங்கள் வரைக.

4-4. ஒரு நிலைத்தாங்கி உத்திரம், உத்திரத்தில் இடது பாகத்தில் சீரான பரவலான பளு இயக்கத்திற்கு உட்பட்டிருந்தால், பளு இயக்கத்தால் விளைவுறும் பெரும வெட்டு விசை, பெரும வ. தி. தி. காண்.

4-5. 10 மீட்டர் இடைதொலை நிலைத்தாங்கி உத்திரம், உத்திர தாங்கிகளிலிருந்து 3 மீ. தொலைவில் 5 டன் பளுக்கள் இயக் கத்திற்கு உட்பட்டிருக்கிறது. உத்திர மையத்திலும், பளு இயங்கும் புள்ளிகளிலும் தொய்வு கணக்கிடுக.

5. இணை அமைவுகள்

(Trusses)

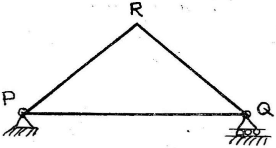
5-1. அறிமுகம்

மூன்று அல்லது அதற்கு அதிகமான உறுப்புகளைக் கொண்டு ஒரு முக்கோணம் அல்லது பல முக்கோணங்கள் அல்லது முக்கோணங்களை ஆதாரமாகக் கொண்டு அமைந்த வடிவங்களாக-தொடராக-இணைக்கப்பட்ட உறுதியான அமைப்பு 'இணை அமைவு' எனப்படும். ஒரே தளத்தில் எல்லா உறுப்புகளும் அமையப் பெற்றிருக்கும் இணை அமைவு, சமதள இணை அமைவு ஆகும். இணை அமைவில் பிணைப்புகள் (Joints) தடை கொடுக்கும் இயல்புடைய ''ரிவெட்'' இணைப்பாலும், இவ் இணைப்புகளை உராய்வு தடையற்ற சுழலும் தன்மையுடைய பிணைப்புகளாகக் கருதிப் பகுப்பாய்வு செய்வது வழக்கம். இவற்றில் வெளி விசைகள், பளுக்கள் இணைப்புகளில் மட்டுமே இயங்குவதாகக் கொள்ளப்படும். இணைப்புக்கிடையில் உறுப்பில் விசைகள், பளுக்கள் இயங்கு வதாகக் கொள்ளப்படுவதில்லை; எனவே, இணை அமைவு உறுப் புகள் வளைவு திருப்புதிறனுக்கு உட்படுவதாகக் கொள்வதில்லை; இழுவை விசை, அமுக்கு விசை ஆகிய அச்சு விசைகளுக்கு மட்டுமே உட்படுவதாகக் கொள்ளப்படும். ஆகவே, இணை அமைவு பகுப்பாய்வில், அச்சு விசை எண் அளவு, தன்மை (Nature) இரண்டும் ஒவ்வோர் உறுப்புக்கும் காண வேண்டும்.

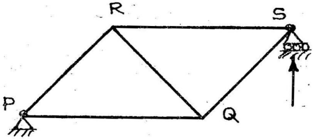
இணை அமைவுகளைச் 'சாதாரண இணை அமைவுகள்' (Simple Trusses), 'கூட்டு இணை அமைவுகள்' (Compound Trusses), 'சிக்கலான இணை அமைவுகள்' (Complex Trusses) என வகைப் படுத்தலாம்,

5-2. சாதாரண இணை அமைவுகள்

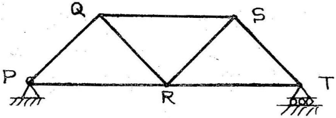
இணை அமைவுக்கு மிக எளிய ஆனால் உருமாறா நிலையான உருவ அமைப்பு மூன்று உறுப்புகளால் ஆன முக்கோண வடிவமாகும்; இந்த அமைப்பு சுழல் முனை இணைப்பு (Pin Joints) மூலம் ஒன்றுக்கொன்று பிணைக்கப்பட்டிருப்பதாகும். படம் 5-1 (a)-ல் இதன் ஒரு வடிவம் தாங்கிகளில் பொருத்தப்பட்டுக் காண்பிக்கப் பட்டிருக்கிறது.



5.1.a



5.1.b



5.1.c

படம் 5-1.

5-1(a) ஆதார இணை அமைவு,
5-1 b) நிலையான இணை அமைவு.
5-1(c) நிலை இணை அமைவு

மேலே சொல்லப்பட்டுள்ள, படம் 5-1 (a)-ல் காண்பிக்கப் பட்டிருக்கிற ஆதார அமைவுடன் மேலும் (*RS*, *QS* என்ற) இரண்டு உறுப்புகளைச் சேர்க்க *PQ RS* என்ற நிலையான இணை அமைவு படம் 5-1 (b) கிடைக்கும். மேலும் இரண்டு உறுப்புகளை படம் 5-1(c)-ல் காட்டப்பட்டுள்ளதுபோல் இணைக்க *PQRST* என்ற நிலை இணை அமைவு பெறப்படும்.

இவ்வாறு நமது தேவைக்கேற்ப வேண்டிய வடிவத்தில், குறிப்பிட்ட இடை தொலைக்கு முக்கோணங்களால் அல்லது முக்கோண ஆதரவினால் ஆன இணை அமைவுகள் பெறலாம். இம் முறையாக அமைக்கப்பெறும் இணை அமைவுகள் 'சாதாரண இணை அமைவுகள்' என்பர்.

சாதாரண இணை அமைவுகளில் உறுப்புகளின் எண்ணிக்கைக் கும் (n), இணைப்புக்களின் எண்ணிக்கைச்கும் (J) தொடர்பு இருக் கின்றது. படம் 5-1(a)-ல் காட்டப்பட்டுள்ள ஆதார இணை அமைவில் மூன்று உறுப்புகளும், மூன்று இணைப்புகளும் உள்ளன. அதை மேற்கொண்டு விரிவாக்கும்போது, அதிகமாகும் ஒவ்வோர் இணைப்புக்கும், உறுப்புகள் எண்ணிக்கை இரண்டு அதிகமாகிறது

அதிகமாகும் இணைப்புகள் $= n^1$ எனக் கொள்க.

∴ அதிகமாகும் உறுப்புகள் $= 2\,n^1$ ஆகும்.

மொத்த இணைப்புகள் $= J$

$= 3 + n^1$

மொத்த உறுப்புகள் $= n$

$= 2\,n^1 + 3$

$$\therefore \quad n = 2\,n^1 + 3$$

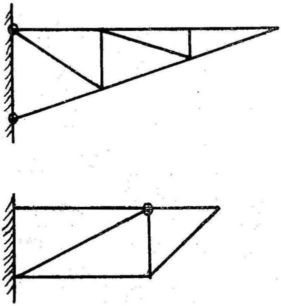
$$= 2\,n^1 + 6 - 3$$

$$= 2\,(n^1 + 3) - 3$$

$$= 2\,J - 3$$

அதாவது $n = (2J-3)$ என்ற தொடர்பு பெறப்படுகிறது. உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை $(2J-3)$-க்குக் குறைவாக இருக்குமானால், இணை அமைவு நிலையானதாக இருக்காது. உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை $(2J-3)$-க்கு அதிகமாக இருந்தால், நிலையியல்படி தீர்வு தேரப்பெறாத அமைப்பு ஆகும்.

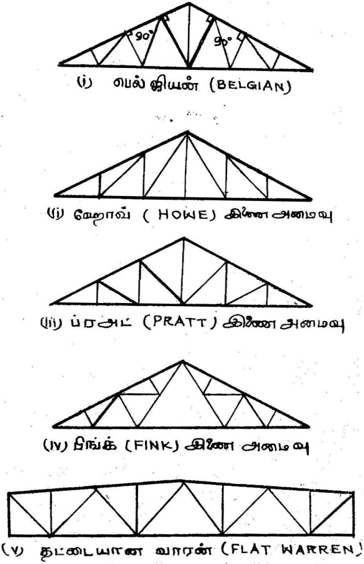
சாதாரண இணை அமைவுகளில் சில, முன் குறிப்பிட்டுள்ளபடி (படம் 5-1) இணைப்பு மூலம் தாங்கிகளில் பொருத்தப்படாமல், படம் 5-2-ல் காண்பிக்கப்பட்டுள்ள மாதிரி உறுப்புகள் நேரே தாங்கிக்குள் கட்டப்பட்டிருக்கலாம். இவை போன்றவற்றில் மொத்த உறுப்புகளுக்கும், இணைப்புகளுக்கும் (தாங்கியில் உள்ள பொருத்தத்தைக் கணக்கில் சேர்க்காமல்) உள்ள தொடர்பு $n = 2J$ என்பதாகும்.



படம் 5-2.

சாதாரண இணை அமைவு

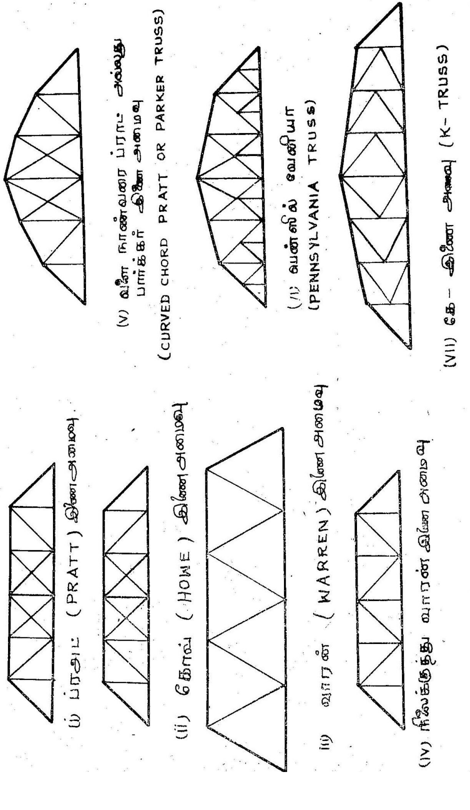
5-2-1. சாதாரணமாக, கட்டடங்களில் பயன்படுத்தப்படும் சாதாரண இணை அமைவுகள் சிலவற்றின் வடிவங்கள் படம் 5-3-1-ல் காண்பிக்கப்பட்டிருக்கிறன.



படம் 5-3-1.

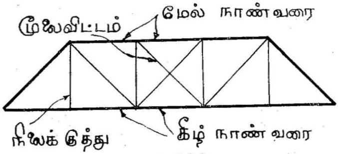
சாதாரண இணை அமைவுகளின் சில வடிவங்கள்

5-2-2. பாலங்களில் வழக்கமாகப் பயன்படுத்தப்படுத்தபடும் இணை அமைவுகள் சில படம் 5-3-2-ல் காண்பிக்கப்பட்டுள்ளன.



படம் 5-3-2.
பாலங்களில் பயன்படுத்தப்படும் இணை அமைவுகள்

5-2.3. இணை அமைவுகளின் உறுப்புகள், அவை உள்ள நிலைகளைப் பொறுத்துக் குறிப்பிட்ட சில வாசகங்களால் வழங்கப்படுகின்றன. படம் 5-3-2-ல் காட்டப்பட்டுள்ள ப்ரஅட் (Pratt) இணை அமைவில் குறிப்பிட்டிருக்கிறபடி இணை அமைவின் கீழ்ப் பகுதி உறுப்புகளை, 'கீழ் நாண் வரை' (Bottom Chord) என்றும், மேற் பாக உறுப்புகளை 'மேல் நாண்வரை' (Top Chord) என்றும், கீழ் நாண்வரை, மேல் நாண்வரை இவற்றிற்கிடையே யுள்ள இடையிணைப்பு (Web) ப் பகுதியில் உள்ள உறுப் புகளைப் பொதுவாக 'இடையிணைப்பு உறுப்புகள்' (Web Members) என்றும், இடையிணைப்பு உறுப்புகளிலும் நிலைகளைப் பொறுத்து 'மூலைவிட்டங்கள்' (Diagonals), நிலைக்குத்துகள் (Verticals) என்றும் குறிப்பிடுகிறோம் (படம் 5-3-3.)



படம் 5-3-3.
இணை அமைவுகளின் உறுப்புகள்

5-3. இணை அமைவு பகுப்பாய்வு

இணை அமைவுகளில் வெளி விசைகள் இணைப்புகளின் மூலம மட்டுமே இயங்குவதாகக் கொள்வதாலும், உறுப்புகளில் எடை யையும் இணைப்புகளில் மூலமே இயங்குவதாகக் கொள்வதாலும், இணைப்புகள் உராய்வு தடை இல்லாத உருளைப் பொருத்தாகக் (Pin Joints) கொள்வதாலும், இணை அமைவு உறுப்புகளில் அச்சு விசைகளான இழுவை விசை அல்லது அமுக்கு விசை செயல்படும் என முன் படித்தோம். உறுப்புகள் செயல்படும் அச்சு விசை எண் அளவு, தன்மை கண்டுபிடிக்கும் முறையை இப்பிரிவுக் கூறில் படிப்போம். இணை அமைவு உறுப்புகளில் உள்ள விசையை, 'உறுப்பில் உள்ள தகைவு' என்று குறிப்பிடும் மரபும் உண்டு.

உறுப்பில் உள்ள தகைவு இயற்கணித முறையிலோ, வரைபட முறையிலோ கணக்கிடலாம். இயற்கணித முறையில் தகைவு கணக்கிட, இணை அமைவின் ஒரு பகுதியைத் தனிப்படுத்தி, தனிப்

படுத்தப்பட்ட பகுதியின் சமநிலையைக் கருதுவர். தனிப்படுத்தும் போது, துண்டிக்கப்பட்ட உறுப்புகளில் உள்ள தகைவை, தனிப் பகுதிமீது இயங்கும் வெளி விசையாகக் கருத வேண்டும். இணைப்பு ஒன்றின் சமநிலையைக் கொண்டு, உறுப்புகளின் தகைவு கணக்கிட்டால், விசைகள் ஒரு தள ஒரு முனை விசைகள் ஆதலால் தெரிய வேண்டிய தகைவுகள் இரண்டுக்கு மேற்படக் கூடாது. இணை அமைவின் ஒரு பாகத்தை வெட்டுமுகம் மூலம் தனிப் படுத்தினால் தெரிந்திட வேண்டிய, வெட்டுமுகத்தால் துண்டிக்கப் பட்ட உறுப்புகள் மூன்றுக்கு மேற்படாமலிருந்தால் அவற்றைக் கணக்கிட முடியும். மேற் கூறப்பட்டுள்ள முறைகளுள் முன்னதை 'இணைப்பு முறை' (Method of Joint) என்றும், இரண்டாவதை 'வெட்டுமுக முறை' (Method of Section) என்றும் கூறுவர்.

வரைபட முறையில், தகைவு வரைபடம் (Stress diagram) வரைந்து உறுப்புகளில், விசை கணக்கிடப்படும். இம் முறை இணைப்பு முறையை அடிப்படையாகக் கொண்டது. இணைப்பு முறையைப்போல் ஒவ்வோர் இணைப்பாக எடுத்துக்கொண்டு விசை முக்கோணம் அல்லது விசைப் பல்கோணம் வரைந்து, தகைவு தெரிந்திடப்படும். எல்லா இணைப்புகளுக்கும் உள்ள விசைக் கோணங்கள் ஒன்றுக்கொன்று சேர்த்து, ஒரே படமாக வரையப்படும். இந்தத் தகைவு வரை படத்திலிருந்து தகைவுகளின் எண் அளவு தெரிந்திடலாம். வரைபடத்தில் இறுதியாக வரையப் படும் இணை கோட்டுடன் படம் முடிவடைகிறதா என்பதிலிருந்து தகைவு வரைப்படம் துல்லியமாக வரைந்து, உள்ள விவரம் தெரிந்து கொள்ளலாம்.

5-4. இணைப்புகள் முறை (Method of Joints)

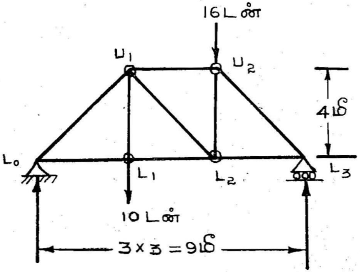
முதலாவதாக இணை அமைவின் தாங்கு விசைகள் அல்லது தாங்கு விசைகளது கூறுகள் கணக்கிடப்பட வேண்டும். அடுத்து, ஒவ்வோர் இணைப்பாக எடுத்துக்கொண்டு ஒரு தள ஒரு முனை விசைகளின் சமநிலைச் சமன்பாடுகளான $\Sigma F_X = 0$. $\Sigma F_Y = 0$ என்பவற்றைப் பயன்படுத்தி, ஒவ்வோர் இணைப்பிலும் தெரிந்திட வேண்டிய விசைகள் இரண்டுக்கு மேற்படாமலிருந்தால் கணக் கிடலாம். ஏதாவது ஒரு பக்க அல்லது முனைத் தாங்கியிலிருந்து ஒவ்வோர் இணைப்பாக எடுத்துக்கொண்டு, மையம்வரை கண்டு பிடித்து, அதன்பின் மறுபக்க அல்லது முனைத் தாங்கியிலிருந்து ஒவ்வோர் இணைப்பாக எடுத்துக்கொண்டு மையம்வரை விசை களைக் கண்டுபிடிப்பது எளிதாக இருக்கும்.

ஒவ்வோர் இணைப்பிலும் இரண்டு உறுப்புகளில் விசை கண்டு பிடிப்பதால், எல்லா இணைப்புகளில் '2 J' உறுப்புகளில் விசை

கணக்கிடலாம். ஆனால், இணை அமைவில் மொத்த உறுப்புகள் (2 $J-3$) ஆகும். ஆகையால் 3 உறுப்புக்களில் விசை அளவுகள் வெவ்வேறு இணைப்புகளிலிருந்து இரண்டு முறை கணக்கிடப் படும்; இரண்டு முறை கணக்கீட்டிலும் ஒரே அளவாகக் குறிப் பிட்ட உறுப்புக்குத் தகைவு பெறுவதிலிருந்து நம் கணக்கீட்டில் தவறுகள் இல்லாமல் கணக்கிட்டிருப்பது அறியலாம். ஒவ்வோர் உறுப்பிலும் உறுப்பில் செயல்படும் விசையைக் குறிப்பதுடன் விசையின் செங்குத்து, கிடைமட்டக் கூறுகளையும் குறிப்பிடுவது ஒவ்வோர் இணைப்பிலும் சமநிலைத் தத்துவத்தைப் பயன்படுத்தி, சம நிலையிலிருக்கிறதா என்பதை எளிதாகச் சரிபார்க்க முடியும். இணைப்புகள் முறை பகுப்பாய்வு கீழே தந்துள்ள எடுத்துக்காட்டு மூலம் விளக்கப்பட்டுள்ளது.

எடுத்துக்காட்டு 5-1.

இணைப்பு முறை பகுப்பாய்வு மூலம், படம் 5-4 (a)-ல் காட்டப் பட்டுள்ள இணை அமைவின் எல்லா உறுப்புகளிலும் தகைவு



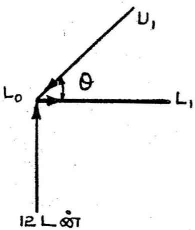
படம் 5-4-a
இணை அமைவுப் படம்

அளவையும் தன்மையையும் காண். தாங்கு விசைகள் L_0, L_3 தாங்குகளில் செங்குத்தாக இயங்கும்.

$$L_0 \text{ தாங்கில்} = \frac{(10 \times 6) + (16 \times 2)}{9} = 12{\cdot}0 \text{ டன்}$$

$$L_3 \text{ தாங்கில்} = (10 + 16) - 12 = 14{\cdot}0 \text{ டன்.}$$

(1) முதலில் இணைப்பு L_0 ஐ எடுத்துக் கொள்க. கணக்கிட வேண்டிய விசைகள் $L_O L_1$, $L_C U_1$ இரண்டும் இழுவை விசைக்குட்பட்டிருப்பதாகக் கொள்க படம் [5-4 (b)].



படம் 5-4(b)
இழுவை விசைக்குட்பட்ட
இணை அமைவு

$$= \theta \sin \frac{L_1 \ U_1}{L_C \ U_1} = \frac{4}{5} = 0{\cdot}8$$

$$\cos \theta = \frac{L_O \ L_1}{L_O \ U_1} = \frac{3}{5} = 0{\cdot}6.$$

$$\Sigma F_Y = 0$$

$$12 + L_0 U_1 \sin \theta = 0$$

$$L_0 U_1 = \frac{12{\cdot}0}{0{\cdot}8} = -15{\cdot}0$$

$\Sigma F_X = 0$ (அல்லது)

$$I_0 U_1 \cos \theta + L_0 L_1 = 0$$

$$\therefore \quad L_0 L_1 = (- L_0 U_1) \cos \theta$$

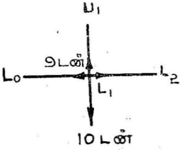
$$= -(-15) \cos \frac{3}{5}$$

$$= +9{\cdot}0$$

அதாவது, $L_0 L_1$-ல் இழுவை விசை 9·0 டன்னும் $L_0 U_1$-ல் அமுக்கு விசை 15·0 டன்னும் இயங்கும். இணைப்பு L_0 மீது, விசைகள் இயங்கும் திசை படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளது. இழுவை விசையைக் காட்ட, அம்புக்குறி இணைப்பிலிருந்து வெளி நோக்காகவும், அமுக்கு விசையைக் குறிக்க, அம்புக்குறி இணைப்பை நோக்கியும் வரைய வேண்டும்,

(2) இணைப்பு L_1

$L_0 L_1$ -ல் 9 டன் இழுவை விசை இயங்குகிறது. $L_1 L_2$. $L_1 U_2$ ஆகிய வற்றில் விசை தெரிந்திட வேண்டும் [படம் 5-4 (c)].



படம் 5-4 (c)
இழுவை விசைக்குட்பட்ட
இணை அமைவு

$\Sigma F_Y = 0.$

$L_1 U_1 - 10 = 0$

$\therefore \quad L_1 U_1 = 10$

$\Sigma F_X - 0$

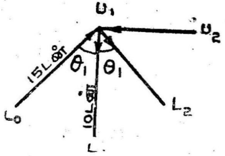
$L_1 E_2. - 9 - 0$

$\because \quad L_1 L_2 = 9.$

$L_1 U_1$ -ல் இழுவை விசை 10 டன்னும் $L_1 U_2$ -ல் இழுவை விசை 9 டன்னிம் இயங்கும்.

இணைப்பு L_0 ஐ அடுத்து இணைப்பு L_1 எடுத்துக் கொண்டிருக்கிறோம். ஏன் இணைப்பு U_1-ஐ எடுத்துக் கொள்ளவில்லை? என்பதைக் கவனத்தில் கொள்க.

(3) இணைப்பு U_1



படம் 5-4 (d)
இழுவை விசைக்குட்பட்ட
இணை அமைவு

இவ்விணைப்பில், $L_0 U_1$, $L_1 U_1$ ஆகிய உறுப்புகளில் விசை தெரியும். எனவே எஞ்சியுள்ள $U_1 L_2$, $U_1 U_2$-ல் விசை கணக்கிடுகிவோம்[படம் 5-4(d).]

$\theta_1 = (90 - \theta)$

$\sin \theta_1 - \cos \theta = \frac{3}{5}$

$\cos \theta_1 = \sin \theta = \frac{4}{5}.$

$\Sigma F_Y = 0$

$$L_O U_1 \cos\theta_1 - U_1 L_1 - U_1 L_1 L_2 \cos\theta_1 = 0.$$

$$(15) \frac{4}{5} - 10 - U_1 L_2 \frac{4}{5} = 0$$

$$U_1 L_2 = 2\,5$$

$\Sigma F_X = 0$

$$L_O U_1 \sin\theta_1 + U_1 L_2 \sin\theta_1 \div U_1 U_2 = 0$$

$$15 \times \frac{3}{5} + 2{\cdot}5 \times \frac{3}{5} + U_1 U_2 = 0$$

$U_1 U_2$ -ல் அமுக்குவிசை 10·5 டன்னும், $U_1 L_2$ -ல் இழுவை விசை 2'5 டன்னும் இயங்கும்.

(4) இணைப்பு L_3

(வலது தாங்கியிலிருந்து ஒவ்வோர் இணைப்பாகக் கருதுவோம்.)

படம் 5-4 (e)

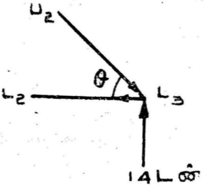
$\Sigma F_Y = 0$

$$14 + L_2 L_3 \sin\theta = 0$$

$$L_2 U_3 \left(\frac{4}{5}\right) = -14$$

$$L_3 U_3 = -14 \times \frac{5}{4}$$

$$= -17{\cdot}5$$



படம் 5-4(e)
இழுவை விசைக்குட்பட்ட இணை அமைவு

$\Sigma F_Y = 0$

$$L_3 L_1 + U_2 L_3 \cos\theta = 0$$

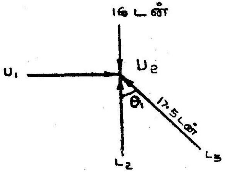
$$L_3 L_3 - 17{\cdot}5 \times \frac{3}{5} = 0$$

$$L_2 L_3 = 10{\cdot}5$$

$L_2 L_3$ -ல் இழுவை விசை 10·5 டன்னும் $L_0 U_2$ -ல் அமுக்கு விசை 17·5 டன்னும் இயங்கும்.

(5) இணைப்பு U_2

படம் 5-4 (f).



படம் 5-4(f).
இழுவை விசைக்குட்பட்ட
இணை அமைவு

$$\Sigma F_Y = 0$$

$$U_2 L_3 \cos \theta_1 = U_2 L_2 - 16 - 0$$

$$17 \cdot 5 \times \frac{4}{5} - U_2 L_2 - 16 = 0$$

$$U_2 L_2 = -2$$

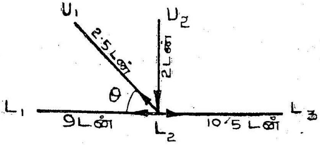
$$\Sigma F_X = 0$$

$$U_1 U_2 + U_2 L_3 \sin \theta_1 = 0$$

$$U_1 U_2 + 17 \cdot 5 \times \frac{3}{5} = 0$$

$$U_1 U_2 = -10 \cdot 5.$$

$U_2 L_2$ அமுக்கு விசை 2 டன்னுக்குட்பட்டுள்ளது. $U_1 U_2$ -ல் முன் (3) ஆம் பிரிவில் கிடைத்த எண் அளவான 10·5 டன் அமுக்கு விசை அளவே கிடைத்திருப்பது கவனிக்கவும்.



படம் 5-4(g).
இழுவை விசைக்குட்பட்ட இணை அமைவு

(6) இணைப்பு L_2 [படம் 5-4 (g)]: இவ் இணைப்பில் உள்ள எல்லா உறுப்புகளிலும் இயங்கு விசை எண் அளவு முன்னரே, பிற இணைப்புகளில் (இணைப்பு L_1, U_1, U_2 L_3) கணக்கிட்டுள்ளோம். எனவே, நம் கணக்கீட்டைச் சரிபார்க்க விசைகளின் அளவை எடுத்துக்கொண்டு இணைப்பு L_2 (L_2-ல் உள்ள ஒரு தள ஒரு முனை விசைகள்) சமநிலையில் இருக்கிறதா எனச் சரிபார்ப்போம்.

$$\Sigma F_Y = U_1 L_2 \sin\theta - U_2 L_2$$

$$= 2{\cdot}5 \times \frac{4}{5} - 2$$

$$= 0$$

$$\Sigma F_X = L_2 L_3 - U_1 L_2 \cos\theta - L_1 L_2$$

$$= 10{\cdot}5 - 2{\cdot}5 \times \frac{3}{5} - 9$$

$$= 0$$

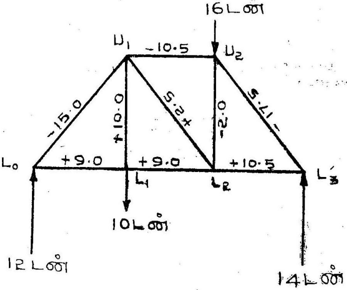
எனவே, இணைப்பு சமநிலையிலிருக்கிறது. அதாவது கணக்கீடு சரி என்பது அறியவரும்.

உறுப்புகளின் தகைவுகளைக் கீழ்க்கண்டவாறு பட்டியல் படுத்தலாம். அல்லது படம் 5-4 (h)-ல் காண்பித்திருக்கிறபடி இணை அமைவு உறுப்புகள் மீது, அவற்றில் இயங்கும் விசை அளவையும் தன்மையையும் குறிக்கலாம்.

விசைப் பட்டியல்

வரிசை எண்	உறுப்பு	இழுவை விசை (டன்னில்)	அமுக்கு விசை (டன்னில்)
1.	$L_0 L_1$	9·0	—
2.	$L_1 L_2$	9·0	—
3.	$L_2 L_3$	10·5	—
4.	$L_0 U_1$	—	15·0
5.	$U_1 U_2$	—	10·5
6.	$U_2 L_3$	—	17·5
7.	$L_1 U_1$	10·0	—
8.	$U_1 L_2$	2·5	—
9.	$L_2 U_2$	—	2·0

மேலே விளக்கப்பட்டுள்ள எடுத்துக்காட்டில், இணை அமைவின் கீழ் நாண்வரைகளான $L_0 L_1$, $L_1 L_2$ $L_2 L_3$ இழுவை விசைக்கும், மேல் நாண்வரை $U_1 U_2$-ம் வெளி மூலைவிட்டங்களான $L_0 U_1$-ம் $U_2 L_3$-ம் அமுக்கு விசைக்கும்கீழ் நாண் வரையையும் மேல் நாண் வரையையும் இணைக்கும் இடையிணைப்பு உறுப்புகளான



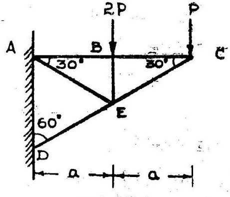
படம் 5-4(h).
இழுவை விசைக்குட்பட்ட இணை அமைவு.

செங்குத்துகள், மூலைவிட்டங்கள் விசைகள் இயங்கும் இணைப்பு, உறுப்புகளின் சாய்வு ஆகியவற்றைப் பொறுத்து இழுவை விசைக்கோ அல்லது அமுக்கு விசைக்கோ உட்பட்டும் இருக்கின்றன.

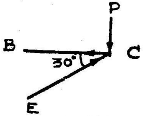
எடுத்துக்காட்டு 5-2.

இணைப்பு முறை பகுப்பாய்வு மூலம் படம் 5-5 (a)-ல் உள்ள பிடிமான கவை இணை அமைவின் எல்லா உறுப்புகளிலும் தகைவு காண்க.

பிடிமான கவை இணை அமைவில் தாங்கலில்லா முனையிலிருக்கும் இணைப்பிலிருந்து தகைவு கண்டுபிடிக்கத் தொடங்கலாம்.



படம் 5-5(a).
பிடிமான கவை இணை அமைவு



படம் 5-5(b).

5-5(b). தகை அமைவு வரைபடம்

(1) இணைப்பு C

படம் 5-5 (b).

$$\Sigma F_Y = 0$$

$$P + CE. \ \sin 30 = 0$$

$$CE = -\frac{P}{\sin 30}$$

$$= -2P.$$

$$\Sigma F_X = 0$$

$$BC + CE \cos 30 = 0$$

$$BC = -CE. \ \cos 30$$

$$= -(-2P)\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= 1{\cdot}732\, P.$$

CE-ல் அமுக்குவிசை '2 P'யும், BC-ல் இழுவை விசை 1·732 P-ம் இயங்குகின்றன.

(2) இணைப்பு B

படம் 5-5 (c).

$$\Sigma F_Y = 0$$

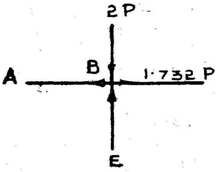
$$2P + BE = -5$$

$$BE = -2P$$

$$\Sigma F_Y = 0$$

$$BA - 1{\cdot}732\, P = 0$$

$$BA = 1{\cdot}732\, P.$$

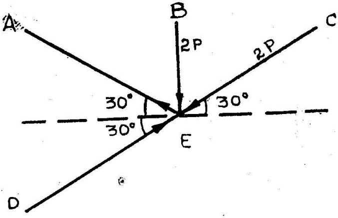


படம் 5-5(c).
தகை அமைவு வரைபடம்

BE-ல் அமுக்கு விசை '2 *P*'யும், *BA*-ல் இழுவை விசை '1·732 *P*'யும் இயங்குகின்றன.

(3) இணைப்பு *E*

படம் 5-5(d).



படம் 5-5 (d).
தகை அமைவு வரைபடம்

இந்த இணைப்பில் *EB*, *EC* உறுப்புகளில் உள்ள விசை அளவுகள் தெரியும். எனவே உறுப்புகள் *EA*, *ED*-ல் இயங்கும் விசைகள் கணக்கிடலாம்.

$$\Sigma F_X = 0$$

$$(DE) \cos 30 + (EA) \cos 30 + 2P \cos 30 = 0$$

$$\because \ (DE) + (EA) = -2P \quad \ldots (1$$

$$\Sigma F_Y = 0$$

$$(EA) \sin 30 - (DE) \sin 30 - (EC) \sin 30 - 2P = 0$$

$$0{\cdot}5\,(EA) - 0{\cdot}5\,(DE) - 0{\cdot}5 \times 2P - 2P = 0$$

$$EA - DE = 6\,P \quad \ldots (2)$$

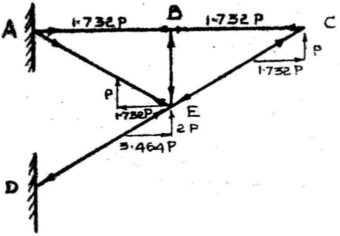
சமன்பாடுகளுக்குத் தீர்வுகாண

$$EA = 2P$$

$$DE = -4P.$$

உறுப்பு *EA*-ல் இழுவை விசை '2 *P*'-ம், உறுப்பு *DE*-ல் அமுக்கு விசை 4 *P*-ம் இயங்குகின்றன.

படம் 5-5 (e)-ல் எல்லா உறுப்புக்களிலும் தகைவு காட்டப்பட்டிருக்கிறது.



படம் 5-5(e).
தகை அமைவு வரைபடம்

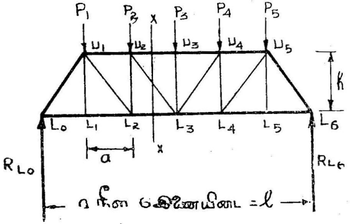
5-5. வெட்டு முகமுறை (Method of Section)

முன் பிரிவுக் கூறில் இணைப்பு முறை பகுப்பாய்வு வகை படித்தோம். அம் முறையில் இணை அமைவின் ஒரு முனை அல்லது ஒரு தாங்கியிலிருந்து தொடங்கி, ஒவ்வொரு இணைப்பாக எடுத்து உறுப்புகளின் விசை கணக்கிடுகிறோம். எனவே இணை அமைவில் மையப் பகுதியில் உள்ள உறுப்பு ஒன்றில் தகைவு கணக்கிடுவதற்கு, அதற்கு ஏதாவது ஒரு பக்கமுள்ள உறுப்புகள் எல்லாவற்றிலும் தகைவு கண்டுபிடிக்க வேண்டியிருக்கிறதல்லவா? இதற்கு காலதாமதம் ஆவதுடன், கணக்கீட்டில் ஏதாவது ஓர் இணைப்பில் தவறு ஏற்படுவதால், அதன் பின் செய்யப்படும் கணக்கீடு தவறாகும் அல்லவா? இந்தக் குறைபாடுகள் தவிர்க்கப்பட்டுள்ள முறை 'வெட்டுமுக முறை தகைவு ஆய்வு' ஆகும். இம் முறையைக் கீழ்க்காணும் எடுத்துக்காட்டு மூலம் விளக்குவோம்.

படம் 5-6 (a)–ல், காட்டப்பட்டுள்ள "பிராட்" (Pratt) இணை அமைவில் மேல் நாண்வரை "$U_2\ U_3$"-ல் தகைவு காண வேண்டுவதாகக் கொள்வோம்

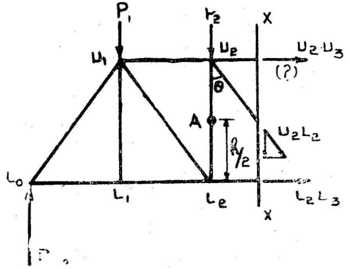
$U_2\ U_3$ உறுப்பைத் துண்டித்துச் செல்லும் வெட்டுமுகம் தேர்ந்து எடுக்கவும். $U_2\ U_3$ ஐத் துண்டித்து $U_2\ U_3$ ஊடே செல்லக் கூடிய எண்ணற்ற வெட்டுமுகங்களுள், தகைவு (விசை) எளிதாகக்

கணக்கிடத் தக்க வெட்டுமுகமான 'XX' ஐ எடுத்துக்கொள்ளலாம். வெட்டு முகம் 'XX', இணை அமைவு உறுப்புகளான, U_2U_3, U_2L_3



படம் 5-6(a). பிராட் இணை அமைவு.

L_2L_3 ஆகிய மூன்றையும் துண்டித்து இணைஅமைவை இரு கூறுகளாக்குகிறது. இரு கூறுகளுள், ஏதாவது ஒரு பாகத்தின் சமநிலையைக் கருத்திற்கொண்டு சமநிலைச் சமன்பாடுகள் எழுதி, தகைவு அமைவு காணலாம். எனவே, இடது பாகத் தனிமப்பகுதி



படம் 5-6 (b). தகை அமைவு வரைபடம்

எடுத்துக்கொண்டு கணக்கிடும் முறை விளக்குவோம். தெரிந்திட வேண்டிய விசைகளான U_2U_3, U_2L_3, L_2L_3 ஆகியவற்றில் இயங்கும் விசைகளின் தன்மையை இழுவை விசைகளாகக் கொண்டு சமன்பாடுகள் அமைக்கப்பட்டுள்ளது.

படம் 5-6(b)-ல் உள்ள தனிமப் பகுதிக்குச் சமநிலைச் சமன்பாடுகள் எழுதி, விடை காணலாம். சமநிலைச் சமன்பாடுகளை மேற்கொள்ளுவது எப்படி? எல்லா நிபந்தனைகளுக்குமான சமன்பாடுகள் அமைக்க வேண்டுமா? எளிதில் விசை கணக்கிடுவது எப்படி? என்பன போன்றவை மனத்தில் தோன்றலாம். $U_3 U_3$ உறுப்பில் பெறப்படும் விசைக்குச் செங்குத்துக் கூறு சூன்யம்; எனவே $\sum F_Y = 0$ என்ற நிபந்தனை கொண்டு அமைக்கப்படும் சமன்பாட்டின் மூலம் $U_2 U_3$ விசை அளவு நேரடியாகக் கிடைக்காது. அடுத்ததாக $\sum F_X = 0$ என்ற நிபந்தனை மூலம் சமன்பாடு அமைத்தால், சமன்பாட்டில் தெரிந்திடவேண்டிய விசைகள் மூன்றும் இடம் பெறும். ஆகவே $\sum F_X = 0$ சமன்பாட்டுடன், மேலும் சமன்பாடுகள் அமைத்து மூன்று ஒருங்கைச் சமன்பாடுகளின் தீர்வு கண்டு, விசை கணக்கிட வேண்டும். மூன்றாவதாக $\sum M = 0$ என்ற நிபந்தனை கொண்டு அமைக்கப்படும் சமன்பாடு, விளக்கப் பெருக்கற்பலன் கணக்கிடும் புள்ளியைப் பொறுத்து அமைவதாகும். எடுத்துக்காட்டாக, $U_2 L_2$ உறுப்பின் மையப் புள்ளியான A-ல் விலக்கப் பெருக்கற் பலன் கணக்கிடுவதாகக் கொள்க. விசைகளின் இயங்கு திசைகள் A புள்ளி மூலம் செல்லாததால், மூன்று விசைகளும் சமன்பாட்டில் இடம்பெறும். எனவே, இவ்வாறான புள்ளிகளில் விலக்கப் பெருக்கற் பலன் கணக்கிடுவது சிலாக்கியமல்ல. அடுத்ததாக ஏதாவது ஒரு விசை இயங்கு கோட்டில் விலக்கப் பெருக்கற் பலன் கணக்கிட்டால், மற்ற இரண்டு தெரிந்திடவேண்டிய விசைகளும் சமன்பாட்டில் இடம்பெறும். எனவே, இதுவும் விரும்பத்தக்கதல்ல. கணக்கிட எடுத்துக் கொண்டிருக்கும் $U_2 U_2$ விசை நீங்கலாக எஞ்சி இருக்கின்ற மற்ற இரண்டு தெரியா விசைகளின் இயங்கு கோடுகளும் சந்திக்கும் புள்ளியில் வி. பெ. ப. கணக்கிட்டால், சமன்பாட்டில் தெரியா விசையாக, கணக்கிட எடுத்துக்கொண்டிருக்கும் விசை மட்டுமே இருக்கும். இவ்வாறு சமன்பாடு அமைப்பதே விரும்பத்தக்கதாகும்.

எனவே, விளக்கியுள்ளவற்றைச் சமன்பாடுகள் மூலம் விளக்கப்பட்டிருக்கிறது.

முதலில் $\sum F_Y = 0$

$$R_{L0} - P_5 - P_2 - (U_2 L_2) \cos \theta = 0$$

(இச் சமன்பாடு $U_2 L_2$ கணக்கிடச் சிறந்ததாவும். $U_2 U_3$ கணக்கிட, இதன் மூலம் முடியாது.)

அடுத்து $\sum F_X = 0$ கருதுக.

$$U_2 U_3 + U_2 L_2 \sin \theta + L_2 L_3 = 0$$

தெரியா விசைகள் மூன்று இருப்பதால், மேற்கொண்டு சமன்பாடுகள் அமைத்து, மூன்று ஒருங்கைச் சமன்பாடுகளின் தீர்வு பெற வேண்டும்.

மூன்றாவதாக $\Sigma M = 0$ என்ற நிபந்தனையை, வி. பெ. ப புள்ளிகள் A, L_2, U_2 ஆகியன எடுத்துக்கொண்டு கருதுவோம்:

(i) வி. பெ. ப. புள்ளி A. ($U_2 L_2$-ன் மையப்புள்ளி)

$$R_{L0}(2a) - P_1 a = (U_2 U_3)\frac{h}{2} - \left(L_2 L_3 \frac{h}{2}\right) + (U_2 L_2)\frac{h}{2}\sin\theta = 0.$$

(ii) வி. பெ. ப. புள்ளி L_2

$$R_{L0}(2a) - P_1 a + U_2 U_3 h + (U_2 L_2) h \sin\theta = 0$$

(iii) வி. பெ. ப. புள்ளி L_3

$$R_{L0}(3a) - P_1 2a - P_2 a + (U_2 U_3) h = 0$$

எனவே, சமன்பாடு (i)-ல் மூன்று தெரியா விசைகளும், சமன்பாடு (ii)-ல் இரண்டு தெரியா விசைகளும், சமன்பாடு (iii)-ல் தெரிந்திட வேண்டிய விசை மட்டுமே இருப்பதும் தெரிய வரும்; எனவே, $\Sigma M = 0$ நிபந்தனையில் வி.பெ ப. மையத்தைத் (புள்ளியை) தகுந்த முறையில் அதாவது, மற்ற தெரியா விசைகளது வி.பெ.ப. சூன்யம் அடையும்படியாகத் தேர்ந்தெடுத்து தகைவு எளிதில் கணக்கிடலாம். எனவே, சமன்பாடு (iii)-லிருந்து

$U_2 U_3 = -\frac{1}{h}[R_{LO}(3a) - P_1 2a - P_2 a]$ என்பது பெறலாம்.

இதேபோன்று $L_2 L_3$ உறுப்பில் விசை கணக்கிட, வி. பெ. ப. மையம் $U_2 U_3$, $U_2 L_3$ ஆகிய உறுப்புகள் சந்திக்கும் U_2 புள்ளி ஆகும். U_2 வி. பெ. ப. மையத்துக்கு $\Sigma M = 0$ என்ற சமன்பாடு எழுத,

$R_{LO}(2a) - P_1 a - (L_2 L_3) h = 0$ என்பது பெறலாம்.

ஆகவே, $L_2 L_3 = \frac{1}{h}[R_{LO}(2a) - P_1 a]$.

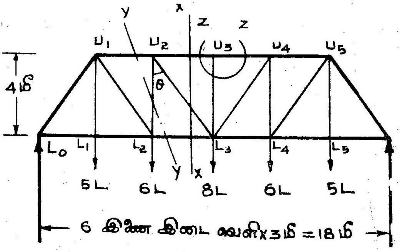
அதாவது, உறுப்பிலுள்ள விசை எண் அளவு, மேலே குறிப்பிட்டுள்ளபடி தேர்ந்தெடுக்கப்படும் (வி. பெ. ப. கணக்கிடும்) புள்ளியில் பெறப்படும் வி. பெ. ப. ÷ செங்குத்துடு தூரம் ஆகும்.

நாண் வரைகள் இணையாகக் கிடைமட்டமாக உள்ள இடையிணைப்பு உறுப்புகளில் (Web members) $\sum F_Y = 0$ என்ற நிபந்தனையின் படி சமன்பாடு எழுதி, விசைகள் கணக்கிடலாம்.

மேலே குறிப்பிட்டுள்ள முறையைப் பின்பற்றி எந்த உறுப்பிலும் தகைவு எளிதாகக் கணக்கிடலாம். சில வகை மாதிரி இணை அமைவுகளில் இம்முறையில் பகுப்பாய்வு செய்து, வெட்டுமுக முறை மேற்கொள்ளும் விதத்தை விளக்குவோம்.

எடுத்துக்காட்டு 5-3.

படம் 5-7 (a)-ல் தரப்பட்டுள்ள இயற்போக்குத் தாங்கு இணை அமைவில், மூன்றுவது இணை இடைவெளியில் உள்ள எல்லா உறுப்புகளிலும் இடைவெளிக்கு இரு பக்கமும் உள்ள நிலைக்குத்துகளிலும் விசை வெட்டுமுக முறையில் கணக்கிடுக.



படம் 5-7(a).
இயற்போக்குத் தாங்கு இணை அமைவு

$$\text{தாங்குவிசை } L_0\text{-ல்} = \frac{1}{2}[5+6+8+6+5]$$

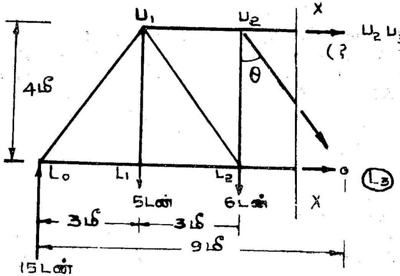
$$= 15 \text{ டன்.}$$

உறுப்புகள் $U_2 U_3$, $L_2 L_3$, $U_2 L_3$, $U_2 L_2$, $U_3 L_5$ ஆகியன வற்றில் தகைவு கணக்கிடுவோம்.

(1) உறுப்பு $U_2 U_3$.

படம் 5-7 (b).

படம் 5-7 (b)-ல் காட்டியுள்ள பாகத்தின் சமநிலையைக் கருதுக, ['*XX*' வெட்டுமுகம் இணை அமைவை வெட்டி, பெறப்படும் இடது பாகம் படம் 5-7 (*b*)-ல் உள்ளது.] வி.பெ.ப. மையம் உறுப்புக்கள்



படம் 5-7. b

வெட்டுமுக இணை அமைவு வரைபடம்.

$U_2 L_3$, $L_2 L_3$ சந்திக்கும் புள்ளியான L_3 ஆகும் $U_2 U_3$-ல் இயங்குவது இழுவை விசை யெனக் கொள்க.

$$\Sigma M_{L_3} = 0$$

$$15 \times 9 - 5 \times 6 - 6 \times 3 + (U_2 U_3) 4 = 0$$

$$U_2 U_3 = -\frac{87}{4}$$

$$= -21{\cdot}75$$

அதாவது $U_2 U_3$-ல் அமுக்கு விசை 21·75 டன் ஆகும்.

(2) உறுப்பு $L_2 L_3$.

படம் 5-7 (b).

வி. பெ. ப. மையம் $U_2 U_3$, $U_2 L_3$ சந்திக்கும் புள்ளியான U_2 ஆகும்.

$\because \sum M_{U_2} = 0$

$$15 \times 6 - 5 \times 3 - (L_2 L_3) 4 = 0$$

$$L_2 L_3 = \frac{75}{4}$$

$$= 18{\cdot}75.$$

அதாவது $L_2 L_3$ -ல் இழுவை விசை 18·75 டன் இயங்கும்.

(3) உறுப்பு $U_2 L_3$.

உறுப்புகள் $U_2 U_3$-ம் ஒன்றுக்கொன்று இணை. எனவே, இரண்டும் சந்திக்கும் புள்ளி, எட்டாப் புள்ளி ஆதலால் $\sum F_Y = 0$ என்ற நிபந்தனையைப் பயன்படுத்தி விசை கண்டுபிடிப்பது எளிதாக இருக்கும். $\sum F_Y = 0$ என்ற நிபந்தனைச் சமன்பாடு எழுத,

$$15 - 5 - 6 - (U_2 L_3) \cos \theta = 0$$

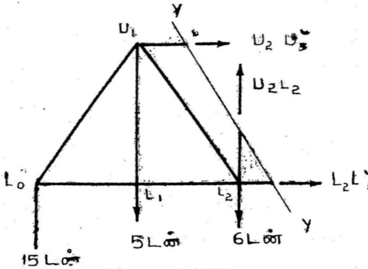
$$U_2 L_3 = \frac{4}{\cos \theta}$$

$$= 5{\cdot}0.$$

அதாவது $U_2 L_3$-ல் இழுவை விசை 5 டன் ஆகும்.

(4) உறுப்பு $U_2 L_2$

படம் 5-7 (c).



படம் 5-7(c).

வெட்டு விசைப் படம்

உறுப்புகள் $U_1 U_2$, $U_2 L_2$, $L_2 L_3$ இவற்றைத் துண்டிக்கும் வெட்டுமுகமான YY -க்கு இடதுபாகத்தின் சமநிலையைக் கருதுக.

$$\Sigma F_Y = 0$$

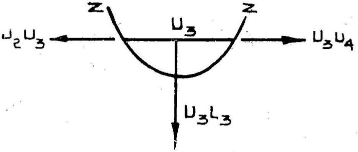
$$15 - 5 - 6 + U_2 L_2 = 0$$

$$U_2 L_2 = -4.$$

$U_2 L_2$ -ல் அமுக்குவிசை 4 டன் இயங்கும்

(5) உறுப்பு $U_3 L_3$

படம் 5-7 (d).



படம் 5-7(d).
வெட்டு விசைப் படம்

வெட்டுமுகம் ZZ எடுத்துக்கொள்க. வெட்டுமுகத்து மேல் பாகத்தின் சமநிலையைக் கருதுக.

$$\Sigma F_Y = 0$$

$$\because \quad U_3 L_3 = 0$$

அதாவது $U_3 L_3$ -ல் விசை சூன்யம்

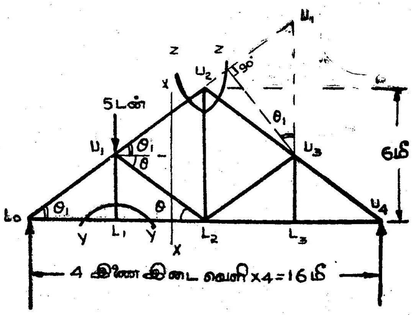
மேலே பெறப்பட்ட விசை அளவுகளை விசைப்பட்டியலில் தரப்பட்டுள்ளது. இழுவை விசையை '+' அடையாளமும், அமுக்கு விசையை '—' அடையாளமும் குறிக்கும்.

விசைப்பட்டியல்

வரிசை எண்	உறுப்பு	விசை டன்னில்	விசைத் தன்மை
1.	$U_2\ U_3$	21·75	—
2.	$L_2\ L_3$	18·75	+
3.	$U_2\ L_3$	5·0	+
4.	$U_2\ L_2$	4·0	—
5.	$U_3\ L_3$	சூன்யம்	

எடுத்துக்காட்டு 5-4.

படம் 5-8 (a)-ல் தரப்பட்டுள்ள இணை அமைவில், உறுப்புகள் U_1U_2, U_1L_2, L_1L_2, U_2L_2, U_2L_3 ஆகியவற்றில் விசை காண்.



படம் 5·8(a).
விசைக்குட்பட்ட இணை அமைவு।

மொத்த இணைப்புகள் (J) 8

மொத்த உறுப்புகள் (n)..........13

$$n = 2J - 3$$
$$= (2 \times 8) - 3$$
$$= 13.$$

தரப்பட்ட இணை அமைவு நிலையானதும் தீர்வு காணக்கூடியதும் ஆகும்.

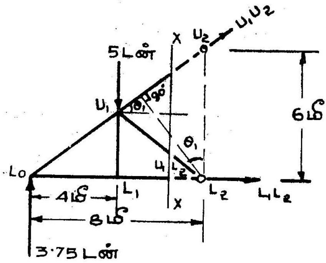
$$\text{தாங்கு விசை } L_O \text{ தாங்கியில்} = \frac{5 \times 12}{19}$$
$$= 3{\cdot}75 \text{ டன்.}$$

$$\cos\theta = \frac{L_O L_1}{L_O U_1} = \frac{4}{5} = 0{\cdot}8.$$

$$\sin\theta = \frac{L_1 U_2}{L_O U_1} = \frac{3}{5} = 0{\cdot}6$$

(1) உறுப்பு $U_1 U_2$

படம் 5-8 (*b*).



படம் 5-8(b).
வெட்டுமுகப் படம்

வெட்டுமுகம் '*XX*'-க்கு இடப்பக்க தனிமச் சமநிலையைக் கருதுக.

வி. பெ. ப. மையம். L_2 விலிருந்து U_1 U_2-க்குச் செங்குத்துத் தூரம்

$$= (L_2 U_2) \cos \theta_1$$
$$= (L_3 U_2) \cos \theta$$
$$= 6 \times 0{\cdot}8$$
$$= 4{\cdot}8 \text{ மீ.}$$

உறுப்பு $U_1 U_2$ -ல் தெரிந்திட வேண்டிய விசைத்தன்மை இழுவை எனக் கொண்டு, வி. பெ. ப. L_2 மையத்துக்கு எழுதுக.

$$3{\cdot}75 \times 8 - 5 \times 4 (+ (U_1 U_2) 4{\cdot}8 = 0$$
$$U_1 U_2 = - 10/4.8$$
$$= - 2{\cdot}083$$

$U_1 U_2$ அமுக்கு விசை 2·083 டன் ஆகும்.

(2) உறுப்பு $U_1 L_2$

படம் 5-8 (b).

விலக்கப் பெருக்கல் பலன் மையம் L_0

L_0-விருந்து $U_1 L_2$-க்கு செங்குத்து தூரம் $= (L_0 L_2) \sin\theta = 8 \times 0{\cdot}6 = 4{\cdot}8$ மீ.

வி. பெ. ப. L_0 புள்ளிக்கு எழுதி, சூன்யத்துக்குச் சமனிடுக.

$$5 \times 4 + (U_1 L_2)\, 4{\cdot}8 = 0$$

$$U_1 L_2 = -\frac{20}{4{\cdot}8} = -4{\cdot}167$$

உறுப்பு $U_1 L_2$-ல் அமுக்கு விசை 4·167 டன் ஆகும்.

(3) உறுப்பு $L_1 L_2$

படம் 5-8 (b).

வி. பெ. ப. மையம் U_1

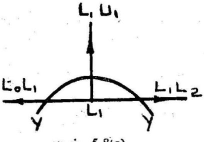
$\Sigma M_{(U_1)} = 0$ என்ற சமன்பாடு எழுத,

$$3{\cdot}75 \times 4 - (L_1 L_2)\, 3 = 0$$

$$L_1 L_2 = \frac{15}{3} = 5.$$

$L_1 L_2$-ல் இழுவை விசை 5 டன் ஆகும்.

(4) உறுப்பு $L_1 U_1$



படம் 5·8(c).
வெட்டுமுகப் படம்

படம் 5-8 (c)-ல் காட்டப் பட்டிருக்கிறபடி YY வெட்டு முகத்துக்குக் கீழ்ப் பாக சமநிலை கருதுக.

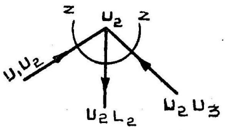
$$\Sigma F_Y = 0$$

$$L_1 U_1 = 0$$

$L\ U_1$-ல் விசை சூன்யம்.

5) உறுப்பு $L_2 U_2$

படம் 5-8 (d).



படம் 5·8 (d).
விசைக்குட்பட்ட இணை அமைவு

உறுப்பு $U_1 U_2$-ல் அமுக்கு விசை 2·083 டன் இயங்குவது முன் தெரிந்துள்ளோம். எனவே வி. பெ. ப. மையமாக U_3ஐ எடுத்துக்கொள்வோம்.

U_3-லிருந்து $U_1 U_2$-க்கு செங்குத்துத் தூரம் $= U_2 U_1 \cos \theta_1$
$= 6 \times 0{\cdot}8$
$= 4{\cdot}8$ மீ.

$$\Sigma M_{U_3} = 0$$

(அதாவது) $U_1 U_2 \times 4{\cdot}8 - U_2 L_2 \cdot 4 = 0$

$$\therefore \quad U_2 L_2 = 2{\cdot}083 \times \frac{4{\cdot}8}{4}$$
$$= 2{\cdot}5 \text{ டன்}$$

அல்லது $U_2 U_3$ விசை அறிந்து $\Sigma F_Y = 0$ என்ற நிபந்தனை சமன்பாட்டினின்றும் பெறலாம்.

ZZ வெட்டுமுகத்துக்கு மேல் பாக தனிமத்தில் $\Sigma F_X = 0$ $U_2 U_3$ அமுக்கு விசை எனக் கருதுக.

$$\therefore \quad U_1 U_2 \sin (90 - \theta) - U_2 U_3 \sin (90 - \theta) = 0$$
$$\therefore \quad U_2 U_3 = U_1 U_2 = 2{\cdot}083 \text{ டன்.}$$

$\Sigma F_Y = 0$ என்ற நிபந்தனைச் சமன்பாடு எழுத,

$$(U_1 U_2) \sin \theta + (U_2 U_3) \sin \theta - (L_2 U_2) = 0$$
$$\therefore \quad L_2 U_2 = 2\,(U_1 U_2) \sin \theta$$
$$= 2 \times 2{\cdot}083 \times 0{\cdot}6$$
$$= 2{\cdot}5 \text{ டன்.}$$

உறுப்பு $L_2 U_2$-ல் இழுவை விசை 2·5 டன் செயல்படும்.

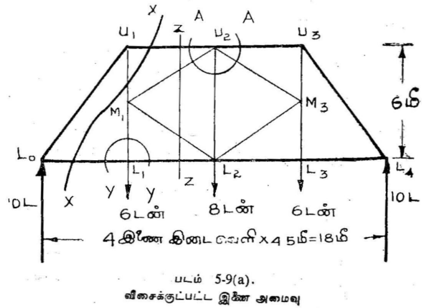
மேலே கிடைத்த விசை அளவுகள் பட்டியல்படுத்தித் தரப் பட்டுள்ளன.

விசைப் பட்டியல்

வரிசை எண்	உறுப்புப் பெயர்	இழுவை விசை, டன்னில்	அமுக்கு விசை, டன்னில்
1.	$U_1 U_2$		2·083
2.	$U_1 L_2$		4·167
3.	$L_1 L_2$	5·0	
4.	$L_1 U_1$	சூன்யம்	
5.	$L_2 U_2$	2·5	

எடுத்துக்காட்டு 5-5.

படம் 5-9 (a)-ல் காட்டப்பட்டுள்ள இணை அமைவில் $U_1 M_1$ $M_1 L_1$, $U_1 U_2$, $M_1 U_2$, $M_1 L_2$, $L_1 L_2$, $U_2 L_2$ ஆகிய உறுப்புகளில் விசை காண்.



படம் 5-9(a).
விசைக்குட்பட்ட இணை அமைவு

சமச்சீர் இணை அமைவில் மைய உறுப்புக்கு சமச்சீராக பளு இயங்குகிறது. எனவே தாங்குவிசைகள் சமம்.

$$\text{தாங்கு விசை} = \frac{1}{2}(6 + 8 + 6)$$

$$= 10 \text{ டன்}$$

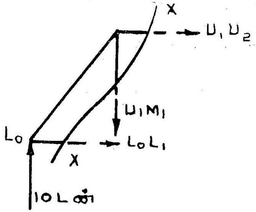
(1) உறுப்பு $U_1 M_1$

படம் 5-9 b-ல் காட்டியுள்ளபடி வெட்டுமுகம் XX-க்கு இடப்பக்க தனிமத்தின் சமநிலை கருதுக.

$$\Sigma F_Y = 0$$

$$10 - U_1 M_1 = 10$$

உறுப்பு $U_1 M_1$-ல் இழுவை விசை 10 டன் இயங்கும்.



படம் 5-9 (b).
வெட்டுமுகப் படம்

(2) உறுப்பு $M_1 L_1$

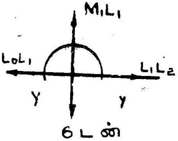
படம் 5-9 (c)-ல் காட்டியுள்ளபடி வெட்டுமுகம் YY-க்கு கீழ்பபாக தனிம சமநிலை கருதுக.

$$\Sigma F_Y = 0$$

$$M_1 L_1 - 6 = 0$$

$$M_1 L_1 = 6$$

உறுப்பு $M_1 L_1$-ல் இழுவை விசை 6 டன் ஆகும்.



படம் 5-9(c).
வெட்டுமுகப் படம்

(3) உறுப்பு $U_1 U_2$

படம் 5-9(d).

வி. பெ. ப. மையம் L_0-ல் வி. பெ. ப. கணக்கிட்டு சூன்யத்துக்குச் சமனிட

$$(U_1 U_2) \times 6 + (U_1 M_1) 4{\cdot}5 = 0$$

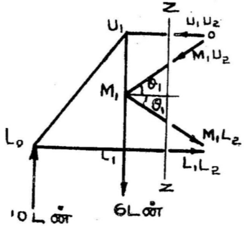
$$U_1 U_2 = -\frac{45}{6}$$

$$= -7{\cdot}5.$$

$U_1 {}_2 U$-ல் அமுக்கு விசை 7·5 டன் இயங்கும்.

(4) உறுப்புகள் $M_1 U_2$, $M_0 L_2$

இணைப்பு M_1 -ன் சமநிலையைக் கருத்தில் கொண்டு, $\Sigma F_X = 0$ என்ற நிபந்தனை மூலம் $M_1 U_2$, $M_1 U_2$ ஆகிய இரண்டு உறுப்புகளின் கிடைக் கூறுகள் ஒன்றுக் கொன்று சமமாகவும் எதிர்த்திசையிலும் இயங்கும் என்பது தெளிவு. மேலும், இரண்டு உறுப்புகளும் கிடை மட்டத்துக்குச் சம கோணமாகச் சாய்ந்து இருக்கின்றன ; ஆகவே அவற்றில் இயங்கும் விசை அளவு ஒன்றுக் கொன்று சமமாகவும், ஒன்று இழுவை விசையாகவும் மற்றது அமுக்கு விசையாகவும் இருக்கும்.



படம் 5-9 (d).
வெட்டுமுகப் படம்

படம் 5-9 (d)-ல் காண்பித்துள்ளபடி 'ZZ' வெட்டு முகத்துக்கு இடது பாகத் தனிமத்தின் சமநிலையைக் கருதுக.

$M_1 U_2$ அமுக்கு விசை எனவும்

$M_1 L_2$ இழுவை விசை எனவும் கொள்வோம்.

$\Sigma F_Y = 0$ என்ற நிபந்தனைச் சமன்பாடு எழுத,

$$10 - 6 - M_1 U_2, \text{ Sin } \theta_1 - M_1 L_2, \text{ Sin } \theta_1 = 0$$

$M_1 U_2 = M_1 L_2$ (எண் அளவில்)

$$\therefore \quad M_1 U_2 = \frac{4}{2 \text{ Sin } \theta_1}$$
$$= 2/0{\cdot}556$$
$$= 3{\cdot}6 \text{ டன்}$$
$$M_1 L_2 = 3{\cdot}6 \text{ டன்.}$$

(5) உறுப்பு $L_1 L_2$

படம் 5-9 (d).

வி. பெ. ப. M_1 புள்ளியில் கணக்கிட்டு, சூன்யத்துக்கு சமப்படுத்துக. $U_1 U_2$ -ல் படத்தில் காட்டியுள்ளபடி அமுக்கு விசை இயங்கும். எண் அளவு 7·4 டன்

$$\therefore \quad 10 \times 4{\cdot}5 - 7{\cdot}5 \times 3 - (L_4 L_2)\, 3 = 0$$
$$L_1 L_2 = \frac{22{\cdot}5}{3}$$
$$= 7{\cdot}5.$$

$L' L_2$ உறுப்பில் இழுவை விசை 7·5 டன் இயங்கும்.

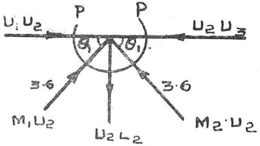
(6) உறுப்பு $U_2 L_2$

படம் 5-9(e).

சமச்சீர் இணை அமைவில் பளு சமச்சீர் ஆக இயங்கு வதால்

$$M_3 U_2 = M_1 U_2 = 3{\cdot}6 \text{ டன்}$$

அமுக்கு விசை.



படம் 5-9(e).
வெட்டுமுகப் படம்.

வெட்டுமுகம் '*PP*'-க்கு மேல்பாக தனிமத்தின் சமநிலை கருதுக. $\sum F_Y = 0$ என்ற நிபந்தனையின்படி.

$$M_1 U_2 \text{ Sin } \theta_1 + M_3 U_2 \text{ Sin } \theta_1 - U_2 L_2 = 0$$

$$U_2 L_2 = 2 \times 3{\cdot}6 \times 0{\cdot}556$$

$$= 4 \text{ டன்.}$$

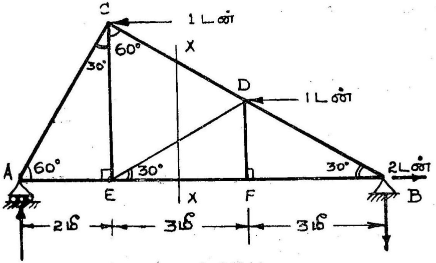
உறுப்பு $U_2 L_2$ இழுவை விசை 4 டன்னுக்கு உட்படும்.

விசைப் பட்டியல்

வரிசை எண்	உறுப்பு பெயர்	இழுவை விசை டன்னில்	அமுக்கு விசை டன்னில்
1.	U_1 M_1	10.0	—
2.	M_1 L_1	6.0	
3.	U_1 U_2		7·5
4	M_1 U_2		3·6
5.	M_1 L_2	3·6	
6.	L_1 L_2	7.5	
7.	U_2 L_2	4·0	

எடுத்துக்காட்டு 5-6.

படம் 5-10 (*a*)-ல் காட்டப்பட்டுள்ள இணை அமைவின் உறுப்புகள் விசை கணக்கிட்டுப் பட்டியல் படுத்துக.



படம் 5-10 (a).
விசைக்குட்பட்ட இணை அமைவு.

வி. பெ. ப, *B*-ல் கணக்கிட்டு, சூன்யத்துக்குச் சமமாக்க,

$$V_A 8 - 1 \times 2\sqrt{3} = 1 \times \sqrt{3} = 0.$$

$$V_A = \frac{3}{8}\sqrt{3}$$

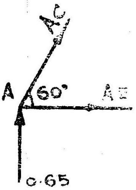
$$= 0.65 \text{ டன்} \uparrow$$

$$V_B = 0{\cdot}65 \text{ டன்} \downarrow$$

$$H_B = 2 \text{ டன்} \rightarrow$$

(i) இணைப்பு *A*

படம் 5-10(b).



படம் 5-10 (b).
இணை அமைவுப் படம்

$$\Sigma F_Y = 6.$$

$$0{\cdot}65 + (AC) \sin 60 = 0$$

$$AC = -0{\cdot}65 \times \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$= -0{\cdot}75$$

$$F_X = 0$$

$$AC \cos 30 + AE = 0$$

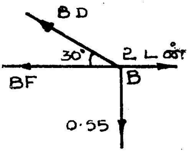
$$(-0{\cdot}75)(0{\cdot}5) + AE = 0$$

$$AE = 0{\cdot}375$$

உறுப்பு AE இழுவை விசை 0·375 டன்னுக்கும் உறுப்பு AC அமுக்கு விசை 0·75 டன்னுக்கும் உட்படுகின்றன.

(ii) இணைப்பு B.

படம் 5-10(c).



படம் 5-10(c).
இணை அமைவுப் படம்

$$\Sigma F_Y = 0$$

$$-0·65 + (BD)\sin 30 = 0$$

$$BD = 1·30$$

$$\Sigma F_X = 0$$

$$2 - BD\cos 30 - BF = 0$$

$$BF = 2 - 1·3\sqrt{3}/2$$

$$= 0·875$$

உறுப்பு BD இழுவை விசை 1·30 டன்னுக்கும் உறுப்பு BE இழுவை விசை 0·875 டன்னுக்கும் உட்படுகின்றன.

(iii) வெட்டுமுகம் 'XX'-ச்கு இடப்பக்க தனிமம்.

படம் 5-10 (d).

CD-ல் விசை காண,

வி. பெ. ப. புள்ளி E-ல் கணக்கிட்டுச் சூன்யத்துக்குச் சமமாக்குக.

E-யிலிருந்து CD-க்குச் செங்குத்துத் தூரம் $= (BE)\sin 30$

$$= 6 \times \tfrac{1}{2}$$

$$= 3 \text{ மீ.}$$

வி. பெ. ப....... $0·65 \times 2 - 1 \times 3\sqrt{3} + (CD)\,3 = 0$

$$CD = \frac{2·164}{3}$$

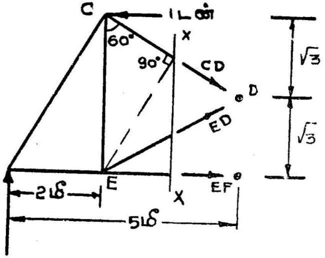
$$= 0·72$$

EF-ல் விசை காண, வி. பெ. ப. புள்ளி *D*-ல் கணக்கிட்டுச் சூன்யத்துக்குச் சமமாக்குக.

$$0{\cdot}65 \times 5 - 1\sqrt{3} - (EF)\sqrt{3} = 0$$

$$EF = \frac{1{\cdot}52}{\sqrt{3}}$$

$$= 0{\cdot}875$$



படம் 5-10(d).

ED-ல் விசை காண, வி. பெ. ப. புள்ளி *E*-ல் கணக்கிடுக.

$$\Sigma M_B = 0$$

E-யிலிருந்து *ED*-க்குச் செங்குத்துத் தூரம்

$$= (EB)\sin 30$$

$$= 6 \times \tfrac{1}{2}$$

$$= 3 \text{ மீ.}$$

வி. பெ. ப. ... ... $0{\cdot}65 \times 8 - 1 \times 2\sqrt{3} + (ED)\,3 = 0$

$$EC = -\frac{1{\cdot}74}{3} = -0{\cdot}58$$

உறுப்பு *CD*-ல் விசை 0·72 டன்னும், உறுப்பு *EF*-ல் விசை 0·875 டன்னும், உறுப்பு *ED*-ல் விசை 0·58 டன்னும் இயங்குகின்றன.

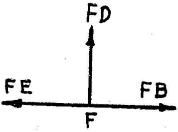
(iv) இணைப்பு *F*

படம் 5-10 (e).

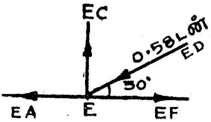
$\Sigma F_Y = 0$

$\therefore \quad FD = 0.$

உறுப்பு *FD*-ல் விசை சூன்யம்.



படம் 5-10 (e).
இணை அமைவுப் படம்



படம் 5-10 (f).
இணை அமைவுப் படம்

இணைப்பு *E*

படம் 5-10. (f)

உறுப்பு *ED*-ல் அமுக்கு விசை 0·58 டன்

$\Sigma F_Y = 0$

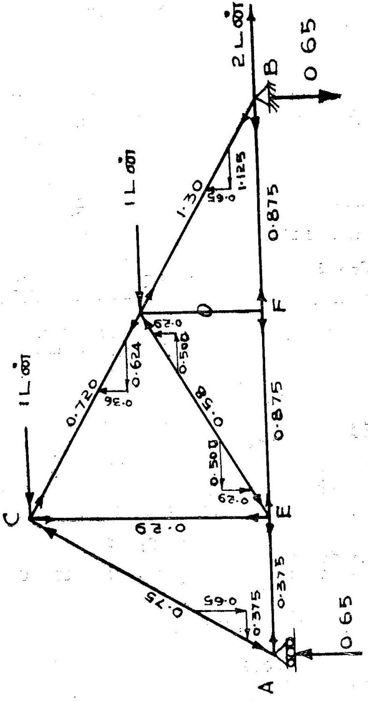
$(EC) = ED \sin 30 = 0$

$$EC = 0{\cdot}58 \times \tfrac{1}{2}$$

$$= 0{\cdot}29$$

உறுப்பு *EC*-ல் இழுவை விசை 0·29 டன் இயங்கும்.

படம் 5·10 (g)-ல் விசை அளவு, தன்மை முதலியன காட்டப்பட்டுள்ளது.

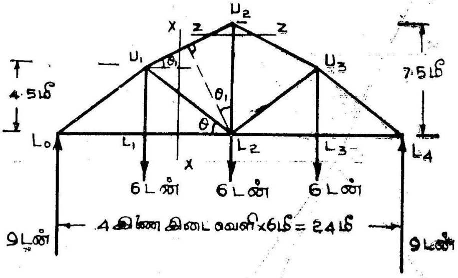


படம் 5-10(g).
விசைக்குட்பட்ட இணை அமைவுப் படம்

எடுத்துக்காட்டு 5-7.

படம் 5-11 (*a*)-ல் காட்டியுள்ள இணை அமைவில் $U_1 U_2$, $U_1 L_2$, $L_1 L_2$, $U_2 L_2$, $U_1 L_1$ ஆகிய ஐந்து உறுப்புகளில் விசை காண்க.

சமச்சீர் இணை அமைவு; மேலும் பளுக்கள் சமச்சீர். ஆகவே தாங்கு விசைகள் சமம்.



படம் 5-11 (a).
சமச்சீர் இணை அமைவுப் படம்.

தாங்கு விசை $L_O = \frac{1}{2}(6 + 6 + 6) = 9$ டன்

$$\sin\theta = \frac{4 \cdot 5}{\sqrt{6^2 + 4 \cdot 5^2}} = 0 \cdot 6$$

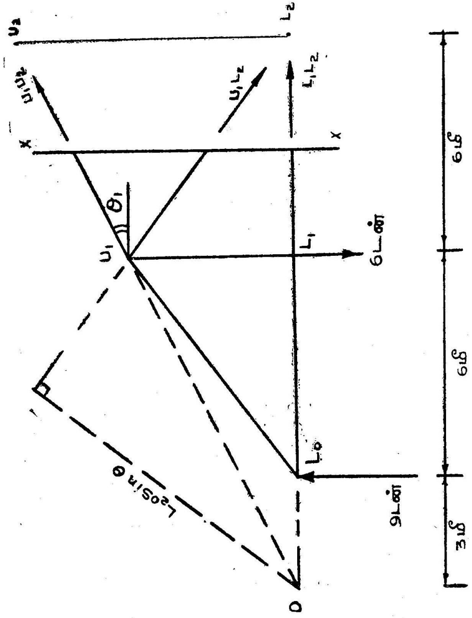
$$\cos\theta = \frac{6}{7 \cdot 5} = 0 \cdot 8$$

$$\sin\theta_1 = \frac{3}{\sqrt{6^2 + 3^2}} = \frac{1}{\sqrt{5}} = 0 \cdot 445$$

$$\cos\theta_1 = \frac{6}{3\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$= 0 \cdot 89$$

(1) வெட்டுமுகம் 'XX''-க்கு இடது பக்க தனிம சமநிலை கருதுக.



படம் 5–11 (b).
வெட்டுமுகப் படம்

(i) $U_1 U_2$-ல் விசை கணக்கிட..

வி. பெ. ப. மையம் L_2

L_2 புள்ளியிலிருந்து $U_1 U_2$-க்குச் செங்குத்துத் தூரம்

$= L_2 U_2 \cos \theta_1$

$= 6{\cdot}675$

$M_{L2} = 0$

$9 \times 12 - 6 \times 6 + (U_1 U_2)\, 6{\cdot}675 = 0$

$U_1 U_2 = - -72/6{\cdot}675.$

$= -10{\cdot}76$

உறுப்பு $U_1 U_2$-ல் அமுக்கு விசை 10·76 டன் ஆகும்.

(ii) $U_1 L_2$ விசை கணக்கிட.

படம் 5-11 (b).

வி. பெ. ப. மையம் "O" -லிருந்து $U_1 L_2$-க்குச் செங்குத்துத் தூரம் $\}$ $= (L_2\, o) \sin \theta$

$= 15 \times 0\ 6$

$= 9$ மீ.

$\Sigma M_O = 0$

$9 \times 3 - 6 \times 9 - (U_1 L_2)\, 9 = 0$

$U_1 L_2 = \frac{-27}{9} = -3$

உறுப்பு $U_1 L_2$-ல் அமுக்குவிசை 3 டன் ஆகும்.

(iii) $L_2 L_2$-ல் விசை கணக்கிட.

படம் 5-11 (b).

$\Sigma M_{U1} = 0$

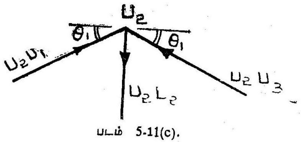
$9 \times 6 - (L_1 L_2)\, 4{\cdot}5 = 0$

$L_1 L_2 = 54/4{\cdot}5$

$= 12$

$L_1 L_2$-ல் இழுவை விசை 12 டன் ஆகும்.

(2) அடுத்து வெட்டுமுகம் 'ZZ'-க்கு மேல்பாக தனிம சமநிலை கருதுக.



படம் 5-11(c).
வெட்டுமுகப் படம்

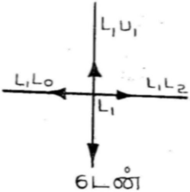
சமச்சீர் இணை அமைவில், பளுக்களும் சமச்சீர்.

$$\therefore \quad U_2 U_3 = U_1 U_2$$
$$= -10{\cdot}76.$$

$\Sigma F_Y = 0$ என்ற நிபந்தனைப்படி

$$2 U_1 U_2 \sin \theta_1 - U_2 L_2 = 0$$
$$2\ (10{\cdot}76)\ 0{\cdot}445 - U_2 L_2 = 0$$
$$\therefore \quad U_2 L_2 = 9{\cdot}6 \text{ டன்.}$$

உறுப்பு $U_2 L_2$-ல் இழுவை விசை 9·6 டன் இயங்கும்.



படம்5-11(d).
இணை அ மவுப் படம்

(3) இணைப்பு L_1

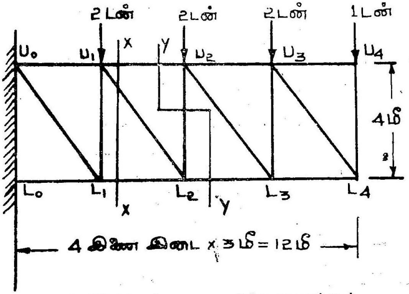
$$\Sigma F_Y = 0$$
$$\therefore L_1 U_1 - 6 = 0$$
$$\therefore L_1 U_1 = 6$$

மேலே கணக்கிடப் பெற்ற விசை அளவுகள், தன்மை விசைப் பட்டியலில், தொகுத்துக் கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

எடுத்துக்காட்டு 5-8.

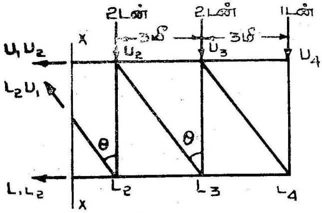
வரிசை எண்	உறுப்புப் பெயர்	இழுவை விசை டன்னில்	அமுக்கு விசை டன்னில்
1.	$U_1\ U_2$		1·60
2.	$U_1\ L_2$		8·00
3.	$L_1\ L_2$	12·0	
4.	$U_2\ L_2$	9·6	
5.	$U_1\ L_1$	6·0	

படம் 5-12 (a)-ல் குறிப்பிட்டுள்ள பிடிமான கவை இணை அமைவில் $U_2 L_2$, $U_1 U_2$, $L_1 L_2$, $U_1 L_2$. ஆகிய நான்கு உறுப்புகளிலும் விசை காண்.



படம் 5-12 (a). பிடிமான கவை இணை அமைவுப் படம்

(1) 'X X' குறுக்கு வெட்டுக்கு வலப்பாகத் தனிம சமநிலை கருதுக படம் 5-12(b).



படம் 5-12 (b). குறுக்கு வெட்டுப் படம்

(i) உறுப்பு $U_1 U_2$-ல் விசை காண

$$\Sigma M_{L_2} = 0$$

$$1 \times 6 + 2 \times 3 - U_1 U_2 \times 4 = 0$$

$$U_1 U_2 = \frac{12}{4}$$

$$= 3$$

உறுப்பு $U_1 U_2$-ல் இழுவை விசை 3 டன் இயங்கும்.

(ii) உறுப்பு $L_1 L_2$-ல் விசை காண.

$$\Sigma M_{U1} = 0$$

$$1 \times 9 + 2 \times 6 + 2 \times 3 + L_1 L_2 \times 4 = 0$$

$$L_1 L_2 = -\frac{27}{4}$$

$$= -6 \cdot 75.$$

உறுப்பு $L_1 L_2$-ல் அமுக்கு விசை 6·75 டன் இயங்கும்.

(iii) உறுப்பு $U_1 L_2$-ல் விசை காண.

$$\Sigma F_Y = 0$$

$$1 + 2 + 2 - U_1 L_2 \cos\theta = 0$$

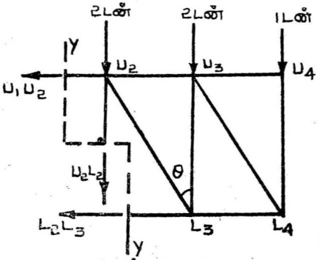
$$\cos\theta = \frac{4}{5}$$

$$\therefore U_1 L_2 = \frac{5 \times 5}{4}$$

$$= 6 \cdot 25$$

உறுப்பு $U_1 L_2$-ல் இழுவை விசை 6·25 டன் இயங்கும்.

(2) $Y Y$ குறுக்கு வெட்டுக்கு வலப்பக்க தனிம சமநிலை கருதுக. படம் 5–12 (c).



படம் 5-12 (c).
குறுக்கு வெட்டுப் படம்.

உறுப்பு $U_2 L_2$-ல் விசை காண.

$$\Sigma F_Y = 0$$

$$1 + 2 + 2 + U_2 L_2 = 0$$

$$U_2 L_2 = -5.$$

உறுப்பு $U_2 L_2$-ல் அமுக்கு விசை 5 டன் இயங்கும்.

மேலே பெறப்பட்ட விசை அளவுகள் பட்டியல்படுத்திக் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

விசைப் பட்டியல்

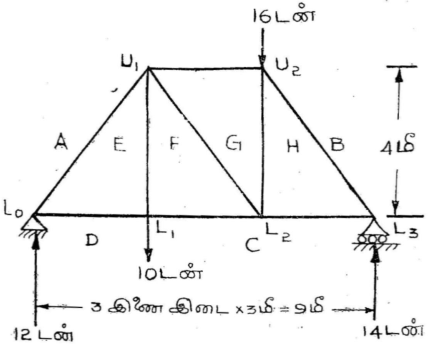
வரிசை எண்	உறுப்பு பெயர்	இழுவை விசை டன்னில்	அமுக்கு விசை டன்னில்
1.	$U_1\ U_2$	3·00	
2.	$L_1\ L_2$		6·75
3.	$U_1\ L_2$	6·25	
4.	$U_2\ L_2$		5·00

5-6. வரைபட முறை.

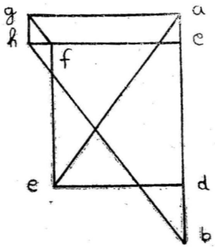
இணை அமைவின் உறுப்புகள் எல்லாவற்றிலும் விசை (தகைவு) கணக்கிட வேண்டுமானால், வரைபட முறை மிகவும் சிலாக்கியமானது. வரைபட முறை முன் குறிப்பிட்டிருக்கிறபடி இணைப்பு முறை பகுப்பாய்வின் பிரதிபலிப்பாகும். எடுத்துக்காட்டு 5-1-ல் கணக்கிடப்பட்டுள்ள இயற்போக்குத் தாங்கு இணை அமைவை எடுத்துக்கொண்டு இம் முறையை விளக்குவோம்.

முதலில் படம் 5–13 (a)–ல் காட்டியுள்ளபடி, தகுந்த ஸ்கேல் அளவுக்கு இட வெளிப்படம் வரைய வேண்டும். இடவெளி வரை படத்தில் 'பௌ' குறியீட்டு முறைப்படிப் பெயரிட வேண்டும். தாங்கு விசை, வெளி விசைகளுக்கு இடையே உள்ள இடவெளிகள் பெயரிடப்படுவதுடன், இணை அமைவில் உறுப்புகளில் உள்ள விசைகளைக் கணக்கிட 'தகைவு வரைபடம்' வரைவதற்காக, உறுப்புகளுக்கு இடையே உள்ள இட வெளிகளையும் 'பௌ' முறையால் குறிப்பிட வேண்டும்.

அடுத்து, தகுந்த ஸ்கேல் அளவு தேர்ந்து, அந்த ஸ்கேலுக்கு விசைப்படம் வரைய வேண்டும்; அதாவது, வெளி விசைகள், தாங்கு விசைகள் வரைபட முறைப்படி வரையப்பட வேண்டும்.



படம் 5-13 (a).
இடவெளி வரைபடம்



படம் 5-13 (b)
தகைவு வரைபடம்.

(*ab*, *bc*, *cd*, *da* என்ற விசைகளைக் குறிப்பிட்டு வரைந்த வரைபடம் தொடங்கிய புள்ளியில் முடிவுறும்.)

பின்னர், ஏதாவது ஒரு தாங்கியில் உள்ள உறுப்புகட்கு இணையாக, விசைப்படத்தில பொருத்தமான புள்ளிகள் மூலம் இணை கோடுகள் வரைய அத் தாங்கியில உள்ள எல்லா விசைகளையும் குறிக்கும் விசைப்படம் கிடைக்கும். இவ்வாறு வரையும் விசை முக்கோணம் அல்லது விசைப் பல கோணத்தில் தெரியாத விசைகள் இரண்டுக்கு மேற்படக் கூடாது. எடுத்துக்காட்டாக L_O தாங்கியில் (அதாவது L_O இணைப்பில்) தாங்கு விசை AD, உறுப்பு விசைகள் AE, DE ஆகியவற்றுடன் மொத்தம் மூன்று விசைகள் இயங்குகின்றன அல்லவா? விசைப் படத்தில் '$a\,d$' திசையுறு (Vector) தாங்கு விசையின் எண் அளவை (ஸ்கேல் படியும்) யும், இயங்கு திசையையும் காட்டுகிறது. புள்ளி 'a' மூலம் விசை AE-க்கு இணையாகவும், புள்ளி 'd' மூலம் விசை DE-க்கு இணையாகவும் வரையும் கோடுகள் புள்ளி 'e'-ல் சந்திக்கின்றன. 'de' திசையுறு விசை DE அதாவது உறுப்பு L_OL_1-ல் உள்ள விசையை எண் அளவிலும் திசையிலும் குறிக்கிறது; உறுப்பு L_OU_1-ல் உள்ள விசை 'ae' திசையுறுவால் உணர்த்தப்படும்.

விசை முக்கோணம் 'ade' மூலம், முக்கோண விசை விதியைப் பின்பற்றி இணைப்பு Lo மீது உறுப்புகள் தாக்கும் விசைத் திசையை அறியலாம். தாங்கு விசை இணைப்பு Lo ஐ நோக்கி அதாவது செங்குத்தாக மேல் நோக்கி இயங்குகிறது; எனவே, விசை முக்கோணத்தில் திசை தெரிய d-யிலிருந்து a, a-யிலிருந்து e, e-யிலிருந்து d என்ற இடஞ் சுழி ஒழுங்கைப் பின்பற்றவேண்டும். அதாவது திசை a-யிலிருந்து e ஆதலால் உறுப்பு $Lo\,U_1$-ல் விசை இணைப்பு Lo ஐ நோக்கி இயங்கும்; அதேபோல திசை 'e' லிருந்து d ஆதலால உறுப்பு $Lo\ L_1$-ல் விசை. இணைப்பு Lo க்கு எதிர் நோக்கி இயங்கும். ஆனல் நாம் கணக்கிட வேண்டியது உறுப்பில் இயங்கும் விசை அளவும் திசையும் ஆகும்; இவற்றை, இணைப்பு மீது உறுப்பு தரும் விசை அளவு, திசையிலிருந்து எவ்வாறு பெறுவது? செயலும் எதிர்ச் செயலும் அதாவது விசையும், எதிர்விசையும் ஒன்றுக்கொன்று சமமாக, ஆனல் ஒன்றுக்கொன்று எதிர்த்திசையாக இயங்குமல்லவா? எனவே உறுப்பு $Lo\,U_1$-ல் விசை இணைப்பிலிருந்து உறுப்பை நோக்கி இயங்கும். அதாவது உறுப்பு அமுக்கு விசைக்கு உட்பட்டிருக்கும். இதே போன்று ஆய, $L_0\ L_1$-ல் விசை, இழுவை விசையாகும் என்பது அறியலாம்.

தாங்கு இணைப்பில் விசை முக்கோணம் அல்லது விசைப் பலகோணம் வரைந்தபின், அடுத்த இணைப்புக்கு விசைக்கோணம் வரையவேண்டும். விசைக்கோணம் வரையும் இணைப்பில்

தெரியாத விசைகள் இரண்டுக்கு மேற்படக்கூடாது. இந்த இணைப்புக்கு விசைக்கோணம், முதலாவதாகத்தாங்கு இணைப்புக்கு வரையப்பட்டிருக்கும் விசைக் கோணப் பக்கங்களின் மீது வரையப் படும். விசைக்கோணம் வரைந்தபின், அந்த இணைப்பில் எல்லா உறுப்புகளது விசை அளவும் விசைத் தன்மையும் அறியலாம். முன் விளக்கியதுபோல் இணைப்பை நோக்கி விசை இயங்கினல், உறுப்பில் அமுக்கு விசை இயங்கும்; இணைப்புக்கு எதிர்நோக்கி விசை இயங்கினல், இழுவை விசை உறுப்பில் இயங்கும் என்பதிலிருந்து உறுப்பில் உள்ள விசைகள் அறியலாம்

இடவெளிப் படத்தில், இணைப்பு மீது விசை இயங்கும் திசையை அம்புக்குறியிட்டு உணர்த்துவது வழக்கம்.

இவ்வாறு ஒவ்வோர் இணைப்பாக எடுத்து வரைந்து, எல்லா உறுப்புகளிலும் உள்ள விசைகளின் அளவு தன்மையும்

விசைப்பட்டியல்

வரிசை எண்	உறுப்புப் பெயர்	திசையுறு	இழுவை விசை டன்னில்	அமுக்கு விசை டன்னில்
1.	$L_0 L_1$	*de*	9·0	
2.	$L_1 L_2$	*cf*	9·0	
3.	$L_2 L_3$	*ch*	10·5	
4.	$L_0 U_1$	*ae*		15·0
5.	$U_1 U_2$	*ag*		10·5
6.	$U_2 L_3$	*bh*		17·5
7.	$U_1 L_1$	*ef*	10·0	
8.	$U_1 L_2$	*fg*	2·5	
9.	$U_2 L_2$	*gh*		2·0

அறியலாம். இவ் வரைபடம் தகைவு வரைபடம் (Stress Diagram) எனப்படும். வரைபடத்திலிருந்து விசை அளவும், விசை முக்கோண விதிப்படி விசைத்திசை தெரிந்து அதிலிருந்து விசைத்தன்மையும் கண்டு, விசைப்பட்டியல் முன் பக்கத்தில் கண்டவாறு அமைக்கப் படும். படம் 5-13 (b)-ல் தகைவு வரைபடம் தரப்பட்டுள்ளது.

பயிற்சி

5-1 எடுத்துக்காட்டு 5·1-ல் தரப்பட்டுள்ள இணை அமைவில் விசைகள் L_1 இணைப்பில் 10 டன்னும் L_2 இணைப்பில் 10 டன்னும் இயங்குவதாகக்கொண்டு இணைப்பு முறை பகுப்பாய்வு மூலம் எல்லா உறுப்புகளிலும் தகைவு கணக்கிடுக.

5-2 வினா 5·1-ல் தரப்பட்டுள்ள பளு இயக்கத்திற்கு உறுப்புகள் $U_1 U_2$, $U_1 L_2$, $L_1 L_2$, $U_1 L_1$, $U_2 L_2$ ஆகியவற்றில் தகைவு வெட்டுமுகமுறை பகுப்பாய்வு மூலம் தகைவு கணக்கிடுக.

5-3 படம் 5·8 (a)-ல் தரப்பட்டுள்ள இணை அமைவுக்குத் தகைவு வரைபடம் வரைந்து, உறுப்புகளில் விசையும் விசைத் தன்மையும் காண்.

5-4 படம் 5-10-ல் காட்டப்பட்டுள்ள இணை அமைவின் விசைகள் இணைப்பு முறையில் கண்டுபிடித்துப் பட்டியல் படுத்துக.

6. நகருகின்ற பளுக்கள்

(Moving Loads)

6-1. நகருகின்ற பளுக்கள் (Moving Loads)

மாறு பளுக்களால் அமைப்பில் விளையும் பளு சார்புகளான தாங்குவிசைகள், வெட்டு விசை, வளைவு திருப்புதிறன், அச்சு விசை, தொய்வு போன்றன கணக்கிடும் முறைகள் முன் அத்தியாயங்களில் கூறப்பட்டுள்ளன. ஆனால், அமைப்புகளில் இயங்கும் வெளி விசைகள், பளுக்கள் ஆகியனவற்றுள் சில அவை இயங்கும் புள்ளிகள், இயங்கு கோடுகள், அவற்றின் எண் அளவுகள் போன்றவற்றில் மாறுபடும் தன்மையுள்ளனவாயிருக்கின்றன. எடுத்துக்காட்டாக பாலங்களில் இயங்கும் ஊர்திகளின் எடைகள், பண்டகசாலைகளில் உள்ள சேமிப்புப் பொருள்களின் எடைகள், காற்று வீச்சு விசை முதலானவற்றைக் குறிப்பிடலாம். இவற்றை மாறும் பளுக்கள் (Live Loads) என்பர். மாறும் பளுக்களுள் பாலங்களில் இயங்கும் ஊர்திகளின் எடை போன்றவை நகருந்தன்மையன; இவற்றை நகருகின்ற பளுக்கள் (Moving Loads) என்று கூறுவர். நகருகின்ற பளுக்களால் உத்திரங்களில் ஏற்படும் பெருமவெட்டு விசை, பெரும வளைவு திருப்புதிறன் முதலியன கணக்கிடும் விதம் படிப்போம்.

6-2. நகரும் தனிச்செறிவு பளு (Single Concentrated Moving Load)

நகரும் பளுக்கள், அவற்றின் இயக்கவிளைவால் அமைப்பில், இடம் மாறி மாறி, வெவ்வேறு நிலைகளில் இயங்குமல்லவா? நகரும் பளுக்களின் விளைவுகளையும் அவை இயங்கும்பொழுது பகுப்பாய்வு முறையையும் அறிய, அவற்றினுள் சிக்கலில்லாத எளிய நகரும் பளு ஆன, நகரும் தனிச் செறிவு பளு "*W*" ஒன்று, இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திரம் ஒன்றில் இடமிருந்து

வலமோ, வலமிருந்து இடமோ நகர்ந்து இயங்கும்பொழுது, பெரும வெட்டு விசை, பெரும வளைவு திருப்புத்திறன் ஆகியன கணக்கிடும் முறை முதலில் படிப்போம்.

6-2-1. பெரும வெட்டுவிசை (Maximum Shear Force)

முதலில் நகரும் பளுவின் விளைவை, இடது தாங்கியிலிருந்து 'x' தொலைவில் உள்ள, வகைமாதிரி வெட்டுமுகம் 'XX'-ல் கணக்கிடுவோம்.

படம் 6-1 (a)-ல் காட்டப்பட்டுள்ளபடி, நகரும் பளு 'l' இடை தொலை உள்ள இயற்போக்குத்தாங்கு உத்திரத்தில் இடது தாங்கியிலிருந்து 'Z' தொலைவில் AC பகுதியில் இருக்கட்டும்.

(அதாவது) $0 \leq Z \leq x$

வலது தாங்கியில் தாங்கு விசை (R_B) $= \dfrac{Wz}{l}$

எனவே,

வெட்டு விசை XX-ல் $(F_X) = -R_B$

$$= -Wz/l.$$

பளு AC பகுதியில் எந்த இடத்தை அடைந்து இருந்தாலும், வெட்டுமுகம் XX-ல் வெட்டுவிசை எதிர் வெட்டுவிசை ஆகும்; வெட்டுவிசை அளவு, இடது தாங்கியிலிருந்து பளு அடைந்துள்ள தூரத்துக்கு நேர் விகிதத்தில் இருக்கும். பளு AC பகுதியில் உள்ள பொழுது. வெட்டுமுகத்தில் பெரும எதிர் வெட்டுவிசை பெற, Z-ன் மதிப்பு அதிக பட்ச அளவை அடையவேண்டும். அதாவது நகரும் பளு 'W', வெட்டு முகம் 'XX' ஐ இடது பக்கமாக வந்தடையும் பொழுது, பெரும எதிர் வெட்டுவிசை வெட்டுமுகம் XX-ல் பெருமம்.

பெரும எதிர் வெட்டுவிசை XX-ல் $(-F_{X\max}) = \dfrac{Wx}{l}$

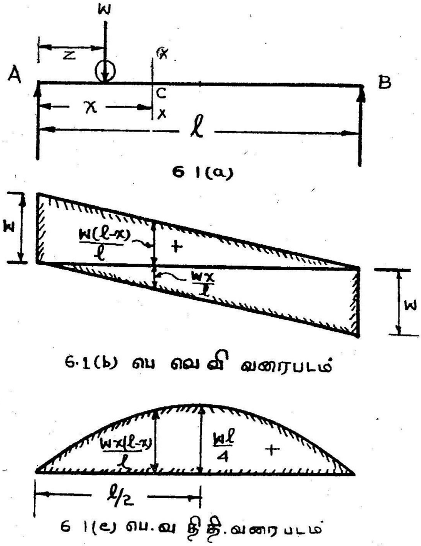
செறிவு பளு 'W', வெட்டு முகம் XX ஐக் கடந்து CB பகுதியில் இடது தாங்கியிலிருந்து 'Z' தொலைவில் இருக்கட்டும்.

$(x \lesssim Z \lesssim l)$

இடது தாங்கியில் தாங்கு விசை $(R_A) = W(l-z)/l$

வெட்டு விசை XX-ல் $= RA = W(l-z)/l$

பளு CB பகுதியில் உள்ளபொழுது வெட்டு முகம் XX-ல் நேர் வெட்டுவிசை செயல்படுகிறது. நேர் வெட்டுவிசை அளவு, வலது



படம் 6-1.

6-1 (a) இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திரம்,

6-1 (b) பெரும வெட்டு விசை வரைபடம்,

6 1 (c) பெரும வளைவு திருப்புதிறன் வரைபடம்.

தாங்கியிலிருந்து செறிவு-பளு 'W' இருக்கின்ற தொலைக்கு நேர் விகிதமாக இருக்கும். எனவே, $(l-z)$-ன் மதிப்பு அதிச பட்சமாயிருக்கின்றபொழுது அதாவது பளு வெட்டு முகம் XX ஐ

வந்தடைந்தபொழுது, வெட்டுமுகம் XX-ல் நேர் வெட்டுவிசை பெரும அளவு அடையும்.

$$\text{பெரும நேர் வெட்டுவிசை } XX\text{-ல் } (F_{X\max}) = \frac{W(l-x)}{l}$$

எனவே, வகை மாதிரி வெட்டுமுகம் XX-ல் பெரும வெட்டு விசை, நகரும் செறிவு பளு W, அந்த வெட்டுமுகத்தை வந்தடைந்தபொழுது பெறப்படும் எதிர் பெரும வெட்டுவிசை அளவு Wx/l ஆகும். இது செறிவு பளு AC பகுதியில் நகர்ந்து வந்து வெட்டு முகத்தை அடையும் தருணத்தில் அல்லது BC பகுதியை கடந்து வந்து வெட்டுமுகத்தை அடைந்த தருணத்தில் பெறப்படும். இதே போன்று வெட்டு முகத்தில், நேர் பெரும வெட்டு விசை அளவு $W(l-x)/l$ ஆகும். இதுவும் நகரும் செறிவு பளு வெட்டு முகத்தை அடையும் தருணத்தில் பெறப்படும்.

வகை மாதிரி வெட்டு முகத்தில் கிடைத்த விளைவைக்கொண்டு உத்திரத்தின் எல்லா வெட்டு முகங்களிலும் பெரும நேர் வெட்டு விசை, பெரும எதிர் வெட்டுவிசை கணக்கிட முடியும். வகை மாதிரி வெட்டு முகத்துக்குப் பெற்ற கோவையில், x-ன் மதிப்பாக, தேவையான வெட்டு முகத்துக்கும் இடது தாங்கிக்கும் இடையே உள்ள தொலைவைப் பிரதியிட, அந்த வெட்டு முகத்தில், பெரும நேர் வெட்டுவிசை, பெரும எதிர் வெட்டுவிசை பெறலாம்.

பெரும நேர் வெட்டு விசை, பெரும எதிர்வெட்டு விசை எண் அளவு வெட்டுமுகத்துக்கு வெட்டுமுகம் மாறுபடும். இம் மாறுபாட்டை நன்கு உணர்த்தவும், உச்ச பெரும வெட்டு விசை எண் அளவு, பெறப்படும் வெட்டுமுகம் ஆகியவற்றை உணர்த்தவும் 'பெரும வெட்டுவிசை வரை படம்'' பயன்படும். ''பெரும வெட்டு விசை வரை படம்'' போடுவதற்கு, உத்திரத்துக்கு இணையாக எடுத்துக் கொள்ளப்படும் குறிப்பீட்டுக் கோடு அல்லது அடிக் கோட்டுக்கு, மேலே செங்குத்தாக, நேர்பெரும வெட்டு விசை எண் அளவை நேர்குத்தாக ஸ்கேல் அளவுக்கு வெட்டுமுகங்களில் குறித்து, பெறப்படும் புள்ளிகளை இணைக்க வேண்டும். இதே போன்று எதிர் பெரும வெட்டு விசை வரைபடம் பெற அடிக் கோட்டுக்குக் கீழே நேர்குத்தாகக் குறித்துப் பெறப்படும் புள்ளிகளை இணைத்து வரையவேண்டும். படம் 6-1 (b)-ல் பெரும வெட்டுவிசை கோவையான (Wx/l)-ம் நேர் பெரும வெட்டுவிசைக் கோவையான $W(l-x)/l$-ம் ஒரு படிக் கோவைகள்; எனவே, பெரும வெட்டு விசை மாறுபாடு நேர்கோட்டுத் தன்மையது. படத்தில் காட்டப்

பட்டிருக்கிறபடி உச்ச, எதிர் பெரும வெட்டுவிசை (கோவை $\frac{W_x}{l}$ உச்ச அளவை அடைய. அதில் உள்ள மாறுபடு உறுப்பு x அதிக பட்ச மதிப்புப் பெறவேண்டும. அதாவது $x = l$ அளவுடைய வெட்டுமுகத்தில் உச்ச அளவு கிடைக்கும்) வலது தாங்கியில் பெறப்படும்; எண் அளவு W ஆகும். எதிர் பெரும வெட்டுவிசை, இடது தாங்கியில் சூன்ய அளவிலிருந்து நேர்கோட்டுத் தன்மை யாக மாறுபட்டு வலது தாங்கியில் உச்ச அளவான 'W' பெறப்படும். இதேபோல நேர் பெரும வெட்டுவிசையும் நேர்கோட்டுத் தன்மையாக மாறுபாடு பெறுகிறது. ஆனால், வலது தாங்கியில் சூன்ய அளவும், இடது தாங்கியில் உச்ச அளவான 'W'-ம் அடை கிறது.

∵ உச்ச பெரும வெட்டுவிசை $= \pm W$.

6-2-2. பெரும வளைவு திருப்புதிறன் (Maximum Bending Moment)

பெரும வெட்டுவிசை வகை முகவெட்டு முகத்தில் கணக்கிட்டு, பின்னர் உச்ச பெரும வெட்டு விசை கணக்கிட்டதுபோலவே, முதலில் வகைமுக வெட்டு முகத்தில் பெரும வளைவு திருப்பு திறன் விளைவுறும்பொழுது பளுவின் நிலையும், பெரும வளைவு திருப்புதிறன் கோவையும் கண்டு, பின் அக் கோவை மூலம் உத்திரத்தில் எந்த வெட்டு முகத்தில் பெரும வளைவு திருப்பு திறன் உச்ச அளவை அடையும் என்பது தெரிந்து, உச்ச பெரும வளைவு திருப்புதிறனும் கணக்கிடுவோம்.

நகரும் செறிவு பளு W முதல் AC பகுதியிலும் அடுத்து CB பகுதியிலும் இருப்பதாகக் கொண்டு வகைமுக வெட்டு முகத்தில் விளைவுகள் கணக்கிட்டு, அவற்றினின்று பெரும வளைவு திருப்பு திறன் அளவு கணக்கிடுவோம.

முதலில் W அளவு செறிவு பளு AC பகுதியில் தாங்கு A-யிலிருந்து Z தூரத்தில் இருப்பதாகக் கொள்க ($0 \leq Z \leq x$)

வளைவு திருப்புதிறன் (M_x) XX-ல் $= R_B\,(l-x)$

$$= \frac{W_Z}{l}\ (l-x) \quad \dots \quad (1)$$

வ. தி. தி XX-ல், பளுவின் நிலையைப் (Z) பொறுத்து நேர் கோட்டுத் தன்மையாக மாறுபடுகிறது. AC பகுதியில் செறிவு

பளு உள்ளபொழுது, பெரும வளைவு திருப்புதிறன் பெற பளு வெட்டுமுகத்தை அடைந்து வெட்டு முகத்தில் இயங்கவேண்டும.

AC பகுதியில் பெ. வ. தி. தி, கோவை (1)-ல் Z-க்கு x பிரதியிடப் பெறலாம்.

$$\therefore \quad \text{பெ. வ. தி. தி} = \frac{Wx}{l}(l-x) \quad \dots \quad (2)$$

அடுத்து, செறிவு பளு CB பகுதியில், தாங்கு A-யிலிருந்து Z தூரத்தில் உள்ளதாகக் கருதுக. $(x < Z < l)$

$$\text{வளைவு திருப்புதிறன் } (M_X)\ XX\text{-ல்} = R_A\, x$$

$$= W\,\frac{(l-z)}{l}\,x \quad \dots \quad (3)$$

CB பகுதியில் பளு உள்ள பொழுதும், வெட்டுமுகத்தில் வளைவு திருப்புதிறன், பளுவின் நிலையைப் பொறுத்து, நேர்கோட்டுத் தன்மையாகவே மாறுபடுகிறது. பளு வெட்டு முகத்தில் உள்ள பொழுது வளைவு திருப்புதிறன் பெருமம்,

CB பகுதியில் பளு இயக்கத்தினுல், பெறப்படும் பெ.வ தி.தி. கோவை (3)-ல் Z-க்கு x பிரதியிடப் பெறலாம்

$$\therefore \quad \text{பெ. வ. தி. தி.} = W\,\frac{(l-x)}{l}\,x \quad \dots \quad (4)$$

கோவைகள் (2). (4) ஆகியவற்றிலிருந்து, உத்திரத்தில் பளு இயங்கக் கூடிய எல்லாப் புள்ளிகளையும் கவனிக்கும பொழுது, வெட்டுமுகம் XX-ல் பெரும வளைவு திருப்புதிறன் விளைவுற பளு வெட்டுமுகத்தில் இயங்கவேண்டும் என்பது தெரியவரும்.

$$\text{பெரும வளைவு திருப்புதிறன் } (M_{max}) = \frac{Wx\,(l-x)}{l}$$

என்பதும் பெறலாம்.

வகை மாதிரி வெட்டுமுகம் XX-ல் பெரும வ. தி. தி. $\frac{Wx\,(l-x)}{l}$ என்பது பெற்றோம். வெட்டுமுகத்துக்கு வெட்டு முகம், பெ.வ.தி.தி. அளவு மாறுபாடு பெறும் இம் மாறுபாடு, நன்கு உணரப் பெறவும் உச்சப் பெரும வளைவு திருப்புதிறன்

அளவு விளைவுறும் வெட்டுமுகம் உணர்த்தவும் பெரும வளைவு திருப்புதிறன் வரைபடம் வரையலாம். இவ் வரைபடம் உத்திரத் துக்கு இணையாகச் சூன்யக்கோடு அல்லது அடிக்கோடு எடுத்துக் கொண்டு வெட்டுமுகங்களில் பெரும வளைவு திருப்புதிறன் அளவை ஸ்கேலுக்கு, குறிக்கும் புள்ளிகளை இணைத்துப் பெறப் படும். படம் 6-1 (c)-ல் பெ வ.தி .தி.வரைபடம் போடப்பட்டுள்ளது. பெ.வ.தி தி. கோவை இருபடிக் கோவையால், வரைபடம் பர வளையத்தன்மையது.

உச்சப் பெரும வளைவு திருப்புதிறன் விளைவுறும் வெட்டு முகம், இ. வ. தி தி. கோவையின் வகையீடு சூன்யம் பெறும் வெட்டுமுகமாகும்.

$$\text{(அல்லது)} \quad \frac{d}{d_X}\left[\frac{Wx\ (l-x)}{l}\right] = 0$$

$$\frac{W}{l}\ (l - 2x) = 0$$

$$\therefore\ x = l/2.$$

பெ. வ. தி. தி. கோவையான $\frac{Wx\ (l-x)}{l}$ -ல் x-க்கு $l/2$

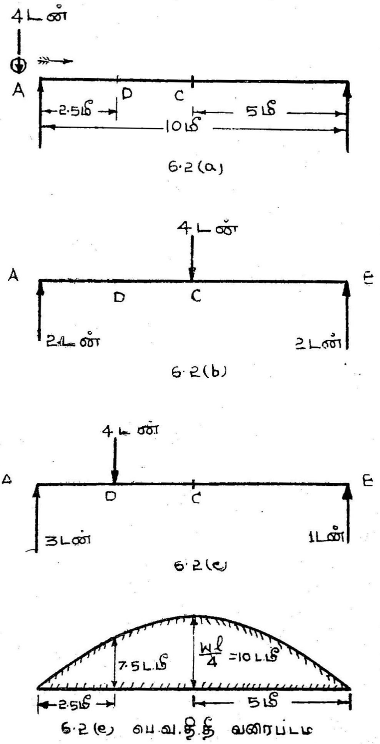
பிரதியிட உச்ச பெரும வளைவு திருப்புதிறன் $\frac{Wl}{4}$ எனப் பெறலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 6-1.

10 மீட்டர் இடைதொலை (தாவகலம்) உள்ள இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திரத்தில் 4 டன் எடை நகரும் தனிச் செறிவு பளு செயல்படுகிறது. இடைதொலை மையம், இடைதொலை இடது கால்பாகம் ஆகிய இரு வெட்டுமுகங்களிலும் பெரும வெட்டு விசை, பெரும வளைவு திருப்புதிறன் காண். பெரும வளைவு திருப்புதிறன் விளக்கப்படம் (sketch) தீட்டுக.

(i) இடை தொலை மையம் (Q மூலம்செல்லும் வெட்டு முகம்)

பெரும வேட்டு விசை (நேர், எதிர் இரண்டும்), பெரும வளைவு திருப்புதிறன் ஆகியவை செறிவு பளு (4 டன்) வெட்டு முகத்தில்



படம் 6–2.
6-2 (a) இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திரம்,
6-2 (b) பெரும நேர் வெட்டு விசை படம்,
6-2 (c) பெரும எதிர் வெட்டு விசை படம்.
6-2 (d) பெரும வளைவு திருப்புதிறன் வரைபடம்,

இயங்கும்பொழுது பெறப்படும். நகரும் பளுவின் இந்நிலை, படம் 6-2 (b)-ல் காட்டப்பட்டுள்ளது.

∴ பெரும நேர் வெட்டு விசை இடை தொலை மையத்தில் $= R_A = 4 \times \frac{5}{10}$

$= 2$ டன்

இ. தொ. மையத்தில் பெரும எதிர் வெட்டு விசை $= - R_B = 4 \times \frac{5}{10}$

$= - 2$ டன்

இ. தொ. மையத்தில் பெரும வளைவு திருப்புதிறன் $= \frac{W (x) (l - x)}{l}$

$= \frac{4 \times 5 \times 5}{10}$

$= 10$ ட. மீ.

(ii) இடை தொலை இடது கால்பாகம் (வெட்டுமுகம் D)

முன் குறிப்பிட்டுள்ளதுபோல், செறிவு பளு வெட்டு முகத்தில் இயங்கும்பொழுது, பெரும வெட்டு விசை. பெரும வளைவு திருப்பு திறன் பெறப்படும். பளுவின் நிலை, படம் 6-2 (c)-ல் காட்டப் பட்டுள்ளது.

D-ல் பெரும நேர்வெட்டு விசை $= R_A = \frac{4 \times 7{\cdot}5}{10}$

$= 3 0$ டன்

D-ல் பெரும எதிர்வெட்டு விசை $= R_A = \frac{4 \times 2 5}{10}$

$= 1{\cdot}0$ டன்

D-ல் பெரும வளைவு திருப்புத் திறன் $= R_A \frac{l}{4}$

$= 7{\cdot}5$ ட. மீ.

(iii) பெரும வளைவு திருப்புதிறன் விளக்கப்படம்.

$$\left.\begin{array}{l}\text{இடது தாங்கியிலிருந்து 'x',}\\ \text{தொலைவில் உள்ள வகை முக}\\ \text{வெட்டு முகத்தில், பெரும}\\ \text{வளைவு திருப்புதிறன்}\end{array}\right\} = \frac{Wx(l-x)}{l}$$

$$= \frac{4}{10}x(10-x)$$

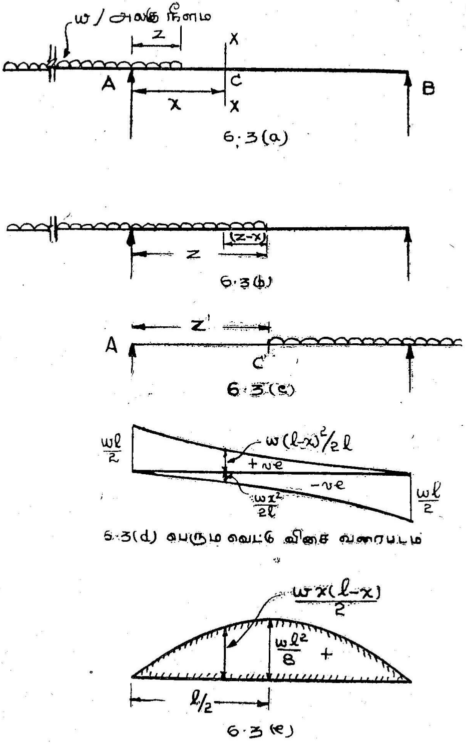
மேலே குறிப்பிடப்பட்டுள்ள $\frac{4}{10}x(10-x)$ கோவையில் x-க்கு 0 முதல் 10 வரை பிரதியிட்டு பெ. வ. தி. தி. வரைபடம் வரையத் தேவையான நிலைக்குத்துகள் பெறலாம். எடுத்துக்காட்டாக 'x'-க்கு 0, $2\frac{1}{2}$, 5, $7\frac{1}{2}$, 10 பிரதியிட முறையே 0, 7·5 ட.மீ, 10 ட.மீ, 7·5ட.மீ, 0 ஆகிய நிலைக்குத்துகள் பெறப்படும். பிரதியிடும் இடை வெளி (Intervel) அளவு குறைத்து எடுத்துக்கொண்டால், வரைபடத்தில் பக்கமாக உள்ள புள்ளிகள் பெற்று படம் தீட்டுவதால், வரைபடம் நன்கு அமையும். படம் 6-2 (d)-ல் பெரும வளைவு திருப்புதிறன் வரைபடம் தீட்டப்பட்டுள்ளது. இடை தொலை மையத்தில் உச்ச பெரும வளைவு திருப்புதிறன் 10 ட.மீ, விளைவுறுகிறது.

6-3. இடை தொலைவினும் நீளமான, சீரான பரவலான பளு (Uniformly distributed load, longer than the span)

இயற்போக்கு தாங்கு உத்திரத்தில், நகரும் சீரான பரவலான பளு, (கருதப்படும் உத்திர இடைதொலையினும் அதிக நீளமாக உள்ளது) இயங்குவதால், வகைமுக வெட்டு முகத்தில் பெரும வெட்டுவிசை பெரும வளைவு திருப்புதிறன் கோவைகள் கணக்கிட்டு, அக் கோவைகள் மூலம் உத்திரத்தில் உச்ச பெரும வெட்டு விசை, உச்சப் பெரும வளைவு திருப்புதிறன் அளவுகள் காண்போம்.

வகைமுக வெட்டு முகம் 'XX' இடது தாங்கியிலிருந்து x தொலைவில் எடுத்துக் கொள்க.

சீரான பரவலான பளு அழுத்தம் w/மீ எனக் கொள்க.



படம் 6–3.

6-3 (a) சீரான பரவலான பளு,
6-3 (b) நேர் வெட்டுவிசை பெரும அளவு படம்,
6-3 (c) எதிர்வெட்டு விசை பெரும அளவு படம்.
6-3 (d) பெரும வெட்டுவிசை வரைபடம்,
6-3 (e) பெரும வளைவு திருப்புதிறன் வரைபடம்,

படம் 6-3 (a)-ல் காட்டப்பட்டுள்ளபடி நகரும் சீரான பரவலான பளுவின் முகப்பு AC பகுதியில், A-யிலிருந்து Z தொலையில் இருக்கட்டும். $(O \leq Z \leq x)$

$$R_B = wZ^2/2l.$$

$$F_X \text{ (XX-ல் வெ. வி.)} = - R_B$$

$$= - wZ^2/2l$$

பளுவின் முகப்பு வெட்டு முகத்தை நோக்கி நகர்ந்து வெட்டு முகத்தை நெருங்க நெருங்க, எதிர் வெட்டு விசை அளவு கூடுகிறது. முகப்பு வெட்டு முகத்தை அடைந்துள்ளபொழுது,

$$XX\text{-ல் வெட்டு விசை} = - wx^2/2l. \quad \ldots \quad (1)$$

நகரும் பளு முகப்பு வெட்டு முகத்தைக் கடந்து AC பகுதி முழுவதிலும் பளு செயல்படுவதுடன், CB பகுதியிலும் சிறிது தொலைக்குப் பளு செயல்படுவதாகக் கொள்க. A-யிலிருந்து Z தொலையில் CB பகுதியில் பளு முகப்பு உள்ளபொழுது [படம் 6-3 (b)] அதாவது,

$$x \leq Z \leq l$$

$$F_X \text{ (XX-ல் வெட்டு விசை)} = - R_B + w(Z - x)$$

$$= -\frac{wZ^2}{2l} + w(Z - x)$$

$$= - \frac{w}{2l}[x + Z - x]^2 + w(Z - x)$$

$$= - \frac{wx^2}{2l} + w \frac{(Z - x)}{2l} [2l - (Z - x) - 2x]$$

$$= - \frac{wx^2}{2l} + w \frac{(Z - x)}{2l} (2l - x - Z) \quad \ldots \quad (2)$$

(அதாவது) நகரும் சீரான பரவலான பளு AC பகுதி முழுவதும் செயல்படுவதுடன் CB பகுதியிலும் சிறிது தொலைக்குச் செயல்படும் பொழுது, எதிர் வெட்டு விசை அளவு கோவை 1-ல் பெறப்பட்ட $wx^2/2l$ அளவுக்கும் குறைபடத் தொடங்குகிறது. Z-ன் அளவு கூடக்கூட எதிர் வெட்டுவிசை அளவு குறைந்து குறைந்து, சூன்ய அளவை அடையும். எனவே, நகரும் சீரான பரவலான பளு

வெட்டு முகத்துக்கு இடது பாகம் முழுமையில் மட்டும் செயல்படும் பொழுது, எதிர் வெட்டு விசை பெருமம். அளவு $-\frac{wx^2}{2l}$ ஆகும்.

நகரும் பளு முழுவதும் AC பகுதியைக் கடந்து, வெட்டு முகத்துக்கு வலது பாகம் நகரும் பளு செயல்படுவதாகக் கொள்வோம். படம் 6·3 (c)-ல் காண்பித்துள்ளபடி நகரும் பளுவின் பின் முனைப்பு A-யிலிருந்து Z' தொலையில், அதாவது பளு CB பகுதியில் இருக்கட்டும்.

$$x \leq Z' \leq l$$

$$R_A = \frac{w(l - Z')^2}{2l}$$

$$XX\text{-ல் நேர் வெட்டுவிசை} = \frac{w(l - Z')^2}{2l} \quad \ldots \quad (3)$$

கோவை 3-ல் Z'-ன் மதிப்பு குறையக் குறைய, கோவையின் மதிப்பு அதிகமாகிக்கொண்டே வரும். அதாவது நகரும் பளுவின் பின் முனைப்பு வெட்டு முகத்தில் உள்ளபொழுது Z' குறைந்த அளவு மதிப்பான x ஐப் பெறும். இந்நிலையில் நேர் வெட்டு விசை, (நகரும் பனி CB-ல் உள்ளபொழுது) பெரும அளவு பெறும்.

$$\left.\begin{array}{l}XX\text{-ல் நேர் வெட்டுவிசை பின்}\\ \text{முனைப்பு வெட்டு முகத்தில் உள்ள}\\ \text{பொழுது}\end{array}\right\} = \frac{w(l - x)^2}{2l} \quad \ldots \quad (4)$$

நகரும் *சீரான* பரவலான பளு வெட்டு முகத்துக்கு வலப்பக்க முழுமையும் மட்டுமே வியாபித்து உள்ளபொழுது, நேர் வெட்டு விசை பெருமம். இந்த உண்மையை CB பகுதியில் முழுவதும் பளு இயங்குவதுடன், CA பகுதியிலும் சிறிது தொலை இயங்குவதாகக்கொண்டு பெறும் பின்வரும் கோவையிலிருந்து அறியலாம். இப்பொழுது $0 \leq Z' \leq x$ ஆகும்.

$$\text{'}XX\text{'-ல் நேர் வெட்டு விசை} = R_A - w(x - Z')$$

$$= \frac{(wl - Z')^2}{2l} - w(x - Z')$$

$$= \frac{w}{2l}\left[\left\{(l - x) + (x - Z')\right\}^2 - 2l(x - Z')\right]$$

$$= \frac{w(l - x)^2}{2l} - \frac{w}{2l}(x - Z')[x + Z']$$

அதாவது வெட்டு முகம் XX-ல், அவ்வெட்டு முகத்துக்கு வலது பக்கம் முழுவதும் மட்டுமே சீரான பரவலான பளு செயல் படும்பொழுது நேர் வெட்டுவிசை பெருமம் அளவு $w(l-x)^2/2l$ ஆகும்.

மேலே பெறப்பட்டிருக்கிறபடி, வகைமுக வெட்டுமுகம் XX-ல் பெரும எதிர் வெட்டு விசை $wx^2/2l$-ம் பெரும நேர் வெட்டுவிசை $w(l-x)^2/2l$-ம் ஆகும். மேற் குறிப்பிடப்பட்டுள்ள கோவைகளில் x-க்கு 0 முதல் l வரை பிரதியிட எல்லா வெட்டு முகங்களிலும் பெரும எதிர் வெட்டு விசை, பெரும நேர் வெட்டுவிசை பெறலாம். இந்த அளவுகள் ''பெரும வெட்டு விசை வரைபடம்'' தீட்டப் பயன் படும். பெரும வெட்டுவிசைக் கோவைகள் இரண்டுபடிக் கோவைகள் ஆதலால் பெரும வெட்டு விசை வரைபடம் பர வளையத் தன்மையது. உச்ச பெரும எதிர்வெட்டு விசை $wl/2$ வலது தாங்கியிலும், உச்ச பெரும நேர் வெட்டு விசை $\frac{Wl}{2}$ இடது தாங்கியிலும் கிடைக்கும். வெட்டு விசை வரைபடம் படம் 6-3 d-ல் காண்பிக்கப்பட்டுள்ளது.

பெரும வளைவு திருப்புதிறன்

(i) நகரும் பளுவின் முகப்புப் படம் 6.3 (a)-ல் உள்ளபடி 'Z' தொலைவில் இருக்கட்டும் $(0 \leq Z \leq x)$

வெட்டு முகம் XX-ல் வளைவு திருப்புதிறன்
$$\left.\right\} = R_B(l-x) = \frac{wZ^2}{2l}(l-x)$$

(இக் கோவைத் தொகுதியில், Z மாறுபடும் உறுப்பு. x, குறிப் பிட்ட வெட்டுமுகம் கருதப்படுவதால் மாருதது என்பது கருத்தில் கொள்ளவேண்டும்.)

நகரும் பளுவின் முகப்பு வெட்டு முகத்தை நெருங்க நெருங்க 'Z'-ன் அளவு அதிகரித்துக்கொண்டே வந்து, முகப்பு வெட்டு முகத்தை அடையும் தருணம் x மதிப்புப் பெறும். அப்பொழுது வெட்டு முகத்தில் வளைவு திருப்புதிறன் $\frac{Wx^2}{2l}(l-x)$ ஆகும்.

(ii) நகரும் பளு முகப்பு 'XX' வெட்டு முகத்தைத் தாண்டி, வெட்டு முகத்துக்கு வலது பக்கமும் வியாபித்திருக்கட்டும்.

அதாவது, $x \leq = \leq l.$

$$R_B = w\,z^2/2l$$

$$\left.\begin{array}{l}XX\text{-ல் வளைவு}\\ \text{திருப்புத்திறன்}\end{array}\right\} = R_B\,(l - x) - \frac{w\,(z - x)^2}{2}$$

$$= \frac{w\,z^2}{2l}\,(l - x) - \frac{w\,(z - x)^2}{2}$$

$$= \frac{w}{2l}\,[x^2 + (z - x)^2 + 2\,x\,(z - x)]\,(l - x) - \frac{w\,(z - x)^2}{2}$$

$$= \frac{Wx^2}{2l}\,(l - x) + \frac{w}{2l}\,(z - x)\,[(z - x + 2x)\,(l - x) - l\,(z - x)]$$

$$= \frac{wx^2}{2l}\,(l - x) + \frac{wx\,(z - x)}{2l}\,(2l - x - z) \quad \ldots \quad (5)$$

எனவே, வெட்டு முகத்தில் வளைவு திருப்புதிறன் அளவு, வெட்டுமுகத்தைத் தாண்டி பளு வெட்டுமுகத்துக்கு வலது பக்கமும் வியாபித்திருக்கும்போது கூடுதலாக இருப்பது தெளிவு. எவ்வளவு தொலைவரை பளு வியாபித்திருக்கும்பொழுது பெரும வளைவு திருப்புதிறன் வெட்டுமுகத்தில் பெறப்படும் என்பதைக் கோவை 5-ன் வகையீட்டை $\left(\dfrac{dm}{dz}\right)$ சூன்யத்துக்குச் சமனிட்டுத் தெரிந்து கொள்ளலாம். சமனிட $z = l$ பெறப்படும். பளு இடைதொலை முழுவதும் வியாபித்து இருக்கிறபொழுது, வளைவு திருப்புதிறன் பெருமம்.

$$\left.\begin{array}{l}\text{பெரும வளைவு}\\ \text{திருப்புதிறன்}\end{array}\right\} = \frac{wx^2}{2l}\,(l - x) + \frac{wx\,(l - x)}{2l}\,(2l - x - l)$$

$$= \frac{wx\,(l - x)}{2}$$

(iii) மேலே பெறப்பட்ட முடிவான பெரும வளைவு திருப்பு திறன் $\frac{wx(l-x)}{2}$ என்பதையே சீரான பரவலான பளுவின் பின் முனை AC பகுதியிலும், பளு CB முழுவதிலும் வியாபித்து உள்ளபொழுதும், மற்ற நிலைகளை மனத்தில்கொண்டு கணக்கிடும் பொழுதும் பெறப்படும்.

ஆகவே வகை முக வெட்டு முகம் XX-ல் பெரும வளைவு திருப்புதிறன் $\frac{wx(l-x)}{2}$ ஆகும். இவ் வளைவு, உத்திர முழு வதும் சீரான பரவலான பளு வியாபித்து இயங்கும்பொழுது பெறப் படும்.

மேலே குறிப்பிட்டுள்ள பெரும வளைவு திருப்புதிறன் கோவையான $\left[\frac{wx(l-x)}{2}\right]$-ல் x-க்கு மதிப்பு 0 முதல் l வரை பிரதியிட, வெட்டு முகங்களில் பெறப்படும் பெரும வளைவு திருப்பு திறன் அளவுகள் கிடைக்கும். அவற்றைக்கொண்டு பெரும வளைவு திருப்புத்திறன் வரைபடம், படம் 6-3(e)-ல் காட்டப் பட்டுள்ளபடி போடலாம். பெ. வ. தி. தி. கோவை, இரண்டு படிக் கோவையாதலால், படம் பரவளையத் தன்மையது. உச்சப் பெரும வளைவு திருப்புதிறன் $x = \frac{l}{2}$-ல் அளவு $\frac{wl^2}{8}$ பெறப் படும்.

எடுத்துக்காட்டு 6-2

ஒரு நெடுஞ்சாலைப் பாலத்தை 20 மீட்டர் நீளமுள்ள, மீட்டருக்கு 3 டன் எடை அளவு சீரான பரவலான பளு கடக்கிறது. பாலத்தின் இடைதொலை 10 மீட்டர். நகரும் பளுவால் பாலத்தில் விளைவுறும் உச்சப் பெரும வெட்டுவிசை உச்சப் பெரும வளைவு திருப்புதிறன், அவ் விளைவுகள் பெறப்படும் வெட்டு முகங்கள் காண்

கணக்கில் தரப்பட்டுள்ளவை :

பாலத்தின் இடைதொலை = 10 மீ.

பளு : 3 டன்/மீ. ஆன சீ. ப ப., 20 மீ. நீளமானது.

(i) உச்ச பெரும வெட்டுவிசை

உச்ச பெரும நேர் வெட்டுவிசை, உத்திர இடது தாங்கியில் பெறப்படும். பளு வெட்டு முகத்துக்கு வலது பாகம் மட்டும் இயங்கும். (அதாவது உத்திரம் முழுமையும்)

$$\text{உ. பெ. நேர். வெ. வி.} = \frac{wl}{2}$$

$$= \frac{3 \times 10}{2}$$

$$= 15 \text{ டன்.}$$

(ii) உச்ச பெரும வளைவு திருப்புதிறன்

உச்சப் பெரும வளைவு திருப்புதிறன், இடைதொலை மையப் புள்ளியில் பெறப்படும். பளு, இடைதொலை முழுவதும் இயங்கும்.

$$\text{உ. பெ. வளைவு திருப்புதிறன்} = \frac{wl^2}{8}$$

$$= \frac{3 \times 10^2}{8}$$

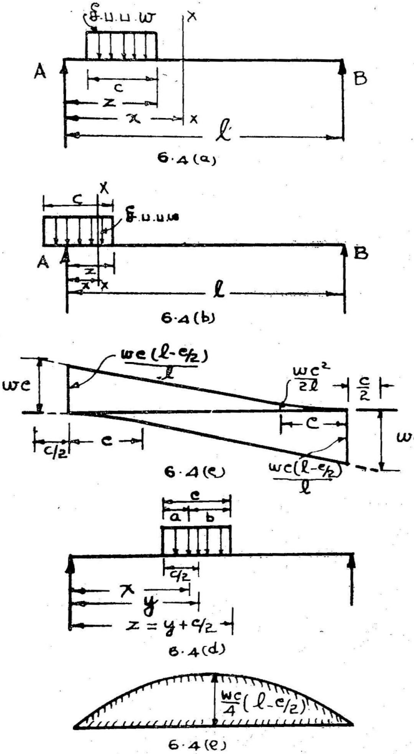
$$= 37{\cdot}5 \text{ ட மீ.}$$

6-4. 'இடைதொலை'யினும் நீளம் குறைவான சீரான பரவலான பளு (U. D. L. Shorter than span)

இயற்போக்குத்தாங்கு உத்திரத்தில், நகரும் சீரானபரவலான பளு (கருதப்படும் உத்திர இடை தொலைக்கு, நீளத்தில் குறைவானது) இயங்குவதால் வகைமுக வெட்டுமுகத்தில் விளைவுறும் பெரும வெட்டுவிசை, பெரும வளைவு திருப்புதிறன் கோவைகள் தெரிந்து, அக் கோவைகள் மூலம் உத்திரத்தில் உச்ச பெரும வெட்டுவிசை, உச்ச பெரும வளைவு திருப்புதிறன் அளவுகள் கணக்கிடுவோம்.

'C' நீளமுள்ள ($C < l$) 'w'/மீட்டர் வீத சீரான பரவலான பளு இடமிருந்து வலம் கடப்பதாகக் கொள்க.

வகைமுக வெட்டுமுகம் 'XX' இடது தாங்கியிலிருந்து x தொலைவில் எடுத்துக்கொள்க,



படம் 6-4.

6·4(a) இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திரம்,
6·4 b) பெரும வெட்டு விசை படம்,
6·4(c) பெரும வளைவு திருப்புதிறன் படம்,
6 4(d) பெரும வெட்டு விசை வரைபடம்.
6·4,e) பெரும வளைவு திருப்புதிறன் வரைபடம்,

படம் 6-4 (a)-ல் காட்டப்பட்டுள்ளபடி, நகரும் சீரான பரவலான பளுவின் முகப்பு AC பகுதியில், A-யிலிருந்து Z தொலைவில் இருக்கட்டும் $(0 \leq z \leq x)$

பெரும வெட்டு விசை கணக்கிட, வெட்டு முகங்களின் நிலையைப் பொறுத்து, வகைமுக வெட்டுமுகம் 'XX'-ன் தொலை x, நகரும் சீரான பரவலான பளுவின் நீளம் C-க்கு குறைவாக உள்ளபொழுது பெறப்படும் வகைமுக வெட்டுமுகம் XX என்றும், தொலை x, நீளம் C-யினும் அதிகமாக உள்ளபொழுது பெறப்படும் வகைமுக வெட்டுமுகம் XX என்றும் இரண்டு வகையாகக் கொள்ளப்படும்.

(i) $0 \leq x \leq c$; $(0 \leq z \leq x)$.

படம் 6-4 (b).

$$R_B = \frac{wz^2}{2l}$$

$$\because \text{ வெட்டு விசை } XX\text{-ல்} = -R_B = -\frac{wz^2}{2l}$$

பெரும எதிர் வெட்டுவிசை, பளு முகப்பு நகர்ந்து வந்து வெட்டு முகத்தை அடையும்பொழுது கிடைக்கும்.

$$\text{'}XX\text{' பெரும எதிர் வெட்டுவிசை} = -\frac{wx^2}{2l}$$

மேலே பெறப்பட்டுள்ள பெரும எதிர் வெட்டுவிசை தொகுதி $x = 0$ முதல் $x = c$ தொலைவரையுள்ள வெட்டு முகங்களுக்குப் பொருந்தும். இவ் வெட்டு முகங்களுக்குள் பெரும எதிர் வெட்டு விசை அளவுகளில் உச்ச அளவு $x = c$ தொலை வெட்டு முகத்தில் பெறப்படும்.

$$x = c\text{-ல் பெரும எதிர் வெட்டுவிசை} = -\frac{wc^2}{2l}$$

(ii) $c \leq x \leq l$ $(c \leq z \leq x)$

படம் 6-4 (a).

$$R_B = -\frac{wc\,(z - c/2}{l}$$

$$\text{வெட்டு விசை } XX\text{-ல்} = -R_B = -\frac{wc\,(z - c/2)}{l}$$

வெட்டு முகம் XX-ல் பெரும அளவு, பளு முகப்பு வெட்டு முகத்தை அடையும்பொழுது பெறப்படும்.

$$XX\text{-ல் பெரும எதிர் வெட்டுவிசை} = -\frac{wc\,(x - c/2)}{l}$$

பளு நகர்ந்து வெட்டுமுகத்தைத் தாண்டி, வெட்டு முகத்துக்கு வலது பக்கம் பளு முகப்பு இருந்தால், எதிர் வெட்டுவிசை எண் அளவு, மேலே பெறப்பட்டிருக்கின்ற பளு வெட்டுமுகத்தில் பளு முகப்பு வந்தடைந்திருக்கும்பொழுது கிடைக்கும் அளவுகளான $\left(\frac{wx^2}{2l}\right)$, $\frac{wc\,(x - c/2)}{2l}$ ஆகியவற்றினின்றும் குறைவுபடும்.

ஆகவே, வெட்டுமுகம், தாங்கியிலிருந்து "c" தொலேக்கு உட்பட இருந்தாலும், "c" தொலேக்கும் அதிகமான தூரத்தில் இருந்தாலும், அந்த வெட்டு முகம் வரைக்கும் நகர்ந்து வந்து வெட்டு முகத்தில் பளு முகப்பு இருக்கும்படியாக வெட்டு முகத்துக்கு இடது பக்கம் மட்டுமே பளு இயங்கினுல் எதிர் வெட்டுவிசை வெட்டு முகத்தில் பெருமம்.

பெரும எதிர் வெட்டுவிசை மாறுபாடு $x = 0$ முதல் $x = c$ வரை பர வளேயத் தன்மையது; எண் அளவு $\frac{wx^2}{2l}$ ஆகும்; $x = c$ முதல் $x = l$ வரை பெரும எதிர் வெட்டுவிசை மாறுபாடு நேர் கோட்டுத் தன்மையது; எண் அளவு $\frac{wc}{l}\left(x - \frac{c}{2}\right)$ ஆகும்.

உச்சப் பெரும எதிர் வெட்டுவிசை $x = l$-ல் (வலது தாங்கியில்) பெறப்படும். எண் அளவு $\frac{wc}{l}\left(l - \frac{c}{2}\right)$ ஆகும். பெரும வெட்டுவிசை வரைபடம், 6-4 (c)-ல் காண்பிக்கப்பட்டுள்ளது.

[குறிப்பு: பெரும எதிர் வெட்டுவிசை வரைபடத்தில், $x = c$, $x = l$ இவற்றிற்கிடையே, பெறும் நேர் கோட்டை நீட்ட $x = \frac{c}{2}$-ல் சூன்யமாகும்; $x = \left(l + \frac{c}{2}\right)$-ல் மதிப்பு (wc) ஆகும்.]

பெரும நேர் வெட்டுவிசை

சீரான பரவலான பளுவின் முகப்பு வெட்டுமுகத்தைத் தாண்டி வெட்டு முகத்துக்கு வலது பக்கம் நகரும்பொழுது, வெட்டு முகத்தில் எதிர் வெட்டுவிசை எண் அளவு குறையுமல்லவா? பளு முகப்பு நகர, பளு முகப்பின் ஒரு குறிப்பிட்ட நிலையில் வெட்டு விசை சூன்யம் ஆகும். அதற்கு மேலும் பளு வலப்பக்கம் நகர்ந்தால், வெட்டு முகம் நேர் வெட்டு விசைக்கு உள்ளாகிறது பெரும நேர் வெட்டுவிசை அளவும் தெரிந்திட வேண்டுமல்லவா?

பெரும எதிர் வெட்டு விசைக்குக் கணக்கிட்டதுபோல் பளுவின் வெவ்வேறு வகை மாதிரி நிலைகளை எடுத்துக்கொண்டு கணக்கிட்டால் பின்வரும் முடிவுகளைப் பெறலாம்:

சீரான பரவலான பளுவின் பின் கோடி முனை, வெட்டு முகத்தில் இருக்கும்பொழுது, நேர்வெட்டு விசை பெருமம். நேர் வெட்டுவிசைக் கோவை தெரிந்திட வகை மாதிரி வெட்டு முகங்கள் இரண்டு வகைப்பட்டவைகளையும், கீழே குறிப்பிட்டுள்ளவாறு, எடுத்துக்கொள்ள வேண்டும்.

(i) $(l-c) \leq x \leq l$.

பெரும நேர் வெட்டு விசை XX-ல் $= R_A = \dfrac{w\,(l-x)^2}{2\,l}$

(ii) $0 \leq x \leq (l-c)$

பெரும நேர் வெட்டு விசை XX-ல் $= R_A = \dfrac{wc}{l}\left(l - x - \dfrac{c}{2}\right)$

மேலே குறிப்பிட்டுள்ள கோவைகளைப் பயன்படுத்தி பெரும நேர் வெட்டுவிசை வரைபடம் வரையலாம். படம் 6-4 (d)-ல் உள்ளது போல் பெரும வெட்டுவிசை வரைபடம் $x = 0$ முதல் $x = (l-c)$ வரை நேர் கோடாகவும், $x = (l - c)$ முதல் $x = l$ வரை பரவளையமாகவும் இருக்கும். உச்சப் பெரும நேர்வெட்டு விசை இடது தாங்கியில் (அல்லது) $x = 0$-ல், $\dfrac{wc}{l}\left(l - \dfrac{e}{2}\right)$ அளவு உள்ளதாகப் பெறப்படும்,

[குறிப்பு : (1) பெரும நேர் வெட்டுவிசை வரைபடத்தில் நேர் கோட்டுப் பகுதியை நீட்ட $x = -\dfrac{c}{2}$-ல் (wc) அளவாகவும் $x = \left(l - \dfrac{c}{2}\right)$-ல் சூன்யமாகவும் இருக்கும்.]

(2) பெரும வெட்டுவிசை வரை படங்களுக்குள் உள்ள (நேர் வெட்டுவிசை, எதிர் வெட்டுவிசை), ஒற்றுமை, வேற்றுமைகளை இதுவரை இந்த அத்தியாயத்தில் தரப்பட்டுள்ள வகைமாதிரிகளில் ஊன்றிக் கவனத்தில் கொள்ளவேண்டும். இது நேர் அல்லது எதிர்வெட்டு விசைக் கணக்கீடு ஒன்று மட்டும் செய்வதிலிருந்து இரண்டு வரைபடங்கள் வரைய உதவும்.

பெரும வளைவு திருப்புதிறன்

சீரான பரவலான நகரும் பளு இடை தொலைவில் நுழைந்ததிலிருந்து, வெட்டுமுகத்தில் வளைவு திருப்புதிறன் அதிகரித்துக் கொண்டே வருகிறது; இப் பளு, வெட்டு முகத்துக்கு இருபுறமும், வெட்டுமுக நிலையைப் பொறுத்து ஒரு குறிப்பிட்ட விகிதத்தில் பரவி இருக்கும்பொழுது வளைவு திருப்புதிறன் வெட்டுமுகத்தில் பெரும அளவு பெறப்படுகிறது. அந் நிலையிலிருந்து மேலும் வலப் பக்கம் நகர்ந்தால் வளைவு திருப்புதிறன் அளவு குறைந்து கொண்டே போகிறது.

பெரும வளைவு திருப்புதிறன் வெட்டு முகத்தில் விளைவுறும்பொழுது, நகரும் சீரான பரவலான பளுவின் நிலை படம் 6-4 (d)-ல் காண்பித்து உள்ளபடி வகை மாதிரி வெட்டுமுகத்துக்கு இடப்பக்கம் 'a' நீளமும் வலப்பக்கம் 'b' நீளமும் பரவி இருக்கட்டும். இவ்வாறு வியாபித்து இருக்கின்ற சீ. ப. பளுவின் புவி ஈர்ப்பு மையம் A-யிலிருந்து 'y' தூரத்தில் இருக்கட்டும்.

$$\therefore \quad y = \left((x - a + \frac{c}{2}\right)$$

பெரும வளைவு திருப்புத்திறன் XX-ல்

$$= R_A x - \frac{w a^2}{2}$$

$$= \frac{w c (l - y)}{l} x - \frac{wa^2}{l}$$

$$= \frac{w cx}{l}\left(l - x + a - \frac{c}{2}\right) - \frac{wa^2}{2}$$

பெரும வளைவு திருப்புத்திறன் அளவு அறிந்திட, அதை விளைவுறச் செய்யும் பளு நிலையை அறிந்திட வேண்டும். பளு நிலை

தெரிந்திட, மாறி 'a'-க்கு வகையூடு செய்து பெறும் கோவையைச் சூன்யத்துக்குச் சமனிடுக.

$$\therefore \quad \frac{d}{d\,(a)}\,(\text{பெ. வ. தி. தி } XX) = 0$$

$$\therefore \quad \frac{w\,c\,x}{l}\,(1) - \frac{w}{2}\,(2\,a) = 0$$

$$\therefore \quad a = \frac{cx}{l}$$

அதாவது $\frac{x}{l} = \frac{a}{c}$ ஆகும்.

அல்லது $\frac{x}{l-x} = \frac{a}{c-a}$

$= \frac{a}{b}$ என்றும் எழுதலாம்.

அதாவது, உத்திர இடைதொலையை வெட்டுமுகம் பிரிக்கும் விகிதத்தில், பளுவின் நீளமும் வெட்டுமுகத்தால் பிரிக்கப்படும் நிலையை பளு அடைந்துள்ள பொழுது வெட்டு முகத்தில் வளைவு திருப்புதிறன் பெருமம்.

$a = \frac{cx}{l}$ எனப் பிரதியிட

பெ.வ. தி. தி. XX-ல் $- \frac{w\,c\,x}{l}\left(l - x + \frac{cx}{l} - \frac{c}{2}\right)$

$$- \frac{w}{2}\left(\frac{cx}{l}\right)$$

$$= \frac{w\,c\,x}{l^2}\left(l^2 - xl + cx - \frac{cl}{2} - \frac{cx}{2}\right)$$

$$= \frac{wcx}{l^2}\,(l-x)\left(l - \frac{c}{2}\right)$$

வகைமுக வெட்டுமுகத்துக்குப் பெறப்பட்டுள்ள பெரும வளைவு திருப்புதிறன் கோவையில் $x = 0$ முதல் $x = l$ வரை பிரதியிட எல்லா வெட்டுமுகங்களிலும் விளைவுறும் பெரும வளைவு திருப்பு

திறன் கணக்கிடலாம். பெ. வ. தி. தி. வரைபடம் பரவளையத் தன்மையது. பெரும வளைவு திருப்புத்திறன் $x = \frac{l}{2}$ உச்சம் பெறும்.

$$\left.\begin{array}{l}\text{உச்சப் பெரும வளைவு} \\ \text{திருப்புதிறன்} \quad x = \dfrac{l}{2} \\ \text{பிரதியிட}\end{array}\right\} = \frac{wc}{l2}\,\frac{l}{2}\left(l - \frac{l}{2}\right)\left(l - \frac{c}{2}\right)$$

$$= \frac{wc}{4}\left(l - \frac{c}{2}\right)$$

எடுத்துக்காட்டு 6-3.

ஒரு நெடுஞ்சாலைப் பாலத்தை 6 மீட்டர் நீளமும் மீட்டருக்கு 4 டன் எடை அழுத்தமும்கொண்ட சீரான பரவலான பளு கடக்கிறது. பாலத்தின் இடை தொலை 10 மீட்டர். இடது தாங்கியிலிருந்து 4 மீ. 8 மீ. தொலைவில் உள்ள வெட்டு முகங்களில் பெரும வெட்டுவிசை, பெரும வளைவு திருப்புத்திறன் கணக்கிடுக. உச்சப் பெரும வளைவு திருப்புத்திறன் எவ்வளவு ? இதே அளவு உச்சப் பெரும வளைவு திருப்புத்திறன், இடை தொலையினும் நீளமான சீரான பரவலான பளு இயக்க விளைவால் பெற்றால், அதன் எண் அளவு கணக்கிடுக.

தீர்வு :

(i) A-யிலிருந்து 4 மீ. தொலைவில் உள்ள வெட்டுமுகம்.

சீரான பரவலான பளுவின் நீளமான 6 மீட்டருக்கும், குறைவான தொலையில் வெட்டுமுகம் உள்ளது.

$$\therefore \left.\begin{array}{l}\text{பெரும எதிர் வெட்டு} \\ \text{விசை 4 மீட்டரில்}\end{array}\right\} = \frac{wx^2}{2l}$$

$$= \frac{4 \times 4^2}{2 \times 10}$$

$$= 3{\cdot}2 \text{ டன்.}$$

$$\left.\begin{array}{l}\text{பெரும நேர் வெட்டுவிசை} \\ \text{4 மீட்டரில்}\end{array}\right\} = \frac{wc}{l}\left(l - x - \frac{c}{2}\right)$$

$$= \frac{4 \times 6}{10}\left(10 - 4 - \frac{6}{2}\right)$$

$$= 7{\cdot}2 \text{ டன்.}$$

பளுவின் நீளமும், வலது தாங்கியிலிருந்து வெட்டுமுக தொலையும் சமம். எனவே, $\frac{w(l-x)^2}{2l}$ என்ற சூத்திரம் மூலமும் பெரும நேர் வெட்டுவிசை பெறலாம்.

$$\text{பெரும வளைவு திருப்புதிறன்} = \frac{wcx}{l^2}(l-x)\left(l-\frac{c}{2}\right)$$

$$= \frac{4\times 6\times 4}{102}(10-4)\left(10-\frac{6}{2}\right)$$

$$= 40{\cdot}32 \text{ ட. மீ.}$$

(ii) A-யிலிருந்து 8 மீ. தொலைவில் உள்ள வெட்டுமுகம்.

$$\text{பெரும எதிர் வெட்டுவிசை} = \frac{wc}{l}\left(x-\frac{c}{2}\right)$$

$$= \frac{4\times 6}{10}\left(8-\frac{6}{2}\right)$$

$$= 12 \text{ டன்.}$$

$$\text{பெரும நேர் வெட்டுவிசை} = \frac{w(l-x)^2}{2l}$$

$$= \frac{4(10-8)^2}{2\times 10}$$

$$= 0{\cdot}8 \text{ டன்}$$

$$\left.\begin{matrix}\text{பெரும வளைவு திருப்புத்}\\ \text{திறன் } (x=8)\text{-ல்}\end{matrix}\right\} = \frac{wcx}{l^2}(l-x)\left(l-\frac{c}{2}\right)$$

$$= \frac{4\times 6\times 8}{10^2}(10-8)\left(10-\frac{6}{2}\right)$$

$$= 1{\cdot}92 \times 2 \times 7$$

$$= 26{\cdot}88 \text{ ட. மீ.}$$

(iii) உச்சப் பெரும வளைவு திருப்புத்திறன், இடைதொலை மைய வெட்டுமுகத்தில் விளைவுறும்.

$$\text{அளவு} = \frac{wc}{4}\left(l-\frac{c}{2}\right)$$

$$= \frac{4\times 6}{4}\left(10-\frac{6}{2}\right)$$

$$= 42 \text{ ட. மீ.}$$

(iv) இடைதொலை முழுவதும் w_1 அளவு சீரான பரவலான பளு இயங்கினால்,

$$\text{உ. பெ. வ. தி. தி.} = \frac{w_1 l^2}{8}$$

$$= w_1 \frac{10^2}{8}$$

$$= 12{\cdot}5\, w_1$$

$$\therefore \quad 12{\cdot}5\, w_1 = 42$$

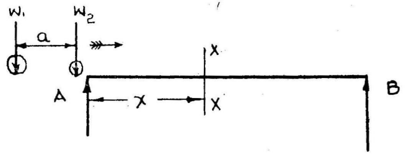
$$w_1 = \frac{42}{12{\cdot}5}$$

$$= 3{\cdot}375.$$

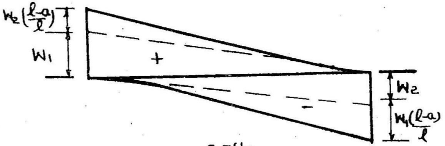
இடைதொலைவிலும் நீளமான சீ. ப. பளு மீட்டருக்கு 3·375 டன் அழுத்தமுள்ளது, கணக்கில் கண்டுள்ள பளு தரும் அதே அளவு உ. பெ. வ. தி. தி. தரும்.

6-5. இரண்டு செறிவு பளுக்கள்

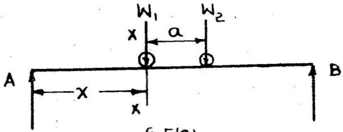
தனிச் செறிவுபளு இயற்போக்குத்தாங்கு உத்திரத்தில் நகரும் பொழுது விளைவுறும் பெரும வெட்டுவிசை, பெரும வளைவு திருப்புதிறன், உச்சப் பெரும அளவுகள் கணக்கிடும் விதம், பிரிவுக் கூறு 6–2-ல் படித்தோம். ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட நகரும் செறிவு பளுக்கள் இயங்கும்பொழுது பெரும வெட்டு விசை, பெரும வளைவு திருப்புதிறன் ஆகியவை பளுக்களின் அளவு, பளுக்களுக்கிடையேயுள்ள தொலை, இடைதொலை அளவு, வெட்டுமுகத்தின் நிலை ஆகியவற்றைச் சார்ந்துள்ளதாகும். ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட பளுக்கள் இயங்கும்பொழுது பெரும வெட்டுவிசை முதலியன கணக்கிடும் வகை வழியை உணர்த்த ஒன்றுக்கொன்று 'a' தொலை இடைவெளியில் உள்ள செறிவு பளுக்கள் W_1, W_2 என்ற இரண்டு எடுத்துக்கொள்வோம். செறிவுபளுக்களுள் W_2-ன் அளவு W_1-க்குக் குறைந்தது எனவும் இடைவெளி தொலை (a) அளவு $\left(\dfrac{W_2\, l}{W_1 + W_2}\right)$ என்ற தொகுதி தரும் அளவுக்கும் குறைந்தது என்றும், பளுக்கள் W_2 ஐ முன்னோடியாகக்கொண்டு இடமிருந்து வலம் நகர்வதாகவும் கொள்வோம். இடது தாங்கு (A-யிலிருந்து)-க்கு x தூரத்தில் வகை மாதிரி வெட்டுமுகம் "XX" எடுத்துக்கொள்க [படம் 6·5 (a)].



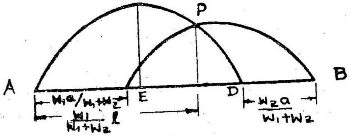
6 5(a)



6·5(b)



6·5(c)



6·5(d)

படம் 6-5.

6-5(a) இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திரம்,
6-5(b) வெட்டு விசை வரைபடம்,
6-5(c) பெரும வெட்டுவிசை படம்,
6-5(d) பெரும வளைவு திருப்புதிறன் வரைபடம்.

எதிர் வெட்டுவிசை

வெட்டு முகங்கள் இடது தாங்கியிலிருந்து "a" தொலேக்கு உட்பட்ட தூரத்தில் உள்ளவை என்றும் "a" தொலேக்கும் அதிக மான தூரத்தில் உள்ளவை என்றும் இரண்டு வகைகளாகக் கருதப்படும்.

(i) $0 \leq x \leq a$

W_2 இடை தொலேயிலும், W_1 இடைதொலேக்கு அப்பால் இடப் பக்கமும் இருப்பதாகக் கொள்வோம். பெரும வெட்டுவிசை, வெட்டு முகத்தில் பளு W_2 உள்ளபொழுது ஏற்படும்.

XX-ல் பெரும எதிர் வெட்டுவிசை எண் அளவு $= R_B$

$$= \frac{W_2 \cdot x}{l}$$

'a' தொலேவில் உள்ள வெட்டுமுகத்தில் பெரும வெட்டுவிசை (x-க்கு a பிரதியிட) எண் அளவு $= \frac{W_2\, a}{l}$. (1)

(ii) $a \leq x \leq l$

இப் பகுதியில் குறிப்பிடப்பட்டுள்ள எல்கைக்குட்பட்டுள்ள வெட்டுமுகங்களேக் கருதும்பொழுது இரண்டு பளுக்களும் இடை தொலேவில் உள்ளன. ஆகவே பெரும எதிர்வெட்டுவிசை W_2 வெட்டுமுகத்தில் உள்ள பொழுதோ அல்லது W_1 வெட்டுமுகத்தில் உள்ள பொழுதோ விளேவுறலாம். முதலில் W_2 வெட்டுமுகத்தில் உள்ள பொழுது XX-ல் எதிர்வெட்டுவிசை (வெ.வி$_2$) கணக்கிடு வோம்.

XX-ல் எதிர் வெ. வி$_2$ (எண் அளவு) $= R_B = \frac{[W_2\, x + W_1\,(x-a)]}{l}$ ...(2)

W_2 வெட்டு முகத்தை கடந்த தருணம், எதிர்வெட்டு விசை W_2 குறைவடைகிறது. ஆனல் பளுக்கள் மேலும் வலப்பக்கம் நகர நகர W_1 வெட்டுமுகத்தை அடையும் வரை எதிர் வெட்டுவிசை எண் அளவு அதிகரித்துக்கொண்டே வருகிறது. W_1 வெட்டு முகத்தை அடைந்திருக்கிறபொழுது XX-ல் எதிர்வெட்டுவிசை (வெ. வி.) கணக்கிடுவோம்,

XX-ல் எதிர் வெ. வி$_1$ $- R_B = \frac{[W_2\,(x+a) + W_1\, x - W_2]}{l}$ ... (3)

பளுக்களின் (W_1, W_2) எண் அளவு, இடை வெளி (a), இடை தொலை (l) ஆகியவற்றிற்கிடையேயுள்ள சம்பந்தத்தைப் பொறுத்து எதிர் வெ. வி$_2$ அல்லது எதிர் வெ. வி$_1$ அதிகமாயிருக்கும். வெட்டு முகத்தில் எதிர் வெ வி$_2$-ன் அளவு எதிர் வெ.வி$_1$ ஐ விட அதிகமாயிருக்கத் தேவையான நிபந்தனையைக் கணக்கிடுவோம்.

$$XX\text{-ல் எதிர் வெ வி}_2 > XX\text{-ல் எதிர் வெ.வி}_1$$

$$\frac{W_2x + W_1(x - a)}{l} > \frac{W_2(xa) + W_1x}{l} - W_z$$

$$-W_1 a > W_2 a - W_2 l$$

$$(W_1 + W_2)\ a > W_2 l$$

$$a < \frac{W_2 l}{(W_1 + W_2)}$$

a-ன் அளவு $\left(\frac{W_2 l}{W_4 + W_2}\right)$ அளவினும் குறைவு என்ற நிபந்தனை முன்னரே விதித்திருப்பதால், W_2 வெட்டு முகத்தில் உள்ள பொழுது எதிர் வெட்டு விசை பெருமம்.

$$\therefore \text{ பெரும எதிர் வெட்டு விசை} = \frac{[W_2 x + W_1(x - a)]}{l}$$

[குறிப்பு: $x = (l - a)$ முதல் $x = l$ பகுதியில் W_1 பளு வெட்டு முகத்தில் உள்ள பொழுது W_2 இடை தொலைக்கு அப்பால் வலப் பக்கம் இருக்குமல்லவா? அந்நிலையிலும் a-ன் அளவு முன் குறிப்பிட்டுள்ள நிபந்தனைப்படி, இருந்தால் பெரும வெட்டுவிசை வெட்டுமுகத்தில் W_2 உள்ள பொழுதுதான் பெறப்படும்.]

பெரும எதிர் வெட்டு விசைப்படம் இரண்டு கோடுகளால் ஆனது. $x = 0$ முதல் $x = a$ வரை பெரும எதிர் வெட்டுவிசை $\left(\frac{W_2 x}{l}\right)$ என்ற தொகுதிப் படியும் $x = a$ முதல் $x = l$ வரை பெரும எதிர் வெட்டுவிசை $\left[\frac{W_2 x}{l} + W_1 \frac{(x - a)}{l}\right]$ என்ற கோவைப் படியும் பெறலாம்.

உச்ச பெரும எதிர்வெட்டுவிசை வலது தாங்கியில் ($x = l$-ல்) பெறப்படும்; எண் அளவு $\left[\frac{W_2 + W_1(l - a)}{l}\right]$ ஆகும். வரை

படம் 6-5 (b)-ல் பெரும எதிர் வெட்டுவிசை மாறுபாடுகளைக் காணலாம்.

நேர் வெட்டு விசை

பெரும எதிர் வெட்டு விசை கணக்கிட்ட வகை முறையிலேயே பெரும நேர்வெட்டுவிசையும் கணக்கிடலாம். வெட்டு முகத்துக்கு வலப்பக்கமிருக்கும் பளுக்கள் நேர் வெட்டுவிசை விளைவிக்கும். பெரும நேர்வெட்டு விசை பளு W_1 வெட்டுமுகத்தில் வெட்டுமுகத்தில் இயங்கும்பொழுது விளைவுறும் [படம் 6-5 (c)].

$$\text{பெரும நேர்வெட்டு விசை} = R_A = \frac{W_1(l-x) + W_2(l-x-a)}{l} \quad \ldots (6)$$

இத்தொகுதி $x = 0$ முதல் $x = (l - a)$ வரை பொருந்தும். இடது தாங்கியிலிருந்து XX வெட்டுமுகம் $(l - a)$ஐக் காட்டிலும் அதிக தொலைவில் இருந்தால், பெரும நேர்வெட்டுவிசை, பளு, W_1 மட்டுமே தாவகலத்தில் (இடை தொலையில்) உள்ளபொழுது பெறப்படும்; பளு W_1 வெட்டு முகத்தில் செயல்படும்.

$$x > (l-a) \left.\begin{array}{r}\text{பெரும நேர்}\\ \text{வெட்டு விசை}\end{array}\right\} = R_A = W_1 \frac{(l-x)}{l} \quad \ldots (5)$$

பெரும நேர் வெட்டு விசை வரைபடமும் இரண்டு கோடுகளால் ஆனது. $x = 0$ முதல் $x = (l-a)$ வரை, பெரும நேர் வெட்டுவிசை $\frac{W_1(l-x) + W_2(l-x-a)}{l}$ என்ற கோவைப்படியும் $x = (l-a)$ முதல் $x = l$ வரை பெரும நேர்வெட்டுவிசை $\frac{W_1(l-x)}{l}$ என்ற கோவைப் படியும் மதிப்புள்ளவனவாக இருக்கும்.

உச்சப் பெரும நேர் வெட்டுவிசை இடது தாங்கியில் பெறப்படும். உ. பெ. நே. வெ. வி அளவு $\frac{W_1 + W_2(l-a)}{l}$ ஆகும்.

வரைபடம் 6-5 (b)-ல் பெ. நே. வெ. வி. மாறுபாடு காண்க.

வளைவு திருப்புதிறன்

செறிவு பளுக்கள் இரண்டினுள் ஒன்று வெட்டு முகத்தில் இயங்கும்பொழுது, வளைவு திருப்புதிறன் வெட்டுமுகத்தில் பெருமம். செறிவு பளுக்களுள் W_1 வெட்டுமுகத்தில் இயங்கும் வளைவு திருப்புத்திறன் பெரும அளவு பெறுகிறதா? அல்லது W_2 வெட்டுமுகத்தில் இயங்கும்பொழுது பெரும அளவு வளைவு திருப்புதிறன் விளைவுறுமா? என்பது வெட்டுமுகத்தின் நிலையையும் பொறுத்தது. எனவே வெட்டுமுகத்தில் W_2 உள்ளபொழுது விளைவுறும் வளைவு திருப்புதிறன் கோவையையும், W_1 உள்ள பொழுது பெறப்படும் வளைவு திருப்புதிறன் கோவையையும் கருத்திற்கொண்டு, அக் கோவைகளிலிருந்து வெட்டு முகங்களில் பெரும வளைவு திருப்புதிறன் அளவுகள் பெறலாம்.

செறிவு பளு W_2 வெட்டுமுகத்தில்

பளு W_1-ம் இடைதொலையில் உள்ளதாகக் கொள்க. எனவே, W_2-க்கு பின்னால் a தொலைவில் இருக்கும்.

$$\left.\begin{array}{r}\text{வெட்டுமுகம்}\\ XX\text{-ல்வ. தி. தி}_2\end{array}\right\} = R_B\,(l - x)$$

$$= \frac{[W_2\,x + W_1\,(x - a)]}{l}\,(l - x) \qquad \dots (6)$$

அடுத்து, செறிவு பளு W_1 வெட்டுமுகத்தில்

பளு W_2-ம் இடை தொலையில், W_1-க்கு முன்னால் a தொலைவில் இருக்கும்.

$$\left.\begin{array}{r}\text{வெட்டுமுகம்}\\ XX\text{-ல் வ. தி தி}_1\end{array}\right\} = R_A\,.\,x$$

$$= \frac{[W_1\,(l - x) + W_2\,(l - x - a)]}{l}\,x \qquad \dots (7)$$

[குறிப்பு: இரண்டு பளுக்களுக்கிடையே தொலை அளவு அதிகமாயிருந்தால், சில வெட்டு முகங்களில் அதிக பளு W_1 மட்டுமே தாவகலத்தில் உள்ளபொழுது வளைவு திருப்புதிறன் பெருமம். W_1 மட்டும் உள்ளபொழுது வெட்டுமுகம் XX-ல்

$$\text{வ. தி. தி}_0 = \frac{W_1\,x\,(l - x)}{l} \qquad \dots (8)$$

ஆனால், பளுக்களுக்கு இடையே உள்ள தொலை அளவு குறைவாக இருந்தால், தொகுதி (8) கருதவேண்டியதில்லை.]

பளு W_2 வெட்டு முகத்தில் உள்ளபொழுது பெறப்பட்ட வ. தி. தி$_2$ கோவை, $\left(x = \frac{W_1 a}{W_1 + W_2}\right.$ $x = l$ ஆகிய இரண்டு வெட்டு முகங்களில் சூன்யமடைகின்றது. இதேபோன்று பளு W_1 வெட்டு முகத்தில் உள்ளபொழுது பெறப்பட்ட வ. தி. தி$_1$ கோவை $x = 0$, $x = \left(l - \frac{W_2 a}{W_1 + W_2}\right)$ ஆகிய இரண்டு வெட்டு முகங்களில் சூன்யமடையும். கோவைகள் இரண்டுமே பரவளையத்தன்மையன. வரைபடம் 6-5 (d) ஐப் பார்க்கவும். கோவைகள் இரண்டுக்கும் வரையப்பட்டுள்ள பரவளையங்கள் புள்ளி P-ல் வெட்டிக் கொள்கின்றன. ஆகவே, P புள்ளியில் கோவைகள் இரண்டிலிருந்தும் பெறப்படும் வளைவு திருப்புதிறன் அளவுகள் சமம். எனவே வ. தி. தி கோவைகளைச் சமனிட்டு P புள்ளி நிலை தெரிந்திடலாம்

வ. தி. தி$_2$ XX-ல் = வ. தி. தி$_1$ XX-ல்

$$\frac{[W_2 x + W_1 (x - a)]}{l}(l - x) = \frac{[W_1 (l - x) + W_2 (l - x - a)]}{l} \cdot x$$

$$- W_1 a (l - x) = - W_2 a x$$

$$x = \frac{W_1}{W_2 + W_2} \cdot l \, .$$

எனவே புள்ளி P உத்திர இடைதொலைவை $W_1 : W_1$ என்ற விகிதத்தில் பிரிக்கிறது. A-யிலிருந்து P வரை உள்ள வெட்டு முகங்களில் பளு W_1 வெட்டு முகத்தில் (W_2 பளு W_1-க்கு முன்னால் அதாவது, வலது பக்கமிருக்க) உள்ள பொழுது, P யிலிருந்து B வரையுள்ள வெட்டு முகங்களில் பளு W_1 வெட்டுமுகத்தில் (பளு W_1 பளு W_1-க்கு பின்னால் அதாவது இடதுபக்கமிருக்க) உள்ள பொழுதும் வளைவு திருப்புதிறன் பெருமம்.

பளு W_1 வெட்டு முகத்தில் உள்ளபொழுது விளைவுறும் கோவையான $\frac{[W_1 (l - x) + W_2 (l - x - a)]}{l}$ x-ன் வகையிட்டைச் சூன்யத்துக்குச் சமனிட உச்சப் பெரும வளைவு திருப்புதிறன் விளைவுறும் வெட்டுமுக நிலை தெரியும். கணக்கிட்டால்,

$$x = \frac{1}{2}\left(l - \frac{W_2 a}{W_1 + W_2}\right)$$

என்ற வெட்டுமுகத்தில், பளு W_1 அந்த வெட்டுமுகத்தில் இயங்கும் பொழுது உச்சப் பெரும வளைவு திருப்புதிறன் பெறப்படும்.

எடுத்துக்காட்டு 6-4.

12 டன், 6 டன் எடை செறிவு பளுக்கள் ஒன்றுக்கொன்று இடைதூரம் 3 மீட்டருள்ளதாக, 12 மீட்டர் இடைதொலை (தாவகலம்) இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திரத்தில் இடமிருந்து, வலமாக 6 டன் எடை பளு முன்னோடியாக இருக்கும்படி நகருகின்றன. இப் பளுக்கள் இயக்க விளைவால் பெரும வெட்டு விசை, பெரும வளைவு திருப்புதிறன் படங்கள் அமைத்து, உச்சப் பெரும அளவுகளையும் அவை விளைவுறும் வெட்டுமுக நிலைகளையும் குறித்திடுக.

செறிவு பளுக்களுக்கு இடையேயுள்ள தூரம் = 3 மீ.

$$\frac{W_2 l}{W_1 + W_2} = \frac{6 \times 12}{(12 + 6)} = 4 \text{ மீ.}$$

∴ பளுக்களுக்கிடையே உள்ள தூரம் } = 3 மீ.

$$< \frac{W_2 l}{W_1 + W_2}$$

எனவே, பிரிவுக் கூறு 6-5-ல் கருதப்பட்டுள்ள மாதிரி தரப் பளுக்கள் ஆகும். ஆகவே, பெரும வெட்டுவிசை, பெரும வளைவு திருப்புதிறன் வரைபடங்கள் முறையே வரைபடங்கள் 6·5 (b), 6·5(d)ஐ போன்றவையாகும். படம் 6·5·(1)-ல் பெ. வெ. வி, பெ. வ. தி. தி. படங்கள் தரப்பட்டுள்ளன.

பெரும வெட்டுவிசை

பெரும எதிர் வெட்டுவிசை வரைபடத்தில் முக்கிய அளவுகள்

$x = 0$ பெ. எ. வெ. வி. = சூன்யம்

$x = 3$ பெ. எ. வெ. வி. $= \frac{W_2 a}{l} = \frac{6 \times 3}{12} = 1{\cdot}5$ டன்

$x = 12$ பெ. எ. வெ. வி. $= \frac{W_2 l + W_1 (l - a)}{l} = 15$ டன்.

பெரும நேர் வெட்டுவிசை வரைபடத்தில் முக்கிய அளவுகள் :

$x = 0$ பெ. நே. வெ. வி. $= \frac{W_1 l + W_2 (l-a)}{l} = 16 \cdot 5$ டன்

$x = 9$ பெ. நே. வெ.வி. $= \frac{W_1 (l - a)}{l} = 3$ டன்

$x = 12$ பெ. நே. வெ. வி. = சூன்யம்.

உச்சப் பெரும விசை = 16·5 டன்

பெரும வளைவு திருப்புதிறன்

$$\text{வ,தி.தி.}_{(6\ \text{டன்})}\ XX\text{-ல்} = \frac{[W_2 x + W_1 (x-a)]}{l} (l - x)$$

$$= [6x + 12 (x - 3)] \frac{(12 - x)}{12}$$

$$= 1 \cdot 5\ (x - 2)(12 - x)$$

6டன் பளு வெட்டுமுகத்தில் உள்ள பொழுது, பெறப்படும் கோவை $x = 2$, $x = 12$ ஆகிய வெட்டு முகங்களில் சூன்யம் $x = 7$ மீட்டரில், வ. தி. தி. $_{(6\text{டன்})}$ அளவு உச்சம் $x = 7$ பிரதியிட உச்ச அளவு $_{(6\ \text{டன்})}$ $= 1 \cdot 5 \times 5 \times 5 =$ 37·5 ட. மீ.

$$\text{வ, தி. தி.}_{(12\ \text{டன்})}\ XX\text{-ல்} = \frac{[W_1 (l - x) + W_2 (l - x - a)]}{l} (x)$$

$$= [12 (12 - x) + 6 (12 - x - 3)] \frac{x}{12}$$

$$= 1 \cdot 5\ x\ (11 - x)$$

12 டன் பளு வெட்டு முகத்தில் உள்ளதாகக் கொண்டு பெறப்படும் கோவை $x = 0$, $x = 11$ ஆகிய வெட்டுமுகங்களில் சூன்யம். $x = 5 \cdot 5$ மீட்டரில், வ தி.தி.$_{(12\ \text{டன்})}$ அளவு உச்சம் $x = 5 \cdot 5$ மீட்டர், பிரதியிட உச்ச அளவு வ. தி தி $_{(12\ \text{டன்})}$ $= 1 \cdot 5 \times 5 \cdot 5 \times 5 \cdot 5 =$ 45.375 ட.மீ.

ஆகவே உ. பெ. வ. தி. தி = 45.375 ட மீ, இடது தாங்கியிலிருந்து 5·5 மீ. தொலைவில் பெறப்படும்.

எடுத்துக்காட்டு 6-5.

முன் எடுத்துக்காட்டு 6·4-ல் தரப்பட்டுள்ளதில் இடைதொலை அளவு 7·5 மீ. நீளமானால், பெரும வெ. வி, பெரும வ. தி. திபடங்கள் வரைக.

$$\text{செறிவு பளுக்களுக்கு இடை தூரம்} = a = 3 \text{ மீ}$$

$$\text{இடை தொலை} = l = 7{\cdot}5 \text{ மீ}$$

$$W_2 = 6 \text{ டன்}$$

$$W_1 = 12 \text{ டன்}$$

$$\therefore \quad \frac{W_2\, l}{W_1 + W_2} = \frac{16 \times 7{\cdot}5}{(6 + 12)}$$

$$= 2{\cdot}5 \text{ மீ}$$

$$< 3 \text{ மீ}.$$

$$\therefore \quad \text{இடை தூரம் } a = 3 \text{ மீ} > \frac{W_2\, l}{W_1 + W_2}$$

எனவே எடுத்துக்காட்டில் எடுத்துக் கொள்ளப்பட்ட நகரும் செறிவு பளுக்கள் பிரிவுக் கூறு 6·5-ல் உள்ள மாதிரி தரப் பளுக்கள் அல்ல ; ஆகவே இடைதொலையைக் கீழே குறிப்பிடப்படும் மூன்று பிரிவுகளாகப் பிரித்துப் பெரும வெட்டுவிசை கணக்கிடுவோம்:

(*a*) இடது தாங்கியிலிருந்து, செறிவு பளுக்களுக்கிடைத் தூரமான 3 மீ வரையுள்ள பிரிவு.

(*b*) இடது தாங்கியிலிருந்து, 3 மீ (*a*) தூரத்துக்கு மேற்பட்ட, ஆனால் ($l - a$) அல்லது 4·5 மீ. வரையுள்ள பகுதி.

(*c*) இடது தாங்கியிலிருந்து 4·5 மீட்டருக்கும் அப்பால் உள்ள பகுதி.

மேலே சொல்லப்பட்ட பகுதிகளில், செறிவு பளுக்களுள் எது வெட்டு முகத்தில் இருக்கும் பொழுது எதிர் வெட்டுவிசை பெருமம் என்பது அறிந்து அளவு கணக்கிடுவோம்,

எதிர் வெட்டுவிசை XX வெட்டுமுகத்தில்

(i) W_2 மட்டும் இடை தொலையில்

W_2 வெட்டு முகத்தில்

$$R_B = W_2 \frac{x}{l} = \frac{6 \times x}{7 \cdot 5} = 0 \cdot 8\, x$$

எதிர் வெட்டு விசை$_{02}$ $= R_B$

$$= 0 \cdot 8\, x \qquad \ldots (1)$$

(ii) செறிவு பளுக்கள் W_1; W_2 இரண்டும் இடை தொலையில் XX வெட்டுமுகத்தில் W_2

$$R_B = \frac{1}{l} \left[W_2\, x + W_1\,(x-a)\right]$$

$$= \frac{1}{7 \cdot 5} \left[6x + 12\,(x-3)\right]$$

$$= (2 \cdot 4\, x - 4 \cdot 8)$$

$\because$ எதிர் வெட்டு விசை$_2$ $= (2 \cdot 4x - 4 \cdot 8)$

(iii) செறிவு பளுக்கள் W_1 ; W_2 இரண்டும் இடைதொலையில் XX வெட்டு முகத்தில் W_1

$$R_B = \frac{1}{l} \left[W_1\, x + W_2\,(x-a)\right]$$

$$= \frac{1}{7 \cdot 5} \left[12\, x + 6\,(x-3)\right]$$

$$= 2 \cdot 4\, x + 2 \cdot 4$$

எதிர் வெட்டுவிசை$_1$ $= R_B - W_2$

$$= (2 \cdot 4\, x + 2 \cdot 4) - 6$$

$$= 2 \cdot 4x - 3 \cdot 6$$

(iv) செறிவு பளு W_1 மட்டும் இடை தொலையில் XX வெட்டு முகத்தில் W_1

$$R_B = \frac{W_1\, x}{l} = \frac{12\, x}{7 \cdot 5} = 1 \cdot 6x$$

எதிர் வெ. வி$_{01}$ $= R_B$

$$= 1 \cdot 6\, x$$

உத்திரத்தில் குறிப்பிட்டுள்ள மூன்று பகுதிகளான (*a*) $0 \leq x \leq 3$, (*b*) $3 \leq x \leq 4{\cdot}5$; (*c*) $4{\cdot}5 \leq x \leq 7{\cdot}5$ ஆகியவற்றில், பளுக்களில் நான்குவித நிலைகளுள் பொருந்துபவை எவை? அவற்றுள் எவை எவை எந்தெந்த எல்லைகளில் பெரும எதிர் வெட்டு விசை தரும் என்பதைப் பார்ப்போம்.

(*a*) $6 \leq x \leq 3$

இப்பகுதிக்குக் கோவைகள் (i)-ம் (iii)-ம் பொருந்தும்.

கோவை (i) எ. வெ. வி$_{02}$ $= 0{\cdot}8x$

கோவை (iii) எ. வெ. வி$_1$ $= 2{\cdot}4\,x = 3{\cdot}6$

எதிர் வெட்டுவிசை பெரும அளவு, இடது தாங்கியிலிருந்து பெறப்படும் வெட்டு முகங்களில் கோவை (1) தரும்; குறிப்பிட்ட வெட்டு முகத்திலிருந்து, கோவை (iii), பெரும அளவு தரும்.

கோவைகளிரண்டையும் சமனிட

$$0{\cdot}8\,x = 2{\cdot}4\,x - 3{\cdot}6$$

$$\because x = 2{\cdot}25.$$

$x = 0$ முதல் $x = 2{\cdot}25$ வரை

எதிர் பெரும வெட்டுவிசை $= 0{\cdot}8\,x$

$x = 2{\cdot}25$ முதல் $x = 3{\cdot}0$ வரை

எதிர் பெரும வெட்டுவிசை $= 2{\cdot}4\,x - 3{\cdot}6$ ஆகும்.

(*l*) $3 \leq x \leq 4.5$

இப் பகுதியில் கோவை (ii)-ம் (iii)-ம் பொருந்தும்.

கோவை (ii) எ. வெ. வி$_2$ $= 2{\cdot}4\,x - 4{\cdot}8$

கோவை (iii) எ. வெ. வி$_1$ $= 2{\cdot}4\,x - 3{\cdot}6$

கோவை (iii)-ன் மதிப்பு கோவை (ii)-ன் மதிப்பைக் காட்டிலும் x-ன் எல்லா மதிப்புக்கும் அதிகமல்லவா? ஆகவே, கோவை (iii தொடர்ந்து 4·5 மீ. வரை பெரும எதிர் வெட்டுவிசை தரும்.

(c) $4{\cdot}5 \leq x \leq 7{\cdot}5$.

இப்பகுதியில் கோவைகள் (ii)-ம் (vi)-ம் பொருந்தும்.

கோவை (vi) எ. வெ. வி$_2$ $= 2{\cdot}4\,x - 4{\cdot}8$

கோவை (vi) எ. வெ. வி$_1$ $= 1{\cdot}6\,x$

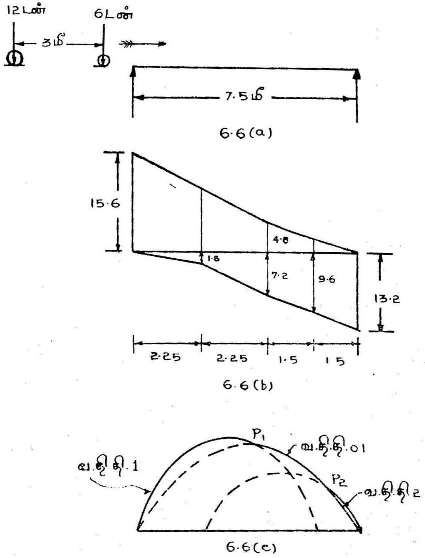
கோவைகளைச் சமனிட.

$$1{\cdot}6\,x = 2{\cdot}4\,x - 4{\cdot}8$$

$$x = 6$$

ஆகவே, இப்பகுதியில் 6 மீ. வரை, கோவை (iv)-ம் $x = 6{\cdot}0$ மீ. முதல் $x = 7{\cdot}5$ மீ வரை கோவை (ii)-ம் பெரும எதிர் வெட்டு விசை தரும்

எதிர் பெரும வெட்டுவிசைப் படம், வரைபடம் 6·6 (a,-ல் காண்க.



படம் 6-6.

6-6 (a) எதிர் பெரும வெட்டு விசை வரைபடம்,

6-6 (b) பெரும வெட்டு விசை படம்

6 6 (c) வளைவு திருப்புதிறன் வரைபடம்

எதிர் பெ. வெ. வி. வரைபடத்தில் குறிப்பிடத்தக்க அளவுகள் பின்வருமாறு.

வரிசை எண் (1)	வெட்டு முகதூரம் (x) மீட்டரில் (2)	எதிர் வெட்டு விசை அளவு டன்னில் (3)
1.	0	0
2	2·25	1·8
3.	4 5	7·2
4.	5·0	9 6
5.	7·5	13·2

நேர் வெட்டு விசை

இடமிருந்து வலம் நகரும்பொழுது பின்னேடியாக உள்ள பளு மதிப்பு அதிகமாதலால், பின்னேடி பளு W_1 (12 டன்) வெட்டு முகத்தில் உள்ளபொழுது நேர் வெட்டுவிசை பெருமம்.

இடத் தாங்கியிலிருந்து, $(l - a)$ அதாவது 4·5 மீ. தூரம் வரை உள்ள வெட்டுமுகங்களில் W_1 உள்ளபொழுது, செறிவு பளு W_2-வும் இடை தொலைக்குள்ளாக இருக்கும். அதற்கப்பால் உள்ள வெட்டு முகங்களில் செறிவு பளு W_1 உள்ளபொழுது, செறிவு பளு W_2 இடைதொலைக்குள் இருக்காது. எனவே, வெட்டு முகங்களை இரண்டு பகுதிகளாகக்கொண்டு கணக்கிடவேண்டும். அதாவது, $0 \leq x \leq 4{\cdot}5$ என்றும், $4{\cdot}5 \leq x \leq 7\ 5$ என்றும் கொள்ளவேண்டும்.

(d) வெட்டு முகம் XX

$0 \leq x \leq 4{\cdot}5$ இரண்டு பளுக்களும் இடைதொலையில் வெட்டு முகத்தில் செறிவு பளு W_1

$$R_A = \frac{[W_1 (l - x) + W_2\ l - x - a)]}{l}$$

$$= \frac{[12\ (7{\cdot}5 - a) + 6\ (4{\cdot}5 - x)]}{7{\cdot}5}$$

$$= 15{\cdot}6 - 2{\cdot}4\ x$$

நிலைவரிசை எண்	இடைதொலையில் உள்ள பளுக்கள்	வெட்டுமுகத்தில் உள்ள பளு	குறியீடு
1.	W_1-ம், W_2-ம்	W_2	வ. தி. தி$_2$
2.	W_1-ம், W_2-ம்	W_1	வ. தி. தி$_1$
3.	W_1 மட்டும்	W_2	வ தி. தி$_0$

$$\text{வ. தி. தி}_2 = R_B\ (l-x)$$

$$= \frac{[W_2 x + W_1 (x-a)]}{l}\ (l-x)$$

$$(6x + 12x - 36) = \left(\frac{7{\cdot}5 - x}{7{\cdot}5}\right)$$

$$= 2{\cdot}4\ (x-2)\ (7{\cdot}5 - x) \qquad \ldots \text{(vii)}$$

$$\text{வ. தி. தி}_1 = R_A \cdot x$$

$$= \frac{[W_1 (l-x) + W_2 (l-x-a)]}{l}\ x$$

$$= [12\ (7{\cdot}5 - x) + 6\ (4{\cdot}5 - x)] \frac{x}{7{\cdot}5}$$

$$= 2{\cdot}4\ (6{\cdot}5 - x)\ x \qquad \ldots \text{(viii)}$$

$$\text{வ. தி. தி}_{01} - R_A.\ x_1 = W_1 \frac{(l-x)}{l}\ x$$

$$= \frac{12}{7{\cdot}5} x\ (7{\cdot}5 - x) = 1{\cdot}6\ (7{\cdot}5 - x)\ x \qquad \ldots \text{(ix)}$$

கோவைகள் (vii), (viii), (ix) ஆகியவை பரவளையத் தன்மையவை. அவை படம் 6-ϐ (c)-ல் வரையப்பட்டுள்ளன.

வ. தி. தி$_1$ ஐயும் வ. தி. தி$_{01}$ ஐயும் சமன்படுத்துக.

$$2{\cdot}4\ (6.5 - x)\ x = 1{\cdot}6\ (7{\cdot}5 - x)\ x$$

$$x = 4{\cdot}5 \text{ மீ.}$$

வ. தி. $தி_{01}$ ஐயும் வ. தி. $தி_2$ ஐயுக் சமன்படுத்துக.

$1{\cdot}6\,(7{\cdot}5 - x) \quad x \quad = 6$ மீ.

வ. தி. $தி_2$, வ. தி. $தி_1$, வ. தி $தி_{01}$ பொருந்தும் நிலைகள், பெரும அளவு முதலியவை பட்டியலில் தரப்பட்டுள்ளன.

பட்டியல்

வரிசை எண் 1	கோவை 2	சூன்ய நிலைகள் 3	பெரும அளவு நிலை	பெரும அளவு	கோவை பொருந்தும் நிலைகள்
1.	வ,தி.$தி_2$	$x=2,\ x=7{\cdot}5$	$x=6$	14·45	$x=6\ x=7{\cdot}5$
2·	வ.தி.$தி_1$	$x=0\ \ x=6{\cdot}5$	$(x=4{\cdot}75)$ $x=3{\cdot}25$	(18·15) 25·35	$x=0\ x=4{\cdot}5$
3.	வ.தி.$தி_{01}$	$x=0\ \ x=7{\cdot}5$	$x=4{\cdot}5$ $(x=3{\cdot}75)$	21·6 (23·5)	$x=4{\cdot}5\ x-6$

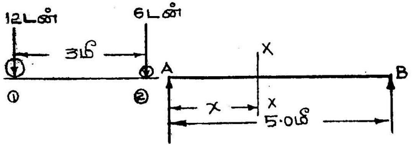
உ. பெ. வ. தி. தி = 25·35 ட. மீ.

எடுத்துக்காட்டு 6-6.

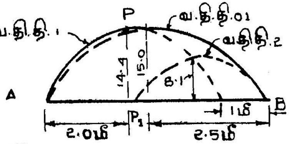
எடுத்துக்காட்டு 6-4-ல் இடைதொலை அளவு 5·0 மீட்டர் ஆக இருப்பின், பெரும வளைவு திருப்புதிறன் படம் வரை.

இடை தொலை அளவு 5·0 மீட்டர் ஆனல், 12 டன், 6 டன் அளவு செறிவு பளுக்கள் இடையே 3 மீட்டர் தூரமுள்ளவை, பிரிவுக்கூறு 6-5-ல் குறிப்பிட்டுள்ள மாதிரி தர பளுக்கள் ஆகா எனவே எடுத்துக்காட்டு 6·5-ல் கணக்கிட்டதுபோல. வளைவு, திருப்புதிறன் கோவைகள் பளுக்கள் நிலைகள் மூன்றுக்கும் எழுதி, கோவைகளுள் எவை எவை எந்தெந்த வெட்டுமுகங்களில் பெரும வளைவு திருப்புதிறன் பெறப்படும் என்பதறிந்து பெரும வளைவு திருப்புதிறன் வரையலாம்.

(i) வெட்டுமுகம் XX-ல் W_2



6·7 (a)



6·7(b) பெ.வ.தி.தி. வரைபடம

படம் 6-7.

6-7 (a) வெட்டுமுகம் படம்,

6-7 (b) பெரும வளைவு திருப்புதிறன் வரைபடம்.

பளுக்கள் W_2 W_1 இரண்டும் இடைதொலையில்

$$R_B = \frac{W_2 x + W_1 (x-a)}{l}$$

$$= \frac{6x + 12 (x-3)}{5}$$

$$= 3{\cdot}6 (x-2)$$

வ. தி. $தி_2$ $= R_B (l-x)$

$$= 3\,6 \, (x-2) \, (5-x)$$

(ii) வெட்டுமுகம் XX-ல் W_1

பளுக்கள் W_2, W_1 இரண்டும் இடை தொலையில்

$$R_A = \frac{W_1(l-x) + W_2(l-x-a)}{l}$$

$$= \frac{12\ (5-x) + 6\ (5-x-3)}{5}$$

$$= 3{\cdot}6\ (4-x)$$

$$\text{வ. தி. தி}_1 = R_A\ x$$

$$= 3{\cdot}6\ (4-x)\ x$$

(iii) W_1 வெட்டுமுகம் XX-ல்

பளு W_1 மட்டுமே இடைதொலைவில்

$$R_A = \frac{W_1\ (l-x)}{l} = \frac{12\ (5-x)}{5}$$

$$= 2{\cdot}4\ (5=w)$$

$$\text{வ. தி. தி}_{01} = R_A\ x$$

$$= 2{\cdot}4\ (5-x)\ x$$

மூன்று கோவைகளும் படம் 6-7-ல் வரையப்பட்டுள்ளன. P புள்ளியில். வ. தி. தி$_1$ கோவை தரும் வரைபடமும் வ. தி. தி$_1$ கோவை மூலம் பெறப்படும் வரைபடமும் வெட்டிக் கொள்கின்றன. எனவே $A\ P_1$ பகுதியில் உள்ள வெட்டு முகங்களில் வ. தி. தி$_1$ கோவை மூலமும் $P_1\ B$ பகுதியில் உள்ள வெட்டுமுகங்களில் வ. தி. தி$_{01}$ கோவை மூலமும் பெ. வ. தி. தி. பெறலாம். வ. தி. தி$_1$ கோவையையும் வ. தி. தி$_{01}$ கோவையையும் சமனிட

$$3{\cdot}6\ (4-x)\ x = 2{\cdot}4\ (5-x)\ x$$

$$\because \quad x = 2$$

இடது தாங்கியிலிருந்து 2 மீட்டர் வரை W_1 செறிவு பளு வெட்டு முகத்திலும் W_2 அதற்கு முன்னால் உள்ளபொழுதும், 2 மீட்டருக்கு அப்பால் வலது தாங்கி வரை W_1 செறிவு பளு மட்டுமே இடைதொலைவில் இயங்கி, வெட்டு முகத்தில் உள்ள பொழுதும் பெரும வளைவு திருப்புதிறன் பெறப்படும். குறைந்த மதிப்பு செறிவு பளு 6 டன் (W_2) வெட்டுமுகத்திலும் W_4 அதற்குப் பின்னாலும் உள்ளபொழுது எந்த வெட்டுமுகமும் பெரும வளைவு திருப்புதிறன் பெறுவதில்லை.

உச்ச பெரும வளைவு திருப்பு திறன்.

வ, தி. $தி_1$ பகுதியில் உச்ச அளவு $x=2$ மீட்டரில் பெறப்படும்.

$$\text{அளவு} = 3{\cdot}6\,x\,(4-x) = 3{\cdot}6\times2\times2$$
$$= 14{\cdot}4 \text{ ட. மீ.}$$

வ.தி.தி $_{01}$ பகுதியில் உச்ச அளவு $x=2{\cdot}5$ மீட்டரில் பெறப் படும்.

$$\text{அளவு} = 2{\cdot}4\,x\,(5-x)$$
$$= 2\,4\times2\,5\times2{\cdot}5$$
$$= 15{\cdot}0 \text{ ட. மீ.}$$

எடுத்துக்காட்டு 6-7.

எடுத்துக்காட்டு 6·4-ல் தரப்பட்டுள்ள நகரும் செறிவு பளுக்கள் செயல்படும் உத்திர இடைதொலை அளவு எவ்வளவுக்குக் குறைவாக இருந்தால், பெரிய செறிவு பளு மட்டுமே உத்திரத்தில் உள்ள பொழுது உச்ச பெரும வளைவு திருப்புதிறன் பெறப்படும்?

எடுத்துக்காட்டு 6-6-ல் கண்டதுபோல், உத்திர இடைதொலை அளவு குறைவாக உள்ள உத்திரங்களில் பெரும வளைவு திருப்பு திறன், அதிக அளவு செறிவு பளு தனித்து உத்திரத்தில் இயங்கும் பொழுதோ அல்லது சிறிய அளவு செறிவு பளுவுடன் சேர்ந்து இயங்கும் பொழுதோ பெறப்படும்.

உத்திர இடை தொலை அளவு 'l' எனக் கொள்க.

அதிக அளவு செறிவு பளு W_1 மட்டும் உள்ள பொழுது,

$$\text{வ. தி. தி}_{01} = R_A \cdot x$$
$$= \frac{W_1\,(l-x)\cdot x}{l}$$

செறிவு பளு W_1 மட்டும் உத்திரத்தில் உள்ள பொழுது உச்ச பெரும வளைவு திருப்புதிறன் பெற்றால்,

$$\text{உ. பெ. வ. தி. தி}_{01} = \frac{W_1}{l}\left(l - \frac{l}{2}\right)\left(\frac{l}{2}\right)$$

$$x = \frac{l}{2}$$

$$= \frac{W_1\,l}{4}$$
$$= 3l.$$

பெரிய செறிவு பளு W_1-ம், சிறிய செறிவு W_2-ம் உத்திரத்தில் உள்ள பொழுது

$$\text{வ, தி. தி}_1 = R_A \,.\, x$$
$$= \left\{\frac{W_1(l-x) + W_2(l-x-a)}{l}\right\} x$$
$$= \frac{18\,(l-x-1)\,x}{l}$$

உச்ச பெரும வளைவு திருப்புத்திறன் W_1, W_2 இரண்டும் உத்திரத்தில் உள்ளபொழுது பெறின்,

$$\left.\begin{array}{l}\text{உ. பெ. வ. தி. தி}_1 = \\ x = \left(\frac{l-1}{2}\right)\text{-ல்}\end{array}\right\} = \frac{18}{l}\quad\frac{(l-1)}{2}\quad\frac{(l-1)}{2}$$

$$\text{உ, பெ. வ. தி. தி}_1 = \frac{4{\cdot}5\,(l-1)^2}{l}$$

உ. பெ, வ. தி. தி. அளவுகள் இரண்டையும் சமனிட.

$$\frac{4{\cdot}5\,(l-1)^2}{l} = 3l$$
$$\therefore\ \frac{(l-1)^2}{l^3} = \frac{1}{1{\cdot}5}$$
$$l = 5{\cdot}46$$

ஆகவே 5·46 மீட்டர் இடைதொலை நீளத்துக்கும் குறைவான இடை தொலை உள்ள உத்திரங்களில் அதிக அளவு செறிவு பளு மட்டுமே இயங்கும் பொழுது உச்ச பெரும வளைவு திருப்புதிறன் பெறப்படும்.

6-6. நகரும் பளுக்களுள் எளிமையான சிலவற்றைப் பற்றி இந்த அத்தியாயத்தில் படித்தோம். அடுத்த அத்தியாயத்தில் இயக்கவிளைவுக் கோடுகள் (Influence lines) மூலம் பெரும விளைவுகள் சிக்கலில்லா எளிமையான பளுக்கள் அமைப்பில் நகர்வதால் பெறப்படுவது கணக்கிடுவோம்.

சிக்கலான நிலைகளில், அதாவது எண்ணிக்கையில் மிகுந்து வெவ்வேறு எண் அளவு உள்ள பளுக்கள், செறிவு பளு, சீரான பரவலான பளு முதலிய பல வகைப்பட்டவை கூட்டு இயக்கம் உள்ள நிலைகளில் கணக்கிடுவதற்குச் சில திட்டமான முறைகள்

உள்ளன. மேலும் பெரும வெட்டுவிசை, பெரும வளைவு திருப்பு திறன் வரை பட முறையும் உள்ளது. அவை போன்றவை எல்லாவற்றையும் விரிவாகத் தொடக்க நூலில் தருவதைக் காட்டிலும், தொடக்க நிலையாக அமைப்பியல் பகுப்பாய்வில் சிக்கலில்லா எளிமையான நகரும் பளுக்களின் விளைவுகள் கணக்கிட விளக்கமாகவும், தெளிவாகவும் தெரிந்துகொள்வது, பின் மேல் நிலைப் பகுப்பாய்வு நிலையில் நகரும் பளுக்களின் விளைவுகளைச் சரியாகப் புரிந்துகொள்ள உதவும்.

பயிற்சி

6-1. இரண்டு நகரும் செறிவு பளுக்கள் W, nW $(n > 1)$ ஓர் இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திரத்தைக் கடக்கின்றன. உச்சப் பெரும வளைவு திருப்புதிறன், பளுத் தொகுதியினால் பெறப்படல், பளுக்களின் இடைவெளி d, தொலை $L[(n+1) - \sqrt{n}, (n+1)]$ ஐ விட அதிகமாக இருக்காது என நிருபிக்க. உத்திர இடை தொலை L.

6-2. 4 டன், 3 டன் எடை உள்ள இரண்டு செறிவு பளுக்களுக்கு இடையே உள்ள தொலை 3 மீட்டர் ஆகும். இப் பளுத் தொகுதி 15 மீ இடை தொலை உள்ள இயற் போக்குத் தாங்கு உத்திரத்தைக்கடக்கும் பொழுது பெறப்படும், பெரும வெட்டுவிசை, பெரும வளைவு திருப்புதிறன் வரைபடங்கள் வரைக.

6-3. 20 மீட்டர் இடை தொலை, இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திரம் மீது, மீட்டருக்கு 3 டன் எடை வீதம் 10 மீட்டருக்குப் பரவியுள்ள, நகரும் பளு, கடக்கும் பொழுது பெறப்படும் உச்சப் பெரும வெட்டு விசை, உச்சப் பெரும வ.தி.தி. கணக்கிடுக.

7. இயக்க விளைவுக் கோடுகள்

(Influence Lines)

7-1. இயக்க விளைவுக் கோடுகள்

நகரும் பளுக்களால் வெட்டு முகங்களில் விளைவுறும் பெரும வெட்டுவிசை, பெரும வளைவு திருப்புதிறன் முதலியன சில நியமமான பளுக்களுக்குக் கணக்கிடும் முறையை அத்தியாயம் 6-ல் படித்தோம். பல்வேறு வகை நகரும் பளுத் தொகுதிகள், நகரும் பளுத் தொகுதிகள், நகரும் பளுக்கள் இயங்கக்கூடிய அமைப்பு உறுப்புகளில் நகரும் பளுக்களினால் விளைவுறக் கூடிய பளுச் சார்புகளான தாங்குவிசை, வெட்டுவிசை, வளைவு திருப்புதிறன் தொய்வு முதலியன கணக்கிட இயக்க விளைவுக் கோடு முறை சிலாக்கியமானது. குறிப்பிட்ட வெட்டுமுகம் அல்லது குறிப்பிட்ட உறுப்பில், அலகு பளு அமைப்பில் நகர்ந்தால், கணக்கிட எடுத்துக் கொள்ளும் பளுச் சார்பு அடையும் மாறுபாட்டை, பளு நகரும் பாதைக்கு இணையாக ஒரு குறியீட்டுக்கோட்டின் மீது, காண்பிக்கும் வரைபடம் இயக்க விளைவுக் கோடு ஆகும்.

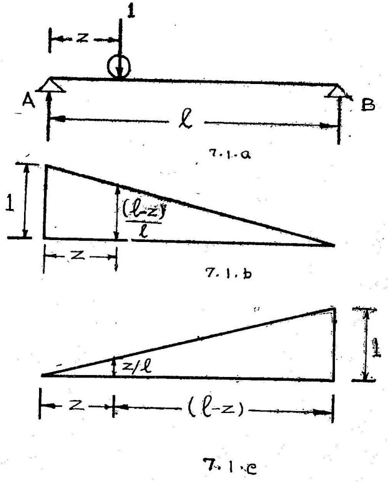
இயக்க விளைவுக் கோடு வரைபடத்தில் உள்ள நிலைத்தூரம், அந்த இடத்தில் அலகு பளு இயங்குவதால் குறிப்பிட்ட வெட்டு முகத்தில் அல்லது உறுப்பில் விளைவுறக்கூடிய பளுச் சார்பு அளவு ஆதலால், நகரும் செறிவு பளு ஏதாவது ஒரு குறிப்பிட்ட நிலையை அடையும்பொழு, கருதப்படும் வெட்டுமுகத்தில் அல்லது உறுப்பில் விளைவுறும் பளுச் சார்பு அளவு, செறிவு பளு அடைந்துள்ள நிலையில் வரைபடத்தில் உள்ள நிலைத் தூரத்தைச் செறிவு பளு எண் மதிப்புடன் பெருக்கிக் கிடைப்பதாகும். பளுத் தொகுதி நகரும் அமைப்புகளில், ஒவ்வொரு செறிவு பளுவையும் தனித் தனியாகக் கருதி அவற்றின் விளைவை முன் குறிப்பிட்டது போல் கணக்கிட்டு, மொத்த விளைவைக் கூட்டி நகரும் பளுத்தொகுதியின் விளைவு பெறலாம். மேலும் இயக்க விளைவுக் கோடு வரைபடம்,

வெட்டு முகத்தில் பெரு பளுச் சார்பு கணக்கிட, பளுக்கள் இயங்க வேண்டிய நிலை தெரிந்திடவும், பெரும பளுச் சார்பு கணக்கிடவும் பயன்படும்.

அடுத்த பிரிவுக் கூறில், தாங்குவிசை இயக்க விளைவுக்கோடு வரைந்து, தாங்குவிசை கணக்கிடும் விதம் காண்போம்.

7-2. தாங்குவிசை இயக்க விளைவுக் கோடுகள்

படம் 7-1 (a)-ல் காண்பிக்கப்பட்டுள்ள இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திரம் *AB*-ன் தாங்கு *A*-க்கு இயக்க விளைவுக் கோடு வரைவோம்.



படம் 7-1.

7-1 (a) இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திரம்,
7-1(b) தாங்குவிசைக்கான இயக்க விளைவுக்கோடு,
7-1(c) கா. வி. இ. வ. கோடு

இயக்க விளைவுக்கோடு வரையும் விதம் முதலில் காண்போம். அலகு பளு அதாவது ஒரு கிலோ எடை பளு அமைப்பில் ஒரு பக்கமிருந்து மறுபக்கம் நகர்வதாகக் கொண்டு, அவ்வாறு நகரும் பொழுது பிரதிநிதித்துவம் வாய்ந்த நிலைகளில் அலகு பளு இயங்குவதாகக் கொண்டு, பளுச் சார்பு அதாவது தாங்கு விசை அளவு கணக்கிட வேண்டும். இவ்வாறு கிடைக்கும் பளுச் சார்புக்கான தொகுதியைக் கொண்டு, அத்தொகுதி பொருந்தும் அமைப்புப் பகுதியில் நிலைத் தூரங்களைக் குறித்து இயக்க விளைவுக் கோடு பெறலாம். இவ்வாறு அமைப்பின் எல்லாப் பகுதிகளுக்கும் நிலைத் தூரங்களைக் குறித்து, அமைப்பில் குறிப்பிட்ட பளுச் சார்பின் விளைவுக் கோடு வரையலாம்.

A-ல் தாங்கு விசைக்கான, இயக்க விளைவுக்கோடு வரைய, ஒரு கிலோ எடை தனிச் செறிவு பளு இடமிருந்து வலமாக நகர்வதாகக் கொள்வோம். உத்திர முழுமைக்கும் பிரதிநிதித்துவம் வாய்ந்த நிலையாக, இடது தாங்கியிலிருந்து 'Z' தொலைவில் அலகு பளு இயங்குவதாகக் கொள்வோம் [படம் 7-1. (a)].

$$A\text{-ல் தாங்கு விசை } (R_A) = \frac{1 \cdot (l - z)}{l}$$

$$= \frac{(l - z)}{l}$$

மேலே பெறப்பட்டுள்ள A-ல் தாங்கு விசை (R_A)-க்கான கோவை மூலம் இயக்க விளைவுக் கோடு வரையலாம். A-ல் தாங்கு விசைக்கான இயக்க விளைவுக் கோடு, தாங்கு B-யிலிருந்து உள்ள தூர விகிதத்தில் ஒரு படிச் சமன்பாடு விதிப்படி நேர் கோடாக மாறுபாடு அடைகிறது.

தாங்கு B-ல் $z = l$ $l - z = 0$. நிலைத்தூரம் ... சூன்யம்.

தாங்கு A-ல் $z = 0$ $(l - z) = l$ நிலைத்தூரம் ... 1.

படம் 7-1(b)-ல் A-ல் தாங்கு விசைக் காண (R_A) இயக்க விளைவுக்கோடு காண்பிக்கப்பட்டுள்ளது. நேர்கோடான இயக்க விளைவுக் கோட்டின் சாய்வு $\frac{1}{l}$ ஆகும்,

முன் குறிப்பிட்டுள்ள மாதிரி, தாங்குவிசை B-க்கான இயக்க விளைவுக் கோடு வரையலாம். படம் 7-1 (c)-ல் காண்பிக்கப்பட்

டுள்ளது போல், தாங்குவிசை B-க்கான இயக்க விளைவுக் கோடு, A-ல் நிலைத் தூரம் சூன்யமாகவும் B-ல் நிலைத்தூரம் 1 ஆகவும் மாறுபாடு ஒருபடிச் சமன்பாடு விதிப்படி நேர்கோடாகவும் இருக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு 7-1.

12 மீட்டர் இடை தொலை உள்ள இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திரத்தின் இடது தாங்குவிசைக்கு இயக்க விளைவுக்கோடு வரைக. (i) உத்திரத்தின் மீது, இரண்டு செறிவு பளுக்கள் 2 டன் 4 டன் அளவுள்ளவை ஒன்றுக் கொன்று 3 மீட்டர் இடைவெளி உள்ளதாகவும் 4 டன் எடையை முன்னோடியாகவும் கொண்ட இடமிருந்து வலம் நகர்ந்தால் A-ல் பெரும தாங்கு விசை கணக்கிடுக. (ii) நகரும் சீரான பரவலான பளு மீட்டருக்கு 4 டன் எடையுள்ளதும் 15 மீட்டர் நீளமானதும் ஆனது உத்திரத்தைக் கடந்தால், A-ல் பெரும தாங்கு விசை எவ்வளவு?

படம் 7-2 (b)-ல் தாங்குவிசை A-க் கான, இயக்க விளைவுக் கோடு வரையப்பட்டுள்ளது.

B-ல் நிலைத்தூரம் ... சூன்யம்

A-ல் நிலைத்தூரம் ... 1.

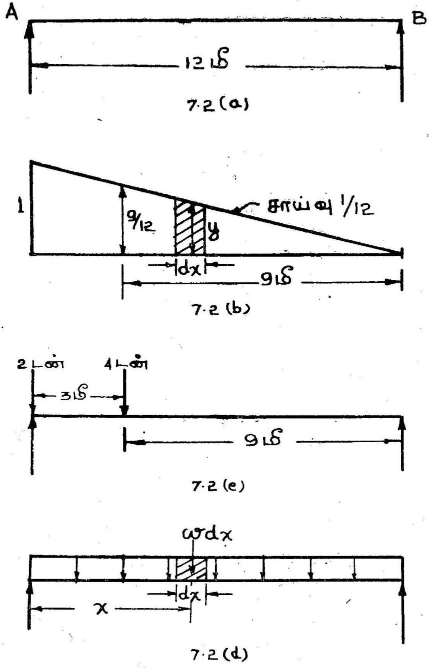
இயக்க விளைவுக் கோடு மாறுபாடு நேர் கோட்டுத் தன்மையது; நேர்கோட்டின் சாய்வு $\frac{1}{12}$.

(i) செறிவு பளுக்கள் :

நகரும் செறிவு பளுத் தொகுதியில் உள்ள, செறிவு பளுக்கள் எந் நிலையில் இயங்கினால் பெரும தாங்கு விசை விளைவுறும் என்பதை முதலில் நிர்ணயிக்க வேண்டும்.

தனிச் செறிவு பளு ஆனால், தயக்கமின்றி நிலையைச் சொலல் முடியும்; நிலைத்தூரம் அதிகமாக உள்ள A தாங்கியில் தனிச் செறிவு பளு இயங்கினால், பெரும தாங்குவிசை பெறப்படும்.

இரண்டு செறிவு பளுக்கள் இயங்கும்பொழுது, கீழே குறிப்பிடப்பட்டுள்ள இரண்டு நிலைகளையும் கருதி, அவற்றுள் எது பெரும அளவு தருகிறதோ, அதைச் சரியான நிலையெனக் கொள்ள வேண்டும்,



படம் 7-2.

7-2 (a) இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திரம்,

7-2 (b) தாங்கு விசைக்கான இயக்க விளைவுக்கோடு,

7-2 (c) தாங்கு விசை வரைபடம்,

7-2(d) இயக்க விளைவுக் கோட்டு வரைபடம்.

(i) பெரும செறிவு பளு நிலைத்தூரம் அதிகமாக உள்ள Ry 2 டன் A-யிலும் 2 டன் இடை தொலைக்கு அப்பாலும்.

(ii) 2 டன் செறிவு பளு A-யிலும், 4 டன் செறிவு பளு இடைதொலையில் A-யிலிருந்து 3 மீட்டர் தூரத்திலும் [(படம் 7-2(c)].

(i) முதலாவதாகக் கருதப்படும் நிலை.

A-ல் தாங்குவிசை = பளு × நிலைத்தூரம்
= 3 × 1
= 4 டன்.

(ii) படம் 7-2 (c)-ல் காட்டப்பட்டுள்ள நிலை.

A-ல் தாங்குவிசை = Σ பளு × பளு இயங்குமிடத்தில் நிலைத்தூரம்

$$= (2\times 1) + 4 \times \frac{9}{12}$$

= 5 டன்.

எனவே படம் 7-2 (c)-ல் காட்டப்பட்டுள்ள நிலையில் பளுக்கள் A-ல் பெரும அளவு தாங்குவிசை தரும் அளவு 5 டன்.

(ii) நகரும் சீரான பரவலான பளு

நகரும் சீரான பரவலான பளு இயக்கவிளைவால் விளைவுறும் தாங்குவிசையை, இயக்க விளைவுக் கோட்டிலிருந்து கணக்கிடுவது எவ்வாறு?

சீரான பரவலான பளு உத்திரத்தில், இடது தாங்கியிலிருந்து தொலைவு "a" முதல் தொலைவு "b" வரை அதாவது $(b-a)$ தூரத்துக்கு இயங்குவதாகக் கொள்வோம். இடது தாங்கியிலிருந்து 'x' தொலைவில் $(a < x < b)$, வகையீட்டுக்குரிய "dx" தொலைமீது "w" அளவு எண் மதிப்புடைய சீரான பரவலான பளுவின் விளைவைக் கணக்கிடுவோம். இச்சீரான பரவலான பளுவை, x தொலைவில் இயங்கும் "wdx" அளவு செறிவு பளுவாகக் கருதலாம். எனவே, வெட்டுமுகம் XX-ல் இயக்க விளைவுக் கோட்டு நிலைத்தூரம் "y" ஆகக் கொண்டால்,

$$\delta_{RA} = w.(ydx).$$
$$= w\,(ydx)$$

$(y\text{-}dx)$ ஆனது, உத்திரத்தின் "dx" தொலைமீது உள்ள இயக்க விளைவுக் கோட்டு வரைபட பரப்பு ஆகும். எனவே சீரான பரவலான பளுவின் விளைவு, பளு இயங்குகின்ற உத்திரப் பகுதி மீதுள்ள இயக்க விளைவுக் கோட்டு வரைபடப் பரப்பளவையும், சீ. ப. பளுவின் அளவையும் பெருக்கிப் பெறப்படும் அளவாகும். எனவே பெரும விளைவு கணக்கிட, அதாவது பெரும தாங்குவிசை கணக்கிட, பளு இயங்கக் கூடிய நிலைகளில் எந் நிலையில் இயங்கும் பொழுது இயக்க விளைவுக் கோட்டு வரைபட பரப்பளவு பெருமமாக இருக்குமோ, அந்நிலையில் பளு இயங்குவதாகக் கொள்ளவேண்டும்.

சீரான பரவலான பளு நீளம், உத்திர இடைதொலையினும் குறைவாக இருந்தால், இடது தாங்கி (A)–யிலிருந்து பளு இயக்கம் கருத, A-ல் தாங்குவிசை பெரும அளவாகும். உத்திர இடை தொலை அளவிலும் அதிக நீளமான சீ. ப. பளு ஆதலால், உத்திர இடை தொலை முழுமையும் பளு இயங்கும் பொழுது தாங்குவிசை A-ல் பெருமம்.

A-ல் பெரும தாங்கு விசை $= w$ [AB மீது இயக்க விளைவுக் கோட்டு வரை படப் பரப்பு]

$$= w \times \frac{1 \times 12}{2}$$

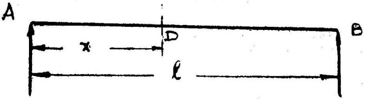
$$= 4 \times 6$$

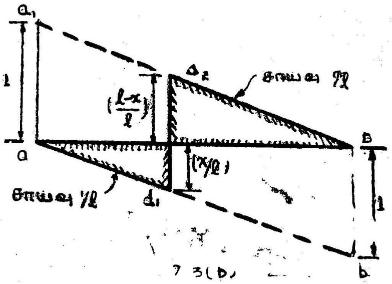
$$= 24 \text{ டன்}$$

7-3. வெட்டுவிசை இயக்க விளைவுக் கோடுகள் (Influence lines for shear force)

படம் 7-3. (a-ல்) வரையப்பட்டுள்ள இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திரம் AB-ல், புள்ளி D மூலம் செல்லும் வெட்டுமுகம் XX-க்கு, வெட்டுவிசை இயக்க விளைவுக் கோடு வரைவோம்.

வெட்டுமுகம் XX, தாங்கு A-யிலிருந்து 'x' தூரத்தில் எடுத்துக்கொள்ளப்பட்டிருக்கிறது.





படம் 7-3.

7-3 (a) இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திரம்

7-3 (b) வெட்டுவிசை இயக்க விளைவுக்கோடு

அலகு பளு (1 கிலோ எடை) A-யிலிருந்து, 'z' தொலைவில் AD பகுதியில் இயங்குவதாகக் கொள்வோம். (அதாவது) $0 \leq Z \leq x$.

$$R_B = \frac{Wz}{l} = \frac{z}{l}$$

$$\therefore \text{வெட்டுவிசை } D\text{-ல்} = -R_B = -\frac{z}{l}$$

இயக்க விளைவுக்கோட்டு வரைபடத்தில் A-யிலிருந்து z தூரத்தில் நிலைத்தூரம் $-\frac{z}{l}$ ஆகும். எனவே, AD பகுதியில் நிலைத்தூர மாறுபாடு நேர் கோட்டுத் தன்மையது.

இடது தாங்கியில் ($z = 0$) நிலைத்தூரம் 0.

D புள்ளியில் ($z = x$) நிலைத்தூரம் $-\frac{x}{l}$.

D புள்ளியில் அதாவது வெட்டுமுகத்தில் எதிர் நிலைத்தூர எண் அளவு பெருமம். AD பகுதியில் இயக்க விளைவுக் கோட்டின் சாய்வு $\left(-\frac{1}{l}\right)$. எனவே, இக் கோட்டை நீட்டினால் வலது தாங்கியில், எதிர் நிலைத்தூர அளவு -1 கிடைக்கும். எனவே, வெட்டு முகத்துக்கு, இடது பாகத்தில் வெட்டுவிசை வரைபடம் பெற இடது தாங்கியில் சூன்ய அளவும், வலது தாங்கியில் -1-ம் நிலைக்குத்துகள் தரும்படியான நேர் கோட்டின் பகுதியை வெட்டு முகத்துக்கு இடதுபாகம் வரையவேண்டும்.

அடுத்து அலகு பளு DB பகுதியில், A-யிலிருந்து 'z' தூரத்தில் எடுத்துக்கொள்வோம். ($x \gtrless z \lessgtr l$).

$$R_A = \frac{W(l - z)}{l}$$

$$= \frac{(l - z)}{l}$$

வெட்டுவிசை D-ல் $= R_A - \frac{(l - z)}{l}$

DB பகுதியில், இயக்க விளைவுக்கோட்டு வரைபடத்தில் A-யிலிருந்து z தூரத்தில் நிலைத்தூரம் $\frac{(l - z)}{l}$. ஆகும். ஆகவே DB பகுதியிலும் நிலைத்தூர மாறுபாடு நேர் கோட்டுத்தன்மையது.

வலது தாங்கியில் $z = l$ நிலைத்தூரம் ... சூன்யம்.

D புள்ளியில் $z = x$ நிலைத்தூரம் ... $\frac{(l - x)}{l}$

D புள்ளியில்தான், (அதாவது) வெட்டுமுகத்தில்தான், நேர் நிலைத்தூர எண்ணும் பெருமம். அளவு $\left(\frac{l - x}{l}\right)$. DB பகுதியிலும் சாய்வு $\left(-\frac{1}{l}\right)$. எனவே, DB பகுதியில் பெறப்படும் கோட்டை நீட்டினால் இடது. தாங்கியில் (வலது தாங்கியிலிருந்து $-l$

தொலைவில்) நிலைத்தூரம் 1 பெறப்படும். ஆகவே, DB பகுதியில் இயக்க விளைவுக்கோடு வரைபடம் பெற, வலது தாங்கியில் சூன்ய அளவும், இடது தாங்கியில் 1-ம் நிலைக்குத்துகள் தரும்படியான நேர் கோட்டின் பகுதியை வெட்டு முகத்துக்கு வலது பாகம் வரையவேண்டும்.

வெட்டுவிசை இயக்க விளைவுக் கோட்டு வரைபடம் புள்ளி D-க்கு 7-3 (b)-ல் காண்பிக்கப்பட்டுள்ளது.

வகைமாதிரிப் புள்ளி D-க்கு வரையப்பட்டுள்ள இயக்க விளைவுக் கோட்டு வரைபடத்திலிருந்து, இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திரத்தில் வெட்டுவிசை இயக்க விளைவுக் கோட்டு வரை படங்கள் வரையும்பொழுது கீழ்க் குறிப்பிட்டுள்ளவற்றைப் பின் பற்றுவது வரைபடம் வரைய எளிதான முறை என்பது புலனாகும்:

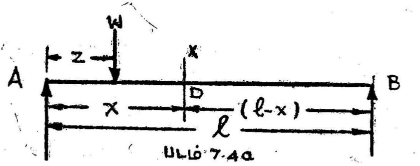
(i) இயக்க விளைவுக் கோடு வரையவேண்டிய அமைப்பு உறுப்புக்கு இணையாக $a\,b$ என்ற அடிப்படைக்கோடு (சூன்யக் கோடு) எடுத்துக்கொள்ள வேண்டும் [படம் 7-2 (c)] அடிப்படைக் கோட்டின்மீது புள்ளி 'a'-ல் அலகு அளவு செங்குத்தாக a_1 புள்ளி குறித்து ($a\,a_1 = 1$), a, ஐ b-யுடன் சேர்க்கவும். இதே மாதிரி அடிப்படைக் கோட்டின் கீழே, புள்ளி b-ல் அலகு அளவு செங்குத் தாக b_1 புள்ளி குறித்து ($b\,b_1 = 1$), b_1 ஐ a-யுடன் சேர்க்கவும். வெட்டுவிசை இயக்க விளைவுக்கோடு வரையவேண்டிய வெட்டு முகத்தில் செங்குத்துக்கோடு வரைந்து படம் 7-2 (b)-ல் வெட்டு முகம் D-க்கு காட்டியுள்ளதுபோல் மற்ற வெட்டு முகங்களுக்குப் பெறலாம். எடுத்துக்காட்டாகப் படம் 7-2 (c)-ல் வெட்டு முகம் E க்கும் ($a\,f_1\,f_2\,l$) வெட்டுவிசை இயக்க விளைவுக் கோடுகள் காண்பிக்கப்பட்டுள்ளன.

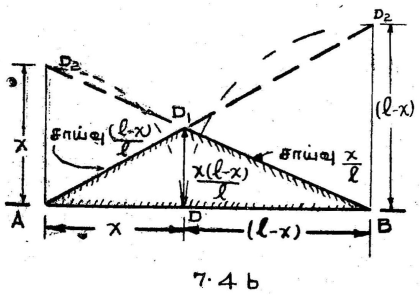
(ii) வெட்டு விசை இயக்க விளைவு வரைபடத்தில் பெரும அளவு நேர், பெரும அளவு எதிர் நிலைத்தூரங்கள் வெட்டு முகத்தில் பெறப்படும். அவற்றின் எண் அளவுகளைக் கூட்டக் கிடைக்கும் கூட்டற்பலன் ஒன்றாகும்.

7-4. வளைவு திருப்புதிறன் இயக்க விளைவுக் கோடுகள் (Influence lines for Bending Moment)

இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திரத்தில், இடது தாங்கியில் இருந்து 'x' தொலைவில் உள்ள வகைமுக வெட்டுமுகம் XX-க்கு, வளைவு திருப்புதிறன் இயக்க விளைவுக்கோடு வரைவோம்.

வெட்டு முகத்துக்கு இடது பாகத்தில் (*AD*), *A*-யிலிருந்து ரு தொலைவில் அலகு பளு (1 கிலோ- எடை) இயங்குவதாகக் கொள்வோம். $(0 \leq Z \leq x)$





படம் 7-4.
7-4 (a) இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திரம்,
7-4 (b) வ. தி. இயக்க விளைவுக் கோடு,

$$\text{வெட்டுமுகம் } XX\text{-ல் வ. தி. தி.} = R_B\,(l - x)$$

$$= \frac{z}{l}\,(l - x).$$

∵ இயக்க விளைவுக் கோட்டு (வ. தி. தி.) வரைபட நிலைக்குத்து *A*-யிலிருந்து *Z* தொலைவில் $\Big\}$ = வெட்டுமுகம் *XX*-ல் வ.தி .தி $= \frac{z}{l}\,(l - x)$

வெட்டுமுகத்துக்கு இடது பாகத்தில (*AD* பகுதியில்) பளு உள்ள பொழுது, இயக்க விளைவுக் கோட்டு வரைபடத்தில் நிலைத் தூரம், *A*-யிலிருந்து *z* தூரத்தில் $z \frac{(l-x)}{l}$ ஆகும். அதாவது நிலைத்தூர மாறுபாடு ஒருபடிச் சமன்பாட்டின்படி நேர்கோடு ஆகும். மாறுபடும் கோட்டுச் சாய்வு $\frac{x\ (l-x)}{l}$ ஆகும். பளு வெட்டு முகத்தில் உள்ள பொழுது வ.தி.தி. பெருமம்.

அதாவது வ. தி. தி. இ. வி. கோட்டு நிலைத்தூரம் வெட்டு முகத்தில் பெருமம். அளவு $\frac{x\,(l-x)}{l}$

அடுத்து பளு வெட்டுமுகத்துக்கு வலதுபக்கம் (*DB* பகுதியில்,) *A*-யிலிருந்து *z* தொலைவில் இயங்குவதாகக் கொள்வோம் $(- \leq Z \leq l)$

$$\left.\begin{array}{l}\text{வெட்டுமுகம் } XX\text{-ல்}\\ \text{வளைவு திருப்புதிறன்}\end{array}\right\} = R_A \,.\, x$$

$$= \frac{(l-z)}{l} \,.\, x$$

$$\therefore \left.\begin{array}{l}\text{வ. தி. தி. இயக்க விளைவுக் கோட்டு வரை}\\ \text{படத்தில் நிலைக்குத்து அளவு } A\text{-யிலிருந்து } z\\ \text{தொலைவில்}\end{array}\right\} = \frac{(l-z)}{l}x$$

ஆகவே பளு *DB* பகுதியில், *A*-யிலிருந்து *z* தூரத்தில் உள்ள பொழுது, வளைவு திருப்புதிறன் இயக்கவிளைவுக் கோட்டில் (*A*-யிலிருந்து *z* தொலையில்) நிலைத்தூரம் $\frac{(l-z)}{l}\, x$ ஆகும், அதாவது நிலைத்தூர மாறுபாடு ஒருபடிச் சமன்பாடு ஆகும். மாறுபாடு அடையும் கோட்டின் சரய்வு $\frac{x}{l}$ ஆகும். வெட்டு முகத்தில் அதாவது *A*-யிலிருந்து *x* தொலைவில், இயக்க விளைவுக் கோட்டு நிலைத்தூரம் பெருமம். அளவு $\frac{(l-x)\,x}{l}$ ஆகும்.

படம் 7-4 (b)-ல் வெட்டுமுகம் *XX*-க்கு (புள்ளி *D*-க்கு) வளைவு திருப்புதிறன் இயக்கவிளைவுக் கோடு வரைபடம் போடப்பட்டுள்ளது.

7-4 1. வளைவு திருப்புதிறன் இயக்க விளைவுக் கோடு வரையும் முறை

படம் 7-4 (b)-ல் வரையப்பட்டுள்ள இயக்க விளைவுக் கோட்டில், AD_1 கோட்டின் சாய்வு $\frac{(l-x)}{l}$ அதாவது (BD/BA) ஆகும்; ஆகவே கோடு AD_1 ஐ நீட்டினால், தாங்கு B-ல் பெறப்படும் நிலைத் தூரம் BD ஆகும். அதேபோல, கோடு BD_1 ஐ நீட்டினால் தாங்கு A-ல் பெறப்படும் நிலைத்தூரம் AD ஆகும். ஆகவே இயக்க விளைவுக்கோடு, XX வெட்டுமுகத்தின் வ. தி. தி.-க்கு, வரைவதற்கு AB என்ற அடிப்படைக் கோடு எடுத்துக் கொள்ளவும்; A ஐ மையமாகவும் AD ஐ ஆரமாகவும் கொண்டு வட்டப்பகுதி வரையவும் A-யில் நிலைத்தூரம் AD பெறுவதற்கு, இவ்வட்டப்பகுதி A-யில் நிலைக்குத்தை D_2-ல் வெட்டட்டும், $\therefore AD_2 = AD$ ஆகும். இதே மாதிரி B ஐ மையமாகவும், BD ஐ ஆரமாகவும் கொண்ட வட்டப்பகுதி B-ல் நிலைக்குத்தை D_3-ல் வெட்டட்டும் $\therefore BD_3 = BD$.

AD_3, BD_2 நேர்கோடுகள் வரையவும். அவை ஒன்றை ஒன்று D_1-ல் வெட்டட்டும். AD_1B வெட்டுமுகம் XX-க்கு வ.தி.தி. இயக்க விளைவுக் கோடு ஆகும்.

$$\text{வெட்டு முகத்தில் நிலைத்தூரம்} = DD_1$$
$$= BD_3 \times \frac{AD}{AB}$$
$$= BD \times \frac{AD}{AB}$$
$$= \frac{(l-x)\,x}{l}$$

இவ் வரை முறை படம் 7-4 (b)-ல் காட்டப்பட்டிருக்கின்றது.

7-5. தூலகங்களில் இயக்க விளைவுக் கோடுகள்

இடை தொலை அதிகமுள்ள நிலைகளில், பளு இயங்கும் தளங்களை உத்திரங்கள் தாங்குகின்றன; இந்த உத்திரங்கள், பெரிய உத்திரங்களான தூலங்களால் தாங்கப்படுகின்றன. தூலங்கள், தளங்களிலிருந்து பளுவின் விளைவை குறுக்கு உத்திரங்கள் (cross beams) மூலம் பெறுகின்றன. ஆகவே, குறுக்கு உத்திரங்கள் தூலங்களுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ள இணைப்புகள் மூலம்தான், தூலங்களில் வெளிப்பளுக்கள் இயங்குகின்றன.

எனவே, தூலங்கட்கு இயக்க விளைவுக் கோடுகள் வரையும்பொழுது, குறுக்கு உத்திரங்கள் மூலம் பளுக்கள் தூலங்களில் பெறப்படுவதை மனத்தில் கொண்டு வரையவேண்டும். இப் பிரிவுக் கூறில் இயற் போக்குத் தாங்கு தூலங்களின் தாங்குவிசை, வெட்டுவிசை, வளைவு திருப்புதிறன் ஆகியவற்றுக்கான இயக்க விளைவுக் கோடுகள் வரையும் முறை காண்போம்.

7-5·1: தாங்குவிசை இயக்க விளைவுக் கோடுகள்

படம் 7-5 (a)-ல் காண்பிக்கப்பட்டுள்ள இடைத்தொலை 'l' உள்ள தூலம் AB-ல் சம அளவு இடைவெளிகள் 'n' இருப்பதாகக் கொள்வோம்.

தாங்கு A-ன் தாங்கு விசைக்கு இயக்க விளைவுக் கோடு (i) முனைக்குறுக்கு உத்திரம் அமைக்கப்பட்டுள்ள தூலத்துக்கும் (ii) முனைக்குறுக்கு உத்திரம் அமைக்காமல் இறுதி இடை வெளித் தளம் நேரடியாகத் தாங்கிகளில் தாங்கப் பெற்றிருக்கும் தூலத் துக்கும் வரைவோம்.

(i) முனைக் குறுக்கு உத்திரம் உள்ள தூலம் (படம் 7-5b):

நகரும் அலகு பளு, தாங்கு A-யிலிருந்து 'z' தொலைவில் இருக்கட்டும் ($0 \leq Z \leq l$). அதாவது, இடைவெளி DE-ல் அலகு பளு D-யிலிருந்து a தூரத்தில் இயங்கட்டும் [(படம் 7-5 (a)].

$$\therefore \quad z = mp + a$$

$$\text{இதில்} \quad p = \frac{l}{n}$$

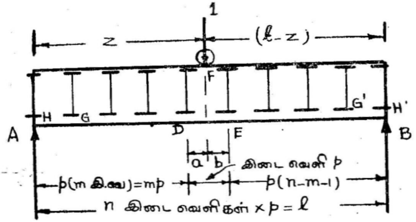
$$0 \leq m \leq n.$$

$$\begin{aligned}\therefore \quad (l-z) &= l - (mp + a)\\ &= np - mp - a\\ &= p(n-m-1) + (p-a)\\ &= p(n-m-1) + b\end{aligned}$$

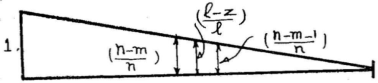
$$\left.\begin{array}{l}\text{தளத்திலிருந்து குறுக்கு உத்திரம்}\\ \text{மூலம் } D\text{-ல் தூலம் பெறும் பளு}\end{array}\right\} = \frac{b}{(a+b)} = \frac{b}{p}$$

$$\left.\begin{array}{l}\text{இதேபோல, } E\text{-ல் தூலம்}\\ \text{பெறும் பளு}\end{array}\right\} = \frac{a}{(a+b)} = \frac{a}{p}$$

$$\left.\begin{array}{l}\text{குறுக்கு உத்திரங்கள் மூலம் } D, E\\ \text{புள்ளிகளில் பெறப்பட்ட பளுக்}\\ \text{கள் } A\text{-ல் தரும் தாங்குவிசை}\end{array}\right\} = \frac{B\text{-ல் பெறப்படும் வி.பெ.ப.}}{\text{இடைத் தொலை}}$$



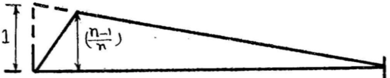
7.5(a)



தாங்கு விசை A ன் இ.வி கோ

(முனைக்குறுக்கு உத்திரம் உள்ள தூரம்)

7.5(b)



தாங்கு விசை A ன் இ.வி கோ

(முனைக்குறுக்கு உத்திரம் இல்லா தூரம்)

7.5(c)

படம் 7-5.
தாங்கு விசை இயக்க விளைவுக் கோடுகள்

$$= \frac{1}{l}\left\{\frac{b}{p}(n-m)\ p+\frac{a}{p}(n-m-1)p\right\}$$

$$= \frac{(a+b)(n-m)-a}{l}$$

$$- \frac{p\ (n-m-1) + b}{l}$$

$$= \frac{(l-z)}{l}$$

∴ A-யிலிருந்து z தூரத்தில் இயக்க விளைவுக் கோட்டில் நிலைத்தூரம் $\Big\} = \frac{(l-z)}{l}$

ஆகவே, தளத்திலிருந்து நேரடியாகப் பளுவைப் பெறும் இயற் போக்கு தாங்கு உத்திரம் போன்று, தூலத்தின் தாங்கி A-க்கு வரையப்படும் தாங்குவிசை இயக்க விளைவுக் கோடு மாறுபாடும், தாங்கு B-யிலிருந்து நிலைத்தூரம் கணக்கிடப்படும் வெட்டு முகத் துக்கு உள்ள தொலை விகிதத்தில் இருக்கும்; ஆகவே, B-ல் நிலைத் தூரம் சூன்யம்; A-யில் நிலைத்தூரம் 1. எனவே, மாறுபடும் கோட்டின் சாய்வு $\left(\frac{1}{l}\right)$. இயக்க விளைவுக் கோடு படம் 7-5 (b)-ல் காண்பிக்கப்பட்டுள்ளது.

(ii) முனைக்குறுக்கு உத்திரம் இல்லாத தூலம் (படம் 7-5 c):

சில கட்டுமானங்களில், தூல முனைகளில் குறுக்கு உத்திரம் [படம் 7-5 (a)-ல் H, H_1 போன்றவை] அமைக்காமல், இறுதி இடை வெளித்தளம் தூலமுனைப் பக்கம் நேரடியாக அணைவு (Abutment) அல்லது தூண்களில் (Pier) தாங்கப்பட்டிருக்கும். இம்மாதிரி கட டமைப்புகளில் இறுதி இடைவெளித் தளங்களில் ஒன்றான GH பகுதியிலிருந்து தூலத் தாங்கி A-க்குப் பெறப்படும் தாங்கு விசை முன் பிரிவுக்கூறு 7-5. (i)-ல் கருதப்பட்ட அமைப்பில் பெறுவதினும் குறைவு.

முன் பிரிவுக் கூறு 7-5 (i)-ல், A-யிலிருந்து z தூரத்தில் இயக்க விளைவுக் கோட்டில் நிலைத்தூரம் $\frac{(l-z)}{l}$ என்பது $p \lesssim Z \lesssim l$ பகுதிக்கு மட்டுமே பொருந்தும், அதாவது தூலத்தில் G முதல் B வரையுள்ள பகுதிக்கு, தாங்குவிசை A-க்கு இயக்க விளைவுக்கோடு முனைக்குறுக்கு உத்திரம் உள்ள தூலம் போன்று நேர்கோடாக, தாங்கு B-யிலிருந்து உள்ள தூரத்துக்கு நேர்விகிதத்தில், சாய்வு $\frac{1}{l}$ உடையதாக இருக்கும்.

முனை இடைவெளியான GH-ல் பளு தாங்கு A-யிலிருந்து C தொலைவில் இயங்குவதாகக் கொள்வோம். $(0 \leq c \leq p)$ H குறுக்கு உத்திரம் அமைப்பில் இல்லை; எனவே, குறுக்கு உத்திரம் G மூலம் மட்டுமே தூலம் பளு விளைவைப் பெறும்.

$$G \text{ மூலம் தூலம் பெறும் பளு} = 1 \times \frac{c}{p}$$

$$\therefore \quad A\text{-யிலிருந்து தாங்கு விசை} = \frac{c}{p} \quad \frac{(l-p)}{l}$$

$$= \frac{c}{p} \quad \frac{(n-1)}{n}$$

$$\therefore \quad \left.\begin{array}{l} A\text{-யிலிருந்து தொலை } C\text{-ல்} \\ \text{தாங்கு விசை நிலைத்தூரம்} \end{array}\right\} = \frac{c}{p} \quad \frac{(n-1)}{n}$$

ஆகவே, GH பகுதியில், தாங்கு A-ல் பெறப்படும் தாங்கு விசை இயக்க விளைவுக்கோடு மாறுபாடு ஒருபடிச் சமன்பாடு ஆகும்; நிலைத்தூர அளவு, A-யிலிருந்து உள்ள தூர அளவுக்கு நேர் விகிதமாகும். ஆகவே, A-ல் நிலைத்தூரம் சூன்யம்.

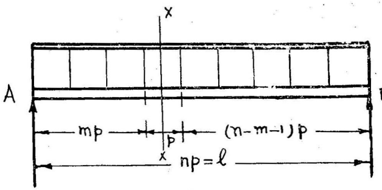
$$G\text{-ல் நிலைத்தூரம்} = \frac{p}{p} \quad \frac{(n-1)}{n} = \frac{(n-1)}{n}$$

படம் 7-5 (c)-ல் இடது தாங்கு விசைக்கான இயக்க விளைவுக் கோடு, முனை உத்திரம் இல்லாத தூலத்துக்கு வரையப்பட்டு உள்ளது.

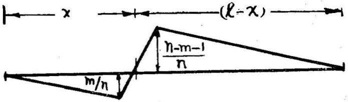
7-5-2. வெட்டுவிசை இயக்கவிளைவுக் கோடுகள்

படம் 7-6 (a)-ல் காட்டப்பட்டுள்ள தூலத்தின் DE இடை வெளிக்கு வெட்டுவிசை இயக்க விளைவுக்கோடு வரைவோம்.

DE இடைவெளியில் உள்ள எல்லா வெட்டு முகங்களிலும் வெட்டுவிசை அளவு சமமாகும்; ஏனெனில், வெளிப் பளுக்களின் விளைவு தூலத்தில் D, E போன்ற குறுக்கு உத்திரம் இணைக்கப் பட்டுள்ள இணைப்புகளில் மட்டுமே பெறப்படும். எனவே, வெட்டுவிசை இயக்க விளைவுக் கோடு, குறிப்பிட்ட வெட்டுமுகத் துக்கு வரையப்படாமல், குறிப்பிட்ட இடைவெளிக்கு வரையப் படுகிறது.



7-6(a)



7-6(b)

படம் 7-6.

7-6 (a) தூலம்,

7-6 (b) வெ. வி. இயக்க விளைவுக்கோடு

படம் 7-6 (a)-ல் காண்பித்துள்ளபடி

உத்திரங்களின் இடையே உள்ள வெளி $= p$

இடைவெளி எண்ணிக்கை $= n$

$\therefore$ இடைத்தொலை $l = np$

DE இடைவெளி, இடது தாங்கியிலிருந்து $(m+1)$ஆவது இடைவெளி எனக் கொள்வோம். இந்த இடைவெளிக்கு வெட்டு விசை இயக்கவிளைவுக் கோடு வரைவதை மூன்று உட்பிரிவு களாகக் கொண்டு வரைவோம். அதாவது, (i) AD பகுதியில் வெ. வி. இயக்க விளைவுக் கோடு, (ii) EB பகுதியில் வெ. வி. இ. வி. கோடு, (iii) DE பகுதியில் இ. வி. கோடு என்பவையாகும்.

(i) AD பகுதியில் இடை வெளி DE-க்கான வெ.வி. இ.வி. கோடு. அலகு பளு A-யிலிருந்து 'Z' தொலைவில் இருக்கட்டும். மேலும் $0 \lessgtr Z \lessgtr mp$ எனக் கொள்க.

$$R_B = \frac{z}{l}$$

$$\left.\begin{array}{r}DE \text{ இடைவெளியில்} \\ \text{வெட்டுவிசை}\end{array}\right\} = - R_B$$

$$= - \frac{z}{l}$$

$$\therefore \left.\begin{array}{l}\text{இடைவெளி } DE\text{-க்கான வெ. வி. இ. வி.} \\ \text{கோட்டில் நிலைத்தூரம் } A\text{-யிலிருந்து } Z \text{ தொலைவில்}\end{array}\right\} = - \frac{z}{l}$$

$A\,D$ பகுதியில் வெ.வி. இ. வி. கோட்டு மாறுபாடு ஒருபடித் தன்மையது. A-யில் நிலைத்தூரம் சூன்யம். D-யின் நிலைத்தூரம் $= \frac{-(AD)}{l} = \frac{-mp}{np} = -\frac{m}{n}$ ஆகும். கோட்டின் சாய்வு $\frac{-1}{l}$ ஆகும்.

(ii) EB பகுதியில், இடைவெளி DE-க்கான வெ.வி. இ.வி. கோடு. அலகு பளு A-யிலிருந்து Z தொலைவில் இருக்கட்டும்.

மேலும் $(m+1)\,p \leq Z \leq l$

(அல்லது) $(m+1)\,p \leq Z \leq np$ எனக் கொள்க.

$$R_A = \frac{(l-z)}{l}$$

$$DE \text{ இடைவெளியில் வெட்டு விசை} = \frac{(l-z)}{l}$$

$$\therefore \left.\begin{array}{l}\text{இடைவெளி } DE\text{-க்கான வெட்டுவிசை} \\ \text{இ.வி. கோட்டில் } A\text{-யிலிருந்து } Z \text{ தொலைவில்} \\ \text{நிலைத்தூரம்}\end{array}\right\} = \frac{(l-z)}{l}$$

EB பகுதியிலும் வெ.வி. இ. வி. கோட்டின் மாறுபாடு ஒருபடித் தன்மையது. B-ல் நிலைத்தூரம் சூன்யம். E-ல் நிலைத்தூரம் $= \frac{BE}{l} = \frac{(n-m-1)\,p}{np} = \frac{(n-m-1)}{n}$ ஆகும். கோட்டின் சாய்வு $\frac{1}{l}$ ஆகும்.

(iii) DE பகுதியில் இடைவெளி DE-க்கான வெ. வி. இ. வி. கோடு.

அலகு பளு DE பகுதியில், D-யிலிருந்து C தொலைவில் [E புள்ளியிலிருந்து $(p-c)$ தொலைவில்] இருக்கட்டும்.

குறுக்கு உத்திரம் D மூலம் தூலம் பெறும் பளு $= \dfrac{p-c}{p}$

இதேபோல, தூலம் E-ல் பெறும் பளு $= \dfrac{c}{p}$

D புள்ளியில் தூலம் பெறும் பளுவினால் இடைவெளி DE-ல் வெட்டுவிசை =

{பளு எண் மதிப்பு} {D-ல் வெ. வி. இ. வி. கோ. நிலைத்தூரம்}

$$= \left(\frac{p-c}{p}\right) \left(\frac{-m}{n}\right)$$

இதே போல, E புள்ளியில் தூலம் பெறும் பளுவினால் இடைவெளி DE-ல் வெட்டுவிசை $= \dfrac{c}{p} \quad \dfrac{(n-m-1)}{n}$

$\therefore$ இடை வெளி DE-ல் வெட்டுவிசை $= \left(\dfrac{p-c}{p}\right) \left(\dfrac{-m}{n}\right)$

$$+ \frac{c}{p} \quad \frac{(-n-m-1)}{n}$$

$$= \frac{c}{pn}(n-1) - \frac{m}{n}$$

இடைவெளி DE-க்கான வெட்டு விசை இ.வி. கோட்டில் D யிலிருந்து c தொலைவில் நிலைத் தூரம் $= \dfrac{c}{pn}(n-1)\dfrac{-m}{n}$

நிலைத்தூர மாறுபாடு ஒருபடித் தன்மையது. D-யில் நிலைத் தூரம் $\dfrac{-m}{n}$. புள்ளி E-ல் நிலைத்தூரம் $\left(\dfrac{n-1}{n} \quad \dfrac{-m}{n}\right)$ அதாவது $\dfrac{n-m-1}{n}$ ஆகும். ஆகவே DE பகுதியில், இடைவெளி DE-க் கான வெட்டுவிசை இயக்க விளைவுக் கோடு, பின் குறிப்பிட்டவாறு பெறலாம்;

குறுக்கு உத்திரம் இல்லாத, நேரடியாக தளத்திலிருந்து பளுவைப் பெறும் உத்திரம் போன்று கருதி புள்ளி D, புள்ளி E ஆகியவற்றிற்கு நிலைத்தூரம் கணக்கிட்டு, கிடைக்கும் இரண்டு நிலைத் தூரங்களையும் இணைத்தால் DE பகுதியில், இடைவெளி DE-க்கான வெ.வி. இ.வி. கோடு கிடைக்கும்.

வெட்டுவிசை இயக்க விளைவுக் கோடு வரைபடம் 7-6 (b)-ல் காண்பிக்கப்பட்டுள்ளது.

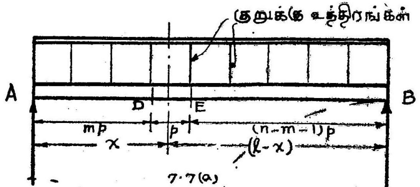
7-5. 3. வளைவு திருப்பு திறன் இயக்க விளைவுக் கோடுகள்

படம் 7-7 (a)-ல் காட்டப்பட்டுள்ள தூலத்தில் XX வெட்டு முகத்துக்கு வ.தி.தி இயக்க விளைவுக்கோடு வரைவோம். படம் 7-7 (a)-ல் காண்பிக்கப்பட்டுள்ளபடி

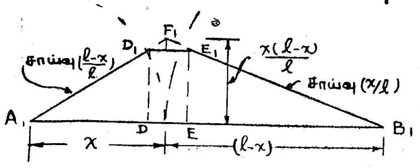
இடைவெளிகளின் எண்ணிக்கை..... n

உத்திரங்கள் இடையேயுள்ள தூரம்.. p

வெட்டுமுகம் 'XX' தாங்கி A-யிலிருந்து m இடை வெளிகளுக்கு அடுத்த $(m+1)$ஆவது இடைவெளியில் கருதப்பட்டுள்ளது.



7·7(a)



7·7(b)

படம் 7-7.
7-7 (a) தூலம்,
7-7 (b) வ. தி. தி. இயக்க விளைவுக் கோடு

XX வெட்டுமுக வ. தி. தி. இயக்க விளைவுக்கோடு கணக்கிடு வதை மூன்று உட்பிரிவுகளாகப் பிரிக்கலாம். அவையாவன: (i) AD பகுதியில் வ.தி.தி. இயக்க விளைவுக்கோடு, (ii) EB பகுதியில் வ.தி.தி. இயக்க விளைவுக் கோடு, (iii) DE பகுதியில் வ.தி.தி. இயக்க விளைவுக் கோடு என்பவையாகும்.

(i) AD பகுதியில் XX வெட்டுமுக வ.தி.தி. இயக்க விளைவுக் கோடு.

அலகு பளு A-யிலிருந்து Z தொலைவில் இருக்கட்டும்.

$$0 \leq Z \leq mp$$

$$XX\text{-ல் வ.தி.தி.} = R_B\,(l-x)$$

$$= \frac{z}{l}\,(l-x)$$

∴ A-யிலிருந்து Z தொலையில் 'XX' வெட்டுமுக வ. தி. தி. இ.வி.கோ. நிலைத் தூரம் $= \dfrac{z}{l}\,(l-x)$

AD பகுதியில் வ. தி. தி. இயக்க விளைவுக் கோட்டு வரைபடம் நேர்கோடு ஆகும். நேர்கோட்டின் சாய்வு $\dfrac{(l-x)}{l}$, நிலைத்தூரம் A-யிலிருந்து உள்ள தூரத்துக்கு நேர் விகிதம் ஆகும்.

எனவே A-ல் நிலைத்தூரம் சூன்யம்.

$$D\text{-ல் நிலைத்தூரம்} = mp\,\frac{(l-x)}{l}$$

$$= \frac{m}{n}\,(l-x)$$

(ii) EB பகுதியில் XX வெட்டுமுகத்துக்கு வ. தி. தி. இயக்க விளைவுக் கோடு.

அலகு பளு A-யிலிருந்து Z தொலைவில் BE பகுதியில் கருதுக.

$$(m+1)\,p \leq Z \leq np$$

$$\text{வ.தி.தி. XX-ல்} = R_A\,.\;x$$

$$= \frac{(l-z)}{l}\,x$$

∴ A-யிலிருந்து Z தொலைவில் (BE பகுதியில்), XX வெட்டுமுக வ. தி. தி. இயக்க விளைவுக் கோட்டு நிலைத்தூரம், $= \dfrac{(l-z)}{l}\,.\,x$

BE பகுதியிலும் XX வெட்டுமுக வ. தி. தி. இயக்க விளைவுக் கோட்டு வரைபடம் நேர்கோடு ஆகும். நேர்கோட்டின் சாய்வு $\frac{x}{l}$ ஆகும். நிலைத்தூரம் தாங்கு B-யிலிருந்து உள்ள தூரத்துக்கு நேர்விகிதம் ஆகும்.

எனவே, B-ல் நிலைத்தூரம் ... சூன்யம்

$$E\text{-ல் நிலைத்தூரம்} = (n-m-1)\,p\,.\,\frac{x}{l}$$

$$= \frac{(n-m-1)}{n}\,x$$

(iii) DE பகுதியில் XX வெட்டுமுகத்துக்கு வ. தி. தி. இயக்க விளைவுக் கோடு.

அலகு பளு D-யிலிருந்து C தொலைவில் DE பகுதியில் கருதுக. (E-யிலிருந்து தொலை $\overline{p-c}$ ஆகும்.)

$$\text{உத்திரம் } D \text{ மூலம் தூலம் பெறும் பளு} = \frac{(p-c)}{p}$$

$$\text{உத்திரம் } E \text{ மூலம் தூலம் பெறும் பளு} = \frac{c}{p}$$

$$XX\text{-ல் வ.தி.தி.} = \frac{(p-c)}{p}\;\frac{m}{n}(l-x) + \frac{c}{p}\;\frac{(n-m-1)}{x}\,x$$

$$= \frac{m}{n}(l-x) + \frac{c}{pn}(n-m-1+m)\;x - cm$$

$$= \frac{m}{n}(l-x) + \frac{c}{pn}(n-1)\;x - cm$$

DE பகுதியில் XX வெட்டுமுக வ. தி. தி. இயக்க விளைவுக்கோட்டு நிலைத்தூரம் (D-யிலிருந்து C தொலைவில்)

$$= \frac{m}{n}(l-x) + \frac{c}{pn}(n-1)\;x - cm$$

அதாவது, DE பகுதியிலும் XX வெட்டுமுக வ. தி. தி. இயக்க விளைவுக் கோட்டு வரைபடம் நேர்கோடு ஆகும்.

$$D\text{-ல் நிலைத்தூரம்} = \frac{m}{n}(l - x)$$

$$E\text{-ல் நிலைத்தூரம்} = \frac{m}{n}(l - x) + \frac{p}{pn}(n-1)\ x - pm$$

$$= (n - m - 1)\frac{x}{n}$$

ஆகவே, D, E–ல் பெறும் நிலைத்தூரங்களை நேர்கோட்டால் சேர்க்க, DE பகுதியில் வளைவு திருப்புதிறன் இயக்க விளைவுக் கோடு பெறலாம். படம் 7-7 (b)-ல் வெட்டுமுகம் XX-க்கு வ. தி. தி. இயக்க வளைவுக் கோடு காண்பிக்கப்பட்டுள்ளது.

வெட்டுமுகம் XX-க்கு வ. தி. தி. இயக்க விளைவுக்கோடு வரையும் முறை;

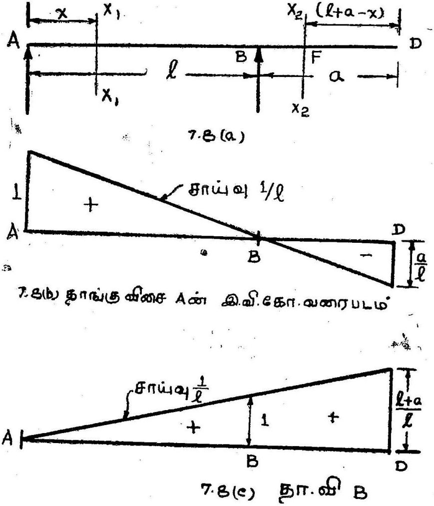
தரப்பட்டுள்ள உத்திரத்தைக், குறுக்கு உத்திரமில்லாத இயற் போக்கு தாங்கு உத்திரமாகக் கருதி, வெட்டுமுகம் XX-க்கு வ. தி. தி. இயக்க விளைவுக்கோடு வரைக. படம் 7·7 (b)-ல் காட்டப் பட்டுள்ள, $A_1\ F_1\ B_1$ ஆன இந்த இயக்க விளைவுக்கோட்டை ஆதாரக் கோடாகக்கொண்டு, குறுக்கு உத்திர நிலைகளான D, E ஆகிய இரண்டு புள்ளிகளிலும் செங்குத்துக் கோடுகள் வரைக; அவை ஆதாரக்கோட்டில் D_1, E_1 புள்ளிகளில் வெட்டட்டும். D, E, ஐச் சேர்க்க, கிடைக்கும் $A_1\ D_1\ E_1\ B_1$ வெட்டுமுகம் XX-க்கு வ. தி. தி. இயக்க விளைவுக் கோடு ஆகும்.

7-6. புறந்துருத்தி உத்திரம்

அடுத்தபடியாக, புறந்துருத்தி உத்திரத்தில் தாங்குவிசை, வெட்டுவிசை, வளைவு திருப்புதிறன் வரையும் விதம் காண்போம்.

படம் 7·8 (a)-ல் காண்பிக்கப்பட்டுள்ள வலது புறந்துருத்தி உத்திரம் AD, புள்ளிகள் A, B-க்களில் தாங்கப்பட்டிருக்கிறது. தாங்கிகட்கு இடையே இடைத்தொலை 'l'-ம், புறந்துருத்தி இடைத் தொலை a அளவும் கொண்டுள்ளது.

தாங்கு A, தாங்கு B ஒவ்வொன்றுக்கும் தாங்குவிசை இயக்க விளைவுக்கோடும், வெட்டுமுகம் X_1 X_1, வெட்டுமுகம் X_2 X_2 ஒவ்வொன்றுக்கும் வெட்டுவிசை இயக்க விளைவுக்கோடும், வளைவு திருப்புதிறன் இயக்க விளைவுக்கோடும் வரைவோம்.

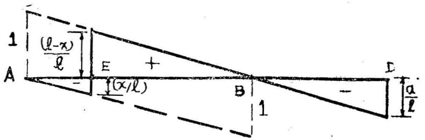


படம் 7-8.

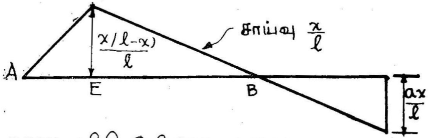
7-8 (a) இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திரம்,

7-8 (b) இயக்க விளைவுக்கோடு வரைபடம்,

7-8 (c) வ. தி. தி. இ. வ. கோடு வரைபடம்.



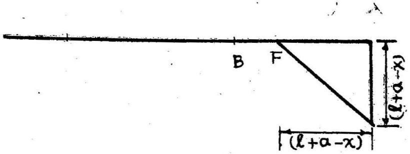
7·8(d) x x ல் வெ.விசை இ.வி.கோ.வரைபடம்



7·8(e) வ.தி.தி. இ.வி.கோ. வரைபடம்



7·8(f) F இல் வெ.வி.கோ. வரைபடம்



7·8(g) F இல் வ.தி.தி. இ.வி.கோ. வரைபடம்

படம் 7-8. (d-g) புறந்துருத்தி உத்திரத்தில் தாங்கு விசை, வெட்டு விசை, வளைவு திருப்புதிறன் இ. வி. கோடு வரை படம்.

(i) தாங்கு விசை A-க்கு இயக்க விளைவுக்கோடு. வரைபடம் 7·8 (b).

AB பகுதியில், இயக்க விளைவுக்கோடு 'l' இடைத்தொலை கொண்ட இயற்போக்கு தாங்கு உத்திரம் போன்றது.

A-ல் நிலைத்தூரம் ... 1

B-ல் நிலைத்தூரம் ... 0

இ. வி. கோட்டின் சாய்வு — $\frac{1}{l}$.

அடுத்து BD பகுதியில், அலகு பளு, தாங்கு Aயிலிருந்து $(l+z)$ தொலைவில் அதாவது, தாங்கு B-யிலிருந்து 'Z' தொலைவில் கருதுக.

$$R_A \cdot l + (1)\, z = 0$$

$$R_A = -\frac{z}{l}$$

ஆகவே, BD பகுதியில் தாங்கு விசை A-க்கு இயக்க விளைவுக் கோட்டு நிலைத்தூரம் B-யிலிருந்து Z தொலைவில் $\Big\} = -\frac{z}{l}$

ஆகவே, BD பகுதியிலும் தாங்குவிசை A-க்கு இயக்க விளைவுக் கோட்டு மாறுபாடு நேர் கோட்டுத் தன்மையது; கோட்டின் சாய்வும் $-\frac{1}{l}$ ஆகும்.

B-ல் நிலைத்தூரம் ... 0

D-ல் நிலைத்தூரம் ... $-\frac{a}{l}$.

எனவே, AB பகுதியில் பெறப்படும் இயக்க விளைவுக்கோட்டை BD பகுதியில் நீட்ட, BD பகுதியில் தாங்கு விசை A-க்கு இயக்க விளைவுக்கோடு பெறலாம்.

(ii) தாங்கு விசை B-க்கு இயக்க விளைவுக்கோடு வரைபடம் 7·8 (c).

தாங்கு விசை A-க்கு இயக்க விளைவுக்கோடு பெறப்பட்டது மாதிரி, தாங்குவிசை B-க்கும் முதலில் AB பகுதியில் 'l' இடைத்

தொலைகொண்ட இயற்போக்கு தாங்கு உத்திரம் போன்று இயக்க விளைவுக்கோடு தாங்குவிசை B-க்கு வரைந்து, அக் கோட்டை BD பகுதியிலும் நீட்ட, கருதப்படும் தாங்குவிசை B-க்கான இயக்க விளைவுக் கோடு பெறலாம்.

A-ல் நிலைத்தூரம்	...	சூன்யம்
B-ல் நிலைத்தூரம்	...	1
இ. வி. கோட்டின் சாய்வு		$\frac{1}{l}$
$\therefore$ D-ல் நிலைத்தூரம்		$\frac{l+a}{l}$.

தாங்கு விசை B-க்கு இயக்க விளைவுக் கோடு, வரைபடம் 7-8 (c)-ல் காண்பிக்கப்படுகிறது.

(iii) வெட்டுமுகம் $X_1 X_1$-க்கு வெட்டுவிசை இயக்க விளைவுக் கோடு.

வெட்டுமுகம் $X_1 X_1$ AB பகுதியில், தாங்கு A-யிலிருந்து x தொலைவில் எடுத்துக்கொள்ளப்பட்டிருக்கிறது. இது $0 \leq x \leq l$ பகுதிக்கான வகை மாதிரியாகும்.

AB பகுதியில் உள்ள வெட்டுமுகத்துக்கு வெட்டுவிசை இயக்க விளைவுக்கோடும், தாங்குவிசை A-க்கு இயக்க விளைவுக்கோடு பெற மேற்கொண்ட முறைபோன்று, AB பகுதியை இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திரமாகக் கருதி வெட்டுமுகம் $X_1 X_1$-க்கு வெட்டுவிசை இயக்க விளைவுக் கோடு AB பகுதியில் வரைந்து, AB பகுதியில் பெறப்படும் கோட்டை BD பகுதியிலும் நீட்டிப் பெறலாம். படம் 7·8 (d)-ல் இம் முறையில் வெட்டுவிசை இயக்க விளைவுக் கோடு, வெட்டுமுகம் $X_1 X_1$-க்கு போடப்பட்டிருக்கிறது.

வெட்டுமுகம் $X_1 X_1$-ல் எதிர் நிலைத்தூரம் அளவு $\frac{x}{l}$

வெட்டுமுகம் $X_1 X_1$-ல் நேர் நிலைத்தூரம் அளவு $\frac{(l - x)}{l}$

D-ல் எதிர் நிலைத்தூரம் அளவு $\frac{a}{l}$

(iv) வெட்டுமுகம் $X_1 X_1$-க்கு வளைவு திருப்புதிறன் இயக்க விளைவுக் கோடு.

முன் குறிப்பிட்டுள்ளபடி, வெட்டுமுகம் $X_1 X_1$, AB பகுதிக்கான, அதாவது, $0 \leq x \leq l$ பகுதிக்கான வகை மாதிரி வெட்டு முகம்.

தாங்குவிசை, வெட்டுவிசை இயக்க விளைவுக்கோடுகள் வரைந்த மாதிரியாக, AB பகுதியில் உள்ள வெட்டுமுகத்துக்கான வளைவு திருப்புதிறன் இயக்க விளைவுக்கோடும் பெறலாம். அதாவது, வெட்டுமுகம் $X_1 X_1$-க்கு வளைவு திருப்புதிறன், இயக்க விளைவுக்கோடு, AB பகுதியை இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திரமாகக் கருதி வரைந்து, அக் கோட்டை BD பகுதியிலும் நீட்ட வேண்டும். படம் 7-8 (c)-ல் வளைவு திருப்புதிறன் இயக்க விளைவுக் கோடு, வெட்டுமுகம் $X_1 X_1$-க்குப் போடப்பட்டுள்ளது.

வெட்டுமுகம் $X_1 X_1$-ல் நிலைத்தூரம்	$\dfrac{x(l-x)}{l}$
வெட்டுமுகத்துக்கு வலப்பக்க இயக்க வளைவுக்கோட்டுச் சாய்வு	$-\dfrac{x}{l}$.
புள்ளி D-ல் நிலைத்தூரம் ...	$-\dfrac{ax}{l}$.

(v) வெட்டுமுகம் $X_2 X_2$-க்கு, வெட்டுவிசை இயக்க விளைவுக் கோடு :

வெட்டுமுகம் $X_2 X_2$, புறந்துருத்திப் பகுதி BD-ல், A-யிலிருந்து x தொலைவில், அதாவது, D-யிலிருந்து $(l + a - x)$ தொலைவில் கருதப்பட்டிருக்கிறது. இது $(l \leq x \leq (l + a)$ பகுதிக்கான (புறந்துருத்திப் பகுதிக்கான) வகை மாதிரியாகும்.

(a) அலகு பளு $X_2 X_2$ வெட்டுமுகத்துக்கு இடது பக்கம் இயங்கட்டும்.

$X_2 X_2$-ல் வெட்டுவிசை = சூன்யம்.

ஆகவே, வெட்டுமுகம் $X_2 X_2$-க்கு இடப்பக்கம், இயக்க விளைவுக்கோட்டு நிலைத்தூரம் சூன்யம்.

(b) அலகு பளு X_2 X_2 வெட்டுமுகத்துக்கு வலது பக்கம் இயங்கட்டும்.

$X_2 X_2$-ல் வெட்டுவிசை = 1

பளு $X_2 X_2$ வெட்டுமுகத்துக்கு வலப்பக்கம், எந் நிலையில் இருந்தாலும் வெட்டுவிசை ஒன்று ஆகும்.

ஆகவே, வெட்டுமுகம் $X_2\ X_2$-க்கு வலப்பக்கம், இயக்க விளைவுக்கோடு அடிப்படைக்கோடு இணையாக, அலகு தூரத்தில் இருக்கும்.

படம் 7·8 (f)-ல் வெட்டுமுகம் $X_2\ X_2$-க்கு வெட்டுவிசை இயக்க விளைவுக்கோடு காட்டப்பட்டுள்ளது.

(vi) வெட்டுமுகம் $X_2\ X_2$-க்கு வளைவு திருப்புதிறன் இயக்க விளைவுக்கோடு.

முன் குறிப்பிட்டுள்ளபடி வெட்டுமுகம் $X_2\ X_2$, புறந்துருத்தி பகுதி BD-க்கான அதாவது $l \leq x \leq (l + a)$-க்கான வகை மாதிரியாகும்.

அலகு பளு $X_2\ X_2$-க்கு இடப்பாகம், இயக்க விளைவுக்கோட்டு நிலைத்தூரம் சூன்யம்.

அடுத்து, அலகு பளு $X_2\ X_2$ வெட்டுமுகத்துக்கு வலப்பக்கம் வெட்டுமுகத்திலிருந்து C தொலைவில் இயங்கட்டும்.

$X_2\ X_2$-ல் வளைவு திருப்புதிறன் $= C$.

ஆகவே, வெட்டுமுகம் X_2X_2-க்கு வலப்பக்கம், வெட்டுமுகத்திலிருந்து C தொலைவில் வ. தி. தி. இயக்க விளைவுக்கோடு நிலைத்தூரம் C ஆகும். எனவே, இயக்க விளைவுக்கோடு மாறுபாடு நேர் கோட்டுத்தன்மையது. நேர் கோட்டின் சாய்வு 1 ஆகும். ஆகவே வெட்டுமுகத்தில் நிலைத்தூரம் சூன்யம்.

புள்ளி D-ல் நிலைத்தூரம் $(l + a - x)$ ஆகும்.

படம் 7-8 (g) -ல் வெட்டுமுகம் $X_2\ X_2$-க்கு வளைவு திருப்புதிறன் இயக்க விளைவுக்கோடு காட்டப்பட்டுள்ளது.

7-7. இணை அமைவு உறுப்புகளின் விசைகட்கு இயக்க விளைவுக் கோடுகள்

இணை அமைவு உறுப்புகளில் இயங்கும் விசைகள் வெட்டுமுக முறையில் கணக்கிடும் விதம் பிரிவுக்கூறு 5-5-ல் விவரிக்கப் பட்டுள்ளது. எடுத்துக்காட்டாக இணை நாண் இணை அமைவு (Parallel chord truss) களில், நாண் உறுப்புகளில் (Chord members) விசை கணக்கிட, தகுந்த வெட்டுமுகம் மூலம் இணை அமைவைத் துண்டித்து, பெறப்படும் தனிப்பகுதியின் சம

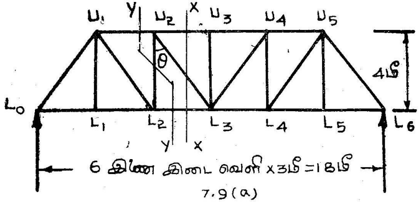
நிலையைக் கருத்திற்கொண்டு, சமநிலைச் சமன்பாடுகளான $\sum M = 0$ என்ற நிபந்தனையை வெட்டுமுகத்தால் துண்டிக்கப்படும். மற்ற உறுப்புகள் சந்திக்கும் புள்ளியில் விலக்கப் பெருக்கற்பலன் கணக்கிட்டு வரும்பலனை இணை அமைவின் உயரத்தால் வகுத்திட வேண்டும். இயக்க விளைவுக்கோடு வரைய, அமைப்பில் அலகு பளு மட்டுமே இருக்குமாதலால், தனிமத்திலுள்ள விசைகளுக்குக் கணக்கிடும் விலக்கப் பெருக்கல் பலன், கணக்கிடப்படும் புள்ளியில் பெறப்படும் வளைவு திருப்புதிறன் ஆகும். ஆகவே, நாண் உறுப்பு இயக்க விளைவுக்கோடு வரைய, விலக்கப் பெருக்கற்பலன் மையத்துக்கான வளைவு திருப்புதிறன் இயக்க விளைவுக்கோட்டு நிலைத்தூரங்களை இணை அமைவு உயரத்தால் வகுத்து வரையலாம்.

அதேபோல இடையிணைப்பு உறுப்புகளான (Web members) நிலைக்குத்துகள் (Verticals), மூலை விட்டங்கள். (Diagonals) ஆகிய உறுப்புகளில் விசைகள் சம்பந்தப்பட்ட இணை இடைவெளியின் வெட்டுவிசைக்குக் குறிப்பிட்ட விகிதங்களில் இருக்குமல்லவா? எனவே, இடையிணைப்பு உறுப்புகளுக்கு இயக்க விளைவுக்கோடு வரைய, சம்பந்தப்பட்ட இணை இடைவெளிக்கான வெட்டுவிசை இயக்க விளைவுக்கோட்டு நிலைத்தூரங்களைச் சம்பந்தப்பட்ட விகிதத்தால் பெருக்கி வரையலாம். மேலே சொல்லியுள்ளவற்றைப் பிரஅட் (Pratt) இணை அமைவு ஒன்றின் உறுப்புகள் விசைகட்கு இயக்க விளைவுக்கோடு வரைந்து விளக்குவோம். இணை அமைவுகளில் பளுக்கள் இணைப்புகளின் மூலம் பெறப்படுவதால், இயக்க விளைவுக்கோடுகள் பிரிவுக்கூறு 7-5-ல் தூலங்கட்கு வரையப்பட்டுள்ள மாதிரி கணக்கிட்டுப் பெறவேண்டும்.

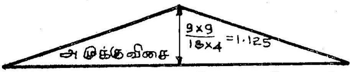
எடுத்துக்காட்டு 7-2.

படம் 7-9 (a)-ல் தரப்பட்டுள்ள, 18 மீட்டர் இடைத்தொலை, இயற்போக்குத் தாங்கு இணை அமைவில், மூன்றுவதுஇணை இடைவெளியில் உள்ள எல்லா உறுப்புகளிலும், அந்த இணை இடைவெளிக்கு இருபக்கமும் உள்ள நிலைக்குத்துகளிலும் பெறப்படும் விசைகளுக்கு இயக்க விளைவுக்கோடுகள் வரைக.

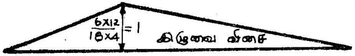
மூன்றுவது இணை இடைவெளியில் உள்ள மேல் நாண் வரை $U_2 U_3$, கீழ் நாண் வளர $L_2 L_3$, மூலைவிட்டம் $U_2 L_3$, நிலைக்குத்துகள் $U_2 U_2 U_3 L_3$ ஆகிய ஐந்து உறுப்புகளில் உள்ள விசைகட்கு இயக்க விளைவுக்கோடு வரைவோம்.



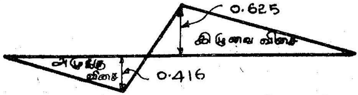
7.9(a)



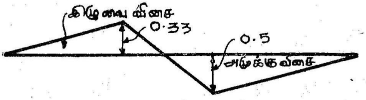
7.9(b) உறுப்பு U_2U_3ன் விசை இ.வி. கோடு



7.9(c) உறுப்பு L_2L_3ன் விசை இ.வி. கோடு



7.9(d) உறுப்பு U_2L_3ன் விசை இ.வி. கோடு



7.9(e) உறுப்பு U_2L_2ன் விசை இ.வி. கோடு

படம் 7–9.

இயற்போக்குத் தாங்கு அமைவில் இயக்க விளைவுக் கோடுகள்.

(i) மேல் நாண் வரை $U_2 U_3$-ன் விசைக்கு இயக்க விளைவுக் கோடு.

வெட்டுமுகம் XX. இணை அமைவை இரண்டாகப் பிரிக்கிறது. இடது பாகத்தின் சம நிலையைக் கருதுவோம் [படம் 7-9 (a)].

துண்டிக்கப்பட்டுள்ள பிற உறுப்புகளான $U_2 L_3$, $L_2 L_3$ சந்திக்கும் புள்ளியான L_3 ஐ விலக்கப் பெருக்கற்பலன் கணக்கிடும் மையமாகக் கொள்ளப்பட்டுள்ளது.

ஆகவே, புள்ளி L_3-க்கு வளைவு திருப்புதிறன் இயக்க விளைவுக் கோடு வரைந்து பெறப்படும் நிலைத்தூரங்களை இணை அமைவின் உயரத்தால் வகுக்கவேண்டும். வளைவு திருப்புதிறன் நேர் வளைவு திருப்புதிறன்; அதாவது இடது பாகத்தின் சமநிலையைக் கருதுவதால், வலஞ்சுழி திருப்புதிறன் பெறப்படும். இதைச் சமனுக்க, உறுப்பில் உள்ள விசை இடஞ்சுழி திருப்புதிறன் தரவேண்டும். எனவே, உறுப்பில் அமுக்கு விசை இயங்கும்.

இழுவை விசையை நேர் அடையாளமும், அமுக்கு விசையை எதிர் அடையாளமும் இட்டு உணர்த்துவோம்,

$$\therefore\ U_2 U_3 = -\frac{L_3\text{-ல் வ. தி. தி.}}{\text{இணை அமைவு உயரம்}}$$

L_3-க்கு, வளைவு திருப்புதிறன் இயக்க விளைவுக்கோடு முக்கோண வடிவமானது. L_3-ல் முகடு $\frac{(L_0 L_3)(L_3 L_6)}{L_0 L_6}$ அதாவது, $\frac{9 \times 9}{18}$ அளவு உள்ளதாக இருக்கும்.

ஆகவே, $U_2 U_3$-ன் விசைக்கு இயக்க விளைவுக்கோடு முக்கோண வடிவமாக, L_3-ல் முகடு $\frac{(L_0 L_3)(L_3 L_6)}{(L_0 L_6) h}$ அதாவது, $\frac{9 \times 9}{18 \times 4}$ அதாவது, $\frac{9}{8}$ அளவு உயரமுள்ளதாக இருக்கும். படம் 7-9 (b)-ல் $U_2 U_3$-ன் விசைக்கு இயக்க விளைவுக்கோடு வரைபடம் காண்பிக்கப்பட்டுள்ளது.

(ii) கீழ்நாண்வரை $L_2 L_3$-ன் விசைக்கு இயக்க விளைவுக்கோடு.

வெட்டு முகம் XX-க்கு இடதுபாக சமநிலையைக் கருதுவோம். $L_2 L_3$-ன் விசை தெரிந்திட, புள்ளி U_2 ஐ விலக்கப் பெருக்கல் மையமாகக் கொள்ளவேண்டும்.

$$L_2\,L_3\text{-ல் விசை} = \frac{U_2\text{-ல் வளைவு திருப்புதிறன்}}{\text{இணை அமைவு உயரம்}}$$

நேர் வளைவு திருப்புதிறன் உறுப்பில் இழுவை விசை தரும்.

U_2 அல்லது L_2-க்கு வளைவு திருப்புதிறன் இயக்க விளைவுக் கோடு, L_2 புள்ளியில் $\frac{(L_0\ L_2)\ (L_6)}{L_0\ L_6}$ அதாவது $\frac{6\times12}{18} = 4$ அளவு முகடுள்ள முக்கோணம்.

ஆகவே $L_2\,L_3$ விசைக்கு, இயக்க விளைவுக்கோடு, L_2 புள்ளியில் $\frac{L_2\text{-ல் வ. தி. தி. இ. வி, நிலைத்தூரம்}}{\text{இணை அமைவு உயரம்}} = \frac{4}{4} = 1$ அளவு முகடுள்ள முக்கோணம்.

$L_2\,L_3$-ன் விசைக்கு, இயக்க விளைவுக்கோடு படம் 7-9 (c)-ல் காண்பிக்கப்பட்டிருக்கிறது.

(iii) மூலைவிட்டம் $U_2\ L_3$-ன் விசைக்கு இயக்க விளைவுக் கோடு.

நிலைக்குத்து U_2, L_2-ன் மூலைவிட்டம் $U_2\,L_3$-க்கட் கிடை கோணம் $= \theta$

$$\sec\theta = \frac{U_2\ L_2}{U_3\ L_2}$$

$$= \frac{5}{4} = 1.25$$

XX வெட்டுமுகத்துக்கு இடதுபாகச் சமநிலையைக் கருதுக,

$$\Sigma\ V = 0.$$

$\therefore\ U_2\,L_3\cos\theta$ = மூன்றுவது இணை இடைவெளியில் வெட்டுவிசை

$$\therefore\ U_2\,L_3 = \frac{\text{மூன்றுவது இ. இ. வெட்டுவிசை}}{\cos\theta}$$

$$= (\text{மூன்றுவது இ.இ, வெட்டுவிசை})\ \sec\theta$$

மூன்றுவது இணை இடை வெளியில் வெட்டுவிசை, நேர் வெட்டு விசையாயின், $U_2\,L_3$-ல் விசை இழுவை விசையாகும் எதிர் வெட்டுவிசையாயின் $U_2\ L_3$-ல் விசை அமுக்கு விசையாகும்.

ஆகவே U_2 L_3-உள்ள விசைக்கு இயக்க விளைவுக்கோடு, மூன்ருவது இணை இடைவெளிக்கான வெட்டுவிசை இயக்க விளைவுக் கோட்டு நிலைத்தூரத்தை 1·25 ஆல் பெருக்கி நேர்வெட்டு விசைப் பகுதியில் இழுவை விசை எனவும் எதிர் வெட்டுவிசைப் பகுதியில் அமுக்குவிசை எனவும் குறித்துப் பெறலாம். படம் 7-9 (d)-ல் உறுப்பு L_2 U_3-க்கான இயக்க விளைவுக் கோடு காண்பிக்கப்பட்டுள்ளது.

(iv) நிலைக்குத்து U_2 L_2-க்கான இயக்க விளைவுக்கோடு வெட்டுமுகம் YY-க்கு, இடது பாகச் சமநிலை கருதுக.

$$\Sigma V = 0.$$

U_2 L_2-ல் விசை = மூன்ருவது இணை இடைவெளியில் வெட்டுவிசை

மூன்ருவது இணை இடைவெளியில் வெட்டுவிசை, நேர் வெட்டுவிசையாளுல், வெட்டுமுகம் YY-க்கு இடதுபாகச்சம நிலை கருத, U_2 L_2 அமுக்கு விசைக்கு உட்பட்டிருக்கும்; வெட்டுவிசை எதிர் வெட்டுவிசையாயின் U_2 L_2 இழுவை விசைக்குட்பட்டிருக்கும்;

ஆகவே U_2 L_2-க்கான இயக்க விளைவுக் கோடு வரைய, மூன்ருவது இணை இடை வெளிக்கான வெட்டுவிசை இயக்க விளைவுக் கோடுவரைந்து, நேர்வெட்டுவிசை, எதிர்வெட்டு விசைப் பகுதிகளில் முறையே அமுக்கு விசை (−), இழுவை விசை (+) என்ற விசைத் தன்மைகளையும் குறிக்க வேண்டும். படம் 7-9 (e)-ல் உறுப்பு U_2 L_2-க்கான இயக்க விளைவுக் கோடு வரையப்பட்டுள்ளது.

(v) நிலைக்குத்து U_3 L_3-க்கான இயக்க விளைவுக்கோடு இணைப்பு U_3-ன் சம நிலையைக் கருதுக.

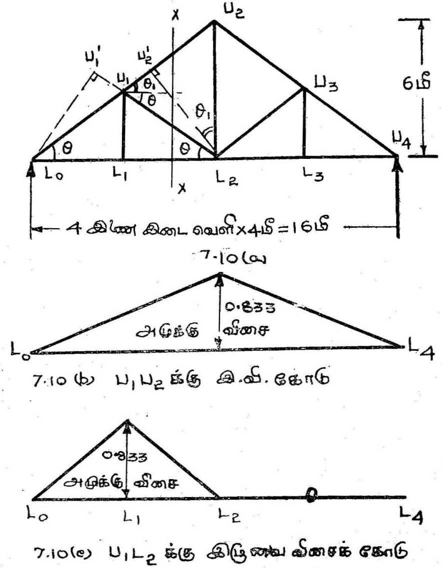
$$\Sigma V = 0$$

$$\therefore \quad U_3 L_3 = 0$$

ஆகவே U_3 L_3-க்கான இயக்க விளைவுக்கோட்டில் நிலைத்தூரம் இணை அமைவு முழுமையும் சூன்யம் ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 7-3.

படம் 7-10 (a)-ல் தரப்பட்டுள்ள இணை அமைவின் உறுப்புகள் $U_1 U_2$, $U_1 L_2$, $L_1 L_2$, $U_1 L_2$, $U_2 L_2$ ஆகியவற்றிற்கு விசை இயக்க விளைவுக் கோடுகள் வரைக. பளு கீழ் நாண் வரையில் சுமத்தப்படுவதாகக் கொள்க.



படம் 7-10 (a, b, c).

இணை அமைவின் உறுப்புகளுக்கு இயக்க விளைவுக் கோடுகள் வரைதல்

இணை அமைவு இடைத்தொலை = 16மீ.

உயரம் = 6 மீ.

$$\cos\theta = \frac{L_0 L_1}{L_0 U_1} = \frac{4}{5} = 0{\cdot}8$$

$$\sin\theta = \frac{L_1 U_1}{L_0 U_1} = \frac{3}{5} = 0{\cdot}6$$

உறுப்புகள் $U_1 U_2$, $U_1 L_2$, $L_1 L_1$ ஆகிய மூன்றையும் வெட்டும், வெட்டுமுகம் XX எடுத்துக்கொள்ளப்பட்டிருக்கிறது.

(i) உறுப்பு $U_1 U_2$-க்கு விசை இயக்க விளைவுக்கோடு.

உறுப்பு U_1 U_2-ல் விசைகாண வி. பெ. மையம் .....L_2. விலக்கப் பெருக்க மையம் L_2-விலிருந்து உறுப்பு $U_1 U_2$-க்கு செங்குத்துக் கோடு $L_2 U'_2$ வரைக.

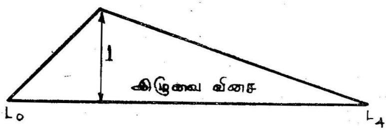
உறுப்பு $L_2 U_2$-க்கும் கோடு $L_1 U'_2$-க்கும் இடைக் கோணம் } $= \theta$

(∴ $L_2 U_2$-க்கு $\perp$ $L_0 L_2$; $L_2 U'_2$-க்கு $\perp$ $L_0 U_2$)

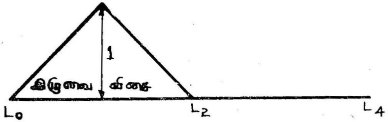
$$\therefore\ L_2 U'_2 = L_2 U_2 \cos\theta_1 = 6 \times 0{\cdot}8 = 4{\cdot}8 \text{ மீ.}$$

உறுப்பு $U_1 U_2$-ல் விசை $= \dfrac{L_2\text{-ல் வளைவு திருப்புதிறன்}}{L_2 U'_2} = \dfrac{L_2\text{-ல் வ. தி. தி}}{4.8}$

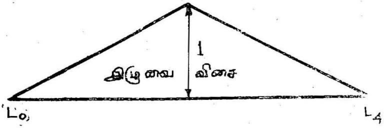
∴ உறுப்பு $U_1 U_2$-க்கு விசை இயக்க விளைவுக் கோடு வரைய, L_2-ல் வ.தி.தி. -க்கான இயக்க விளைவுக் கோட்டு நிலைத்தூரங்களை 4·8 ஆல் வகுத்துப் பெறவேண்டும்.



7·10(d) $L_1 L_2$ க்கு இ.வி. கோடு



7·10(e) $U_1 L_1$ க்கு இ.வி. கோடு



7·10(f) $U_2 L_2$ க்கு இ.வி. கோடு

படம் 7-10 (d-f).

இழுவை விசை இயக்க விளைவுக் கோடுகள்

L_2-ல் வளைவு திருப்புதிறனுக்கான இயக்க விளைவுக்கோடு, புள்ளி L_2-ல் $\frac{(L_0 L_2)(L_2 L_4)}{(L_0 L_4)}$ அதாவது $\frac{8 \times 8}{16} = 4$ அளவு முகடுள்ள முக்கோணம். ஆகவே, உறுப்பு $U_1 U_2$-க்கு விசை இயக்க விளைவுக்கோடு புள்ளி L_2-ல் $\frac{4}{4 \cdot 8} = 0 \cdot 833$ அளவு முகடு உள்ள முக்கோணம் ஆகும். XX-க்கு இடது பாக சமநிலை கருத, அலகு பளு, தாங்கு விசைகளால் வலஞ்சுழி திருப்புதிறன் பெறுவதை, உறுப்பு விசையிலிருந்து இடஞ்சுழி திருப்புதிறன் பெற்றுச் சமநிலை அடையவேண்டும். எனவே, உறுப்பில் விசை அமுக்கு

விசையாகும். படம் 7-10 (b)-ல் விசை இயக்கவிளைவுக்கோடு உறுப்பு $U_1 U_2$-க்கு வரையப்பட்டுள்ளது.

(ii) உறுப்பு $U_1 L_2$-க்கு விசை இயக்க விளைவுக்கோடு.
விலக்கப் பெருக்கற்பலன் மையம் ... L_0

உறுப்பு $U_1 L_2$-க்கு, $L_0 U_1$ என்ற செங்குத்துக்கோடு வரைக.

$$L_0 U_1^1 = L_0 \sin \theta$$
$$= 8 \times 0{\cdot}6$$
$$= 4{\cdot}8 \text{ மீ.}$$

XX வெட்டுமுகத்துக்கு இடப்பாக விசைகளின்

$$U_1 L_2\text{-ல் விசை} = \frac{L_0\text{-ல் பெறப்படும் வி. பெ. ப.}}{\text{செங்குத்துத்தூரம்}}$$

இணை அமைவுக்குப் பளுக்கள் இணைப்புகள் மூலமே பெறப்படுவதால், இணைப்புகள் ஒவ்வொன்ருக எடுத்துக்கொண்டு அலகு பளு இணைப்பில் இயங்கும் பொழுது பெறப்படும் விசை கணக்கிட்டு, அதிலிருந்து $U_1 L_2$-க்கு விசை இயக்க விளைவுக் கோடு வரைவோம்,

இணைப்புகளில் கணக்கீடு பட்டியல் படுத்தப்பட்டிருக்கிறது.

வரிசை எண்	அலகு பளு இயங்கும் இணைப்பு	L_0-ல் பெறப் படும் வலஞ்சுழி வி. பெ. ப.	$U_1 U_2$-ல் விசை எண் அளவு	விசைத் தன்மை	இயக்க விளைவுக் கோட்டில் நிலைத் தூரம்
1.	L_0	0	0	—	0
2.	L_1	4	0·833	அமுக்கு விசை	0'823
3.	L_2	0	0	—	0
4.	L_3	0	0	—	0
5.	L_4	0	0	—	0

உறுப்பு $U_1 L_2$-க்கு விசை இயக்க விளைவுக்கோடு வரைபடம் 7-10 (c)-ல் காண்பிக்கப்பட்டுள்ளது.

(iii) உறுப்பு $L_1 L_2$-க்கு விசை இயக்க விளைவுக்கோடு
விலக்கப் பெருக்கற்பலன் மையம் ... ... U_1

$$\text{உறுப்பு } L_1 L_2 \text{ விசை} = \frac{U_1\text{-ல் வளைவு திருப்புதிறன்}}{L_1 U_1}$$

$$= \frac{U_1\text{-ல் வ. தி. தி.}}{3}$$

வெட்டுமுகம் XX-க்கு இடதுபாகத் தனிமச் சமநிலை கருத, வளைவு திருப்புதிறன் வலஞ்சுழியாகும்; எனவே, இழுவை விசை இயங்கி இடஞ்சுழி திருப்புதிறன் தரவேண்டும்.

உறுப்பு $L_1 L_2$-க்கு விசை இயக்க விளைவுக்கோடு பெற, புள்ளி U_1 க்கு வ. தி. தி. இயக்க விளைவுக்கோடு கணக்கிட்டு, பெறப்படும் நிலைத்தூரங்களை 3 ஆல் வகுக்கவேண்டும்.

புள்ளி U_1-க்கு வ. தி. தி. இயக்க விளைவுக்கோடு, புள்ளி U_1-ல் $\frac{(L_0 L_2)(L_1 L_4)}{L_0 L_4}$ (அல்லது) $\frac{4 \times 12}{16} = 3$ அளவு முகடு உள்ள முக்கோணம் ஆகும். ஆகவே, உறுப்பு $L_1 L_2$-க்கான விசை இயக்க விளைவுக்கோடு படம் 7-10 (d)-ல் காட்டியுள்ளபடி புள்ளி U_1-ல் 1 $\left(\text{அதாவது } \frac{3}{3}\right)$ அளவு முகடு உள்ள முக்கோணம்.

(iv) உறுப்பு $U_1 L_1$-க்கு விசை இயக்க விளைவுக்கோடு.

உறுப்பு $U_1 L_1$-ல் விசை = இணைப்பு L_1-ல் பெறப்படும் பளு.

இணைப்பு L_1-ல் விசை பளு $L_0 L_1$, $L_1 L_2$ இடை வெளிகளில் இயங்கும்பொழுது பெறப்படும். இணைப்பு L_1-ல் பெறப்படும் விசைக்கு இயக்க விளைவுக்கோடு, $L_0 L_2$ மீது L_1-ல் முகடு அலகு அளவாகக்கொண்டு பெறப்படும் முக்கோணம் ஆகும்.

ஆகவே, உறுப்பு $U_1 L_1$-க்கு விசை இயக்க விளைவுக்கோடு, படம் 7·10 (e)-ல் காட்டப்பட்டுள்ளபடி $L_0 L_2$ மீதுள்ள முக்கோண

மாகும்; முகடு L_1-ல் அலகு அளவுள்ளது. விசைத் தன்மை இழுவை விசையாகும்.

(v) உறுப்பு $U_2 L_2$-க்கு விசை இயக்க விளைவுக்கோடு.

உறுப்பு $U_2 L_2$-ல் விசை இணைப்பு U_2-ன் சமநிலையைக் கொண்டு கணக்கிடுவோம்.

$$\Sigma F_X = 0.$$

$$U_2 U_1 \cos\theta - U_2 U_3 \cos\theta = 0$$

$U_2 U_1$, $U_2 U_3$ உறுப்புகளில் அமுக்கு விசை எனக்கொண்டு சமன்பாடு எழுதப்பட்டுள்ளது.

$$\because U_2 U_1 = U_2 U_3.$$

$$\Sigma F_Y = 0$$

உறுப்பு $U_2 L_2$-ல் இழுவை விசை எனக்கொள்க.

$$\therefore U_2 U_1 \sin\theta + U_2 U_3 \sin\theta - U_2 L_2 = 0.$$

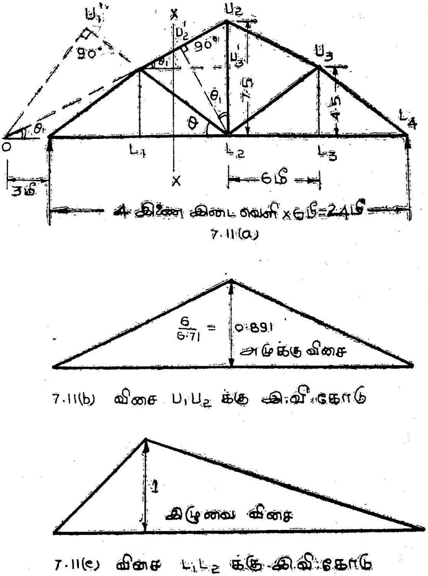
$$\therefore U_2 L_2 = 2\, U_2 U_1 \sin\theta$$

$$= 1{\cdot}2\, U_2 U_1.$$

எனவே, $U_2 L_2$ விசைத் தன்மை இழுவை ஆகும்; எண் அளவு $1{\cdot}2\, U_2 L_1$. ஆகவே, உறுப்பு $U_2 L_2$-க்கு விசை இயக்க விளைவுக் கோடு, உறுப்பு $U_2 U_1$-க்கான விசை இயக்க விளைவுக்கோட்டு நிலைத்தூரங்களை 1·2 ஆல் பெருக்கிப் பெறலாம். படம் 7·10 (f)-ல் $U_2 L_2$-க்கு விசை இயக்க விளைவுக்கோடு வரையப்பட்டுள்ளது.

எடுத்துக்காட்டு 7-4.

படம் 7·11 (*a*)-ல் தரப்பட்டுள்ள இணை அமைவின் உறுப்பு களில், $U_1 U_2$, $L_1 L_2$, $U_1 L_2$, $U_2 L_2$ $U_1 L_1$ ஆகியவற்றிற்கு விசை இயக்க விளைவுக்கோடு வரைந்து. இணை அமைவில், 6 டன் எடையுள்ள மூன்று செறிவு பளுக்கள் ஒன்றுக்கொன்று 6 மீ இடைவெளி உள்ளவை, இயங்கினல் நகரும் செறிவு பளுக்களால் உறுப்புகளில் பெறப்படும் பெருமவிசை கணக்கிடுக.

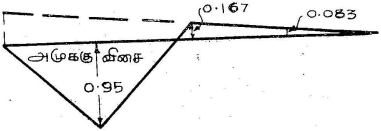


படம் 7-11.

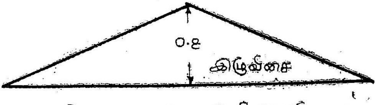
7-11 (a) இணை அமைவு

7-11 (b) விசை U_1 U_2-க்கு இயக்க விளைவுக் கோடு

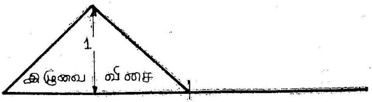
7-11 (c) விசை L_1 L_2-க்கு இயக்க விளைவுக் கோடு



7.11(d) விசை ப$_1$ட$_2$ க்கு இ.வி. கோடு



7.11(e) விசை ப$_2$ட$_2$ க்கு இ.வி. கோடு



7.11(f) விசை ட$_1$ட$_2$ க்கு இ.வி. கோடு

படம் 7-11.
படம் 7-11 (d-f) இயக்க விளைவுக்கோடுகள்

இணை அமைவு இடைத்தொலை = 4 × 6 = 24 மீ.

$$\sin\theta = \frac{L_1 U_1}{U_1 L_2} = \frac{4 \cdot 5}{7 \cdot 5}$$

$$= 0 \cdot 6$$

$$\cos\theta = \frac{L_1 L_2}{U_1 L_2} - 0 \cdot 8$$

$$\cos\theta_1 = \frac{U_1 U'_3}{U_1 U_2} = \frac{6}{3\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\sin\theta_1 = \frac{U_2 U'_3}{U_1 U_2} = \frac{3}{3\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\tan\theta_1 = \frac{1}{2}.$$

$U_1 U_2$-ம் $L_1 L_2$-ம் சந்திக்கும் புள்ளி 'O' எனக் குறிப்பிடப் பட்டுள்ளது.

$$\tan \theta_1 = \frac{1}{2} = \frac{L_2 U_2}{L_2 O}$$

$$\therefore \quad L_2 O = 2 L_2 U_2$$

$$= 15 \text{ மீ.}$$

$L_2 U_1$-க்கு 'O'-விலிருந்து ⊥ தூரம் $= O U'_1$

$$= (L_2 O) \sin \theta$$

$$= 15 \times 0{\cdot}6$$

$$= 9 \text{ மீ.}$$

$U_1 U_2$-க்கு 'L_2' விலிருந்து ⊥ தூரம் $= L_2 U_2'$

$$= L_2 U_2 \cos \theta_1$$

$$= 7{\cdot}5 \times \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$= 3\sqrt{5}$$

உறுப்புகள் $U_1 U_2$, $U_1 L_2$, $L_1 L_2$ ஆகியவற்றைத் துண்டிக்கும் வெட்டுமுகம் 'XX' எடுத்துக்கொண்டு, வெட்டுமுகத்துக்கு இடது பாகத்தின் சமநிலை கருதுக.

(i) உறுப்பு $U_1 U_2$-க்கு விசை இயக்க விளைவுக்கோடு.
விலக்கப் பெருக்கப் பலன் மையம்......L_2

$$\text{உறுப்பு } U_1 U_2\text{-ல் விசை} = \frac{L_2\text{-ல் வளைவு திருப்புத்திறன்}}{\text{செங்குத்துத் தூரம் } L_2 U'_2}$$

$$= \frac{L_2\text{-ல் வ. தி. தி.}}{3\sqrt{5}} = \frac{L_2\text{-ல் வ.தி.தி}}{6{\cdot}71}$$

எனவே, உறுப்பு $U_1 U_2$-க்கு விசை இயக்க விளைவுக் கோடு வரைந்திட, புள்ளி L_2-க்கு வளைவு திருப்புதிறன் இயக்க விளைவுக் கோடு வரைந்து, அதன் நிலைத்தூரங்களை 6·71 ஆல் வகுக்க வேண்டும். புள்ளி L_2-க்கு வளைவு திருப்புதிறன் இயக்க விளைவுக்கு,

L_2-ல் $\frac{(L_0\,L_2)\;\;(L_3\,L_4)}{L_0\,L_4} = \frac{12 \times 12}{24} = 6$ எண் அளவுள்ள முகட்டுடன் கூடிய $L_0\,L_4$ மீதுள்ள முக்கோணம். ஆகவே உறுப்பு $U_1\,L_2$-க்கு விசை இயக்க விளைவுக் கோடு.

$L_0\;L_4$ மீது புள்ளி L_2-ல் $\frac{6}{6{\cdot}71}$ முகடுள்ள முக்கோணம். விசைத் தன்மை அமுக்கு விசை. படம் 7·11 (b)-ல் விசை இயக்க விளைவுக் கோடு காண்பிக்கப்பட்டிருக்கிறது.

(ii) உறுப்பு $L_1\;L_2$-க்கு விசை இயக்க விளைவுக் கோடு.
வி. பெ. ப. மையம் ...... U_1

$$\text{உறுப்பு } L_1\;L_2\text{-ல் விசை} = \frac{U_1\text{-ல் வளைவு திருப்புதிறன்}}{U_1\;L_1}$$

$$= \frac{U_1\text{-ல் வ. தி. தி}}{4{\cdot}5}$$

U_1-க்கு வளைவு திருப்புதிறன் இயக்கவிளைவுக்கோடு $L_0\;L_4$ மீது பெறப்படும் முக்கோணம்; முகடு U_1 புள்ளியில், எண் அளவு $\frac{(L_0\,L_1)\;(L_1\,L_4)}{(L_0\,L_4)} = \frac{6 \times 18}{24} = 4{\cdot}5$ ஆகும்.

ஆகவே, உறுப்பு $L_1\;L_2$-க்கு விசை இயக்க விளைவுக் கோடும் $L_0\;L_4$ மீது, U_1 புள்ளியில் முகடு உள்ள முக்கோணம் ஆகும். ஆனல் முகடு எண் அளவு = 4·5/4·5 = 1 ஆகும். உறுப்பில் விசை இழுவை விசை ஆகும். படம் 7–11 (c)-ல் விசை இ. வி. கோடு வரையப்பட்டுள்ளது.

(iii) உறுப்பு $U_1\;L_2$-க்கு விசை இயக்க விளைவுக் கோடு.

விலக்கப் பெருக்கற் பலன் மையம், உறுப்புகள் $U_1\,U_2$, $L_1\,L_2$ ஆகிய இரண்டும் நீட்டப்பட்டுச் சந்திக்கும் புள்ளி 'O' ஆகும்.

$$\text{உறுப்பு } U_1\;L_2\text{-ல் விசை} = \frac{\text{'XX' வெட்டுமுகத்துக்கு இடப் பக்கத்தில் இயங்கும் விசைகள் புள்ளி 'O'-ல் தரும் வி. பெ. ப.}}{O\;U_1'}$$

$$= \frac{\text{புள்ளி 'O'-ல் வி. பெ. ப}}{9}$$

உறுப்பு $U_1 L_2$-க்கு விசை இயக்க விளைவுக் கோடு வரைய, அலகு பளு முறையே L_0, L_1, L_2, T_3, L_4 ஆகிய இணைப்புகளில் இயங்குவதாகக் கொண்டு, அந்தந்த இணைப்புகளின் நிலைகளில் நிலைத்தூரம் கணக்கிடுவோம். நிலைத்தூரம் கணக்கீடு, பட்டியல் படுத்திக் காண்பிக்கப்பட்டுள்ளது.

வரிசை எண்	அலகு பளு இயங்கும் இணைப்பு	'O'-ல் பெறப் படும் விலக்கப் பெருக்கல் பலன்	$U_1 L_2$ல் விசை எண் அளவு	விசைத் தன்மை	இயக்க விளைவுக் கோட்டில் நிலைத் தூரம்
1.	L_0	O	O	—	O
2.	L_1	வலஞ்சுழி 6·76	0·75	அமுக்கம்	$-0·75$
3.	L_2	இடஞ்சுழி 1·5	0·167	இழுவை	$+0·167$
4.	L_3	இடஞ்சுழி 0·75	0 083	இழுவை	$+0·083$
5	L_4	O	O	M	O

படம் 7-11 (d)-ல் உறுப்பு $U_1 L_2$-க்கு விசை இயக்க விளைவுக் கோடு வரையப்பட்டுள்ளது.

(iv) உறுப்பு $U_2 L_2$-க்கு விசை இயக்க விளைவுக் கோடு.

இணைப்பு U_2-ன் சமநிலையைக் கருதுவோம்.

உறுப்புகள் $U_1 L_2$, $L_2 L_3$ இரண்டும் அமுக்கு விசைக்கும், உறுப்பு $L_2 L_2$ இழுவை விசைக்கும் உட்பட்டிருப்பதாகக் கொள்வோம்.

(*a*) $\Sigma F_X = 0$

$$U_1 U_2 \cos \theta_0 - U_2 U_3 \cos \theta_1 = 0$$

$$\because \quad U_1 U_2 = U_2 U_3$$

(*b*) $\Sigma F_Y = 0$

$$U_1 U_3 \sin \theta_1 + U_2 U_4 \sin \theta_1 - U_2 L_2 = 0$$

$$\therefore \quad U_1 L_2 = 2 U_1 U_2 \sin \theta_1$$

$$= 2 \times \frac{3}{6·71} U_1 U_2$$

$$= 0·891 \; U_1 U_2$$

$U_1 U_2$-ல் அமுக்கு விசை என்பது $U_1 U_2$-க்கு விசை இயக்க விளைவுக்கோடு கணக்கிட்டபோது, பெறப்பட்டுள்ளது. ஆகவே, $U_2 L_2$-ல் விசைத்தன்மை இழுவை ஆகும்.

$U_2 L_2$-க்கு விசை இயக்க விளைவுக்கோடு, உறுப்பு $U_1 U_2$-க்கு விசை இயக்க விளைவுக்கோடு நிலைத்தூரங்களை 0·891ஆல்பெருக்கிப் பெறப்படும். ஆகவே, U_2 புள்ளியில் (0 891 × 0·891) அதாவது' 0 8 அளவு முகடு உள்ள $L_0 U_4$ மீது பெறப்படும் முக்கோணம் விசைத்தன்மை இழுவையாகும். படம் 7·11 (e)-ல் உறுப்பு U_2L_2-க்கு விசை இ. வி. கோடு வரையப்பட்டுள்ளது'

(v) உறுப்பு $L_1 U_1$-க்கு விசை இயக்க விளைவுக்கோடு.

உறுப்பு $L_1 U_1$-ல் விசை = இணைப்பு L_1-ல் வரும் பளு.

ஆகவே, உறுப்பு $L_1 U_1$-க்கு விசை இயக்க விளைவுக்கோடு, இணைப்பு L_1-ல் அலகு அளவை முகடாகக்கொண்டு $L_0 L_2$ ஐ அடிப் பாகமாகக் கொண்டுள்ள முக்கோணம். விசைத் தன்மை இழுவை படம் 7-11 (f)-ல் விசை இ. வி. கோடு காண்பிக்கப்பட்டுள்ளது.

(vi) நகரும் செறிவு பளுக்களால், உறுப்புகளில் பெருமவிசை.

(a) உறுப்பு $U_1 L_2$-ல் பெரும விசை:

உறுப்பு $U_1 U_2$-க்கான விசை இயக்க விளைவுக்கோட்டுப் படம் 7-11 (b)-யிலிருந்து செறிவு பளுக்கள் L_1, L_2, L_3-ல் இயங்கும் பொழுது $U_1 U_2$-ல் விசை பெருமம் என்பது தெளிவு.

∴ $U_1 U_2$-ல் பெரும விசை $= 2 \times \frac{0·891}{2} \times 6 + 0·891 \times 6$

$= 10·69$ டன் (அமுக்கு விசை)

(b) உறுப்பு $L_1 L_2$-ல் பெரும விசை ;

உறுப்பு $L_1 L_2$-க்கான விசை இயக்க விளைவுக் கோட்டுப் படம் 7-11 (c)-யிலிருந்து, பெரும விசை பெற செறிவு பளுக்கள் $L_1, L_2 L_3$-ல் இயங்கவேண்டும் என்பது பெறப்படும்.

உறுப்பு $L_1 L_2$-ல் பெரும விசை $= 6 \times 1 + 6 \frac{2}{3} + 6 \times \frac{1}{3}$

$= 12$ டன் (இழுவை விசை).

(c) உறுப்பு $U_1 L_2$-ல் பெரும விசை. [(படம் 7·11 (d).] பெரும அமுக்கு விசை:

செறிவு பளுக்கள் L_0, L_1 இணைப்புகளில் இயங்கும்பொழுது பெருமம்.

பெரும அமுக்குவிசை = 6 × 0·75.
= 4·5 டன்.

பெரும இழுவை விசை, செறிவு பளுக்கள் L_2, L_3 L_4 இணைப்புகளில் இயங்கும்பொழுது பெருமம்.

பெரும இழுவை விசை = (6 × 0·167) + (6 × 0·083)
= 1·5 டன்.

(d) உறுப்பு $U_2 L_2$-ல் பெரும விசை [படம் 7-11 (e)]:
செறிவு பளுக்கள் L_1, L_2, L_3 இணைப்புகளில் இயங்கும்,

$$\text{பெரும விசை} = \left(6 \times \frac{0{\cdot}8}{2}\right) + (6 \times 0{\cdot}8 + \left(6 \times \frac{0{\cdot}8}{2}\right)$$

= 9·6 டன் (இழுவை விசை)

(e) உறுப்பு $L_1 L_2$-ல் பெரும விசை [படம் 7-11 (f)];
செறிவு பளுக்க்ள் L_0, L_1 இணைப்புகள்,
அல்லது L_0, L_1, L_2 இணைப்புகள்.
அல்லது L_1, L_2, L_3 இணைப்புகள்

இவற்றில் ஏதாவது ஒரு நிலையில் இயங்கட்டும்.
பெரும விசை = 6 × 1
= 6 டன் (இழுவை விசை).

7-8. கற்பிதப் பெயர்ச்சித் தத்துவம் (Principle of Virtual displacement)

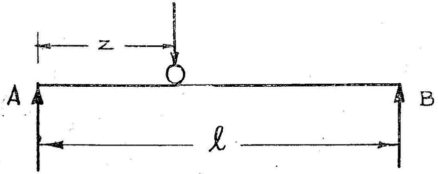
கற்பிதப் பெயற்சித் தத்துவம், இயக்க விளைவுக்கோடுகள் எளிதாக வரையப் பயன்படும்.

இத் தத்துவப்படி ஒரு பொருள் பெயற்சி அடையும்போது அதன் மீது இயங்கும் விசைகள் செய்யும் செயல் ஆற்றல், அப்

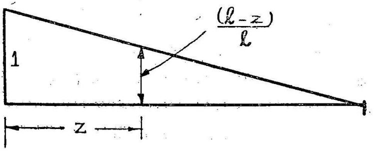
பொருளின் மீது தொகு விசையால் செய்யப்படும் செயல் ஆற்றலுக்குச் சமம் என்பதாகும்.

சமநிலையில் உள்ளபொழுது அமைப்பில் தொகுவிசை சூன்யம்; ஆகவே, சமநிலையில் உள்ள அமைப்பு சிறிது பெயர்ச்சி அடைந்தால், அமைப்பில் இயங்கும் பளுக்கள், தாங்கு விசைகள் ஆகியவற்றால் செய்யப்படும் செயலாற்றலின் மொத்த அளவு சூன்யம் ஆகும். இதைக் 'கற்பிதப் பெயற்சித் தத்துவம்' என்பார்கள்.

கற்பிதப் பெயற்சித் தத்துவத்தைப் பயன்படுத்தி இயக்க விளைவுக் கோடுகள் வரையும் வகையை, இயற்போக்குத்தாங்கு உத்திரத்தின் தாங்குவிசை இயக்க விளைவுக்கோடு மூலம் விளக்குவோம்.



படம் 7.12 (a)



படம் 7.12 (b)

படம் 7-12.
7-12 (a) இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திரம்
7-12 (b) இயக்க விளைவுக் கோடுகள்

இடது தாங்கியிலிருந்து Z தூரத்தில் இயக்க விளைவுக் கோட்டில் நிலைத்தூரம் கணக்கிடுவோம் ஆகவே, அலகு பளு இடது தாங்கியிலிருந்து Z தூரத்தில் கருதவேண்டும்.

இடது தாங்கி, தாங்குவிசை இயங்கு திசையில் கற்பிதப் பெயர்ச்சி 'k' அளவு அடைவதாகக் கொள்வோம்

$$\therefore \left.\begin{array}{l}\text{அலகு பளு இயங்கும்}\\ \text{புள்ளி அடையும் பெயர்ச்சி}\end{array}\right\} = k\ \frac{(l - z)}{l}$$

$$\left.\begin{array}{l}\text{கற்பிதப் பெயர்ச்சியின்}\\ \text{போது மொத்த வேலை}\end{array}\right\} = R_A\ k - 1 \times k\ \frac{(l - z)}{l}$$

$$= 0$$

$$\because\ R_A = \frac{(l - z)}{l}\ .$$

எனவே, இயக்க விளைவுக்கோட்டில் இருக்கவேண்டிய நிலைத்தூரம் $\frac{(l - z)}{l}$; ஆனால் கற்பிதப் பெயர்ச்சியில் பெற்றதூரம் $k\ \frac{(l - z)}{l}$. இதிலிருந்து தாங்குவிசை திசையில் கற்பிதப் பெயர்ச்சி 'k' அளவு கொடுத்ததற்குப் பதிலாக அலகு அளவு கொடுத்தால், பெறப்படுவது தேவையான இயக்க விளைவுக்கோடு ஆகும்.

இம் முறையில் வெட்டுவிசை, வளைவு திருப்புதிறன் முதலியன எல்லாவற்றிற்கும் இயக்க விளைவுக்கோடு வரையலாம். இதைப் பயன்படுத்திக் கூட்டு இணைப்பு உத்திரங்கட்குப் பிரிவுக் கூறு 8-5-ல் இயக்க விளைவுக் கோடுகள் வரையப்பட்டுள்ளது.

பயிற்சி

7-1. இயக்க விளைவுக் கோடு என்றால் என்ன ? இயக்க விளைவுக் கோடுகள் மூலம் நகரும் சீரான பரவலான பளுவின் விளைவைக் கணக்கிடுவது எவ்வாறு ? எடுத்துக்காட்டு மூலம் விளக்குக.

7-2. 10 மீட்டர் இடைத்தொலை இயற்போக்கு உத்திர மையப் புள்ளிக்கு வெட்டுவிசை, வளைவு திருப்புதிறன், இயக்க விளைவுக்கோடுகள் வரைந்து

(1) சீரான நகரும் பளு 4 மீ. நீளம், மீட்டருக்கு 2 டன் அழுத்தம் உள்ளது. நகரும்பொழுது பெரும வெட்டு விசை, பெரும வளைவு திருப்புதிறன் காண்,

(ii) 10 டன் எடை செறிவு நகரும் பளு தரும் பெரும வெட்டுவிசை, பெரும வளைவு திருப்புதிறன் கணக்கிடுக.

7-3. ஒரு புறந்துருத்தி உத்திரத்தில், தாங்கிகட்கு இடையே உள்ள தொலை 10 மீ. புறந்துருத்திகள் அளவு இடது தாங்கி இடப்பக்கம் 2 மீ. வலது தாங்கிக்கு வலப் பக்கம் 3 மீ. (i) இடது தாங்கு விசைக்கு இயக்க விளைவுக் கோடு வரைக (ii) வலது தாங்கியில் வளைவு திருப்புதிறனுக்கு இயக்க விளைவுக்கோடு வரைக.

7-4. படம் 7.9 (a)-ல் உள்ள இணை அமைவின் கீழ்க் குறிப்பிடப் பட்டுள்ள உறுப்புகட்கு இயக்க விசைக்கோடுகள் வரைக.

(i) $U_1 U_2$ (ii) $L_4 L_5$ (iii) $L_0 L_1$

(iv) $L_4 L_5$ (v) $L_0 U_1$

8. கூட்டு இணைப்பு உத்திரங்கள், கட்டுமானங்கள்

(Compound Beams and Frames)

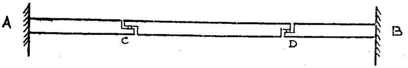
8-1. கூட்டு இணைப்பு உத்திரங்கள்

நிலையியல்படி தீர்வு தேரப்பெறாத உத்திரங்களான முட்டுக் கொடுக்கப்பட்ட உத்திரங்கள் (Propped beams), நிலைத்தாங்கி உத்திரங்கள் (Fixed beams), தொடர் உத்திரங்கள் (Continuous beams) போன்றனவற்றின் பகுப்பாய்வு முறை முன் அத்தியாயம் 4-ல் விளக்கப்பட்டுள்ளது. மேலே சொல்லப்பட்டிருக்கின்ற அமைப்புகளில் தாங்கு விசைகளின் எண்ணிக்கை, பயன்படத் தக்க நிலையியல் சமநிலைச் சமன்பாடுகளின் எண்ணிக்கையைவிட அதிகம்; ஆகவே அந்த அமைப்புகளில் தாங்குவிசைகள், உள் விசைகள் கணக்கிட்டுப் பகுப்பாய, பளுக்களின் இயக்க விளைவால் அமைப்பில் தாங்கிகள், உறுப்பு இணைப்புகள் முதலியவற்றின் அமைப்புக்கு ஏற்ப பெறப்படும் தொய்வு, சாய்வு போன்ற திரிபு அளவுகளைக்கொண்டு மேலும் தேவையான சமன்பாடுகளை அமைக்கிறோம் அல்லவா? ஆனால் கூட்டு இணைப்பு உத்திரங்களில் தாங்கு விசைகள் கணக்கிட, பயன்படத்தக்க நிலையியல் சமநிலைச் சமன்பாடுகளுடன், மேலும் தேவைப்படும் சமன்பாடுகள் கூட்டு இணைப்பு உத்திர இணைப்புகள், பொருத்துகள் முதலியவற்றின் சிறப்புக் கட்டமைப்புகளைப் பொறுத்து அமைக்கப்படும்.

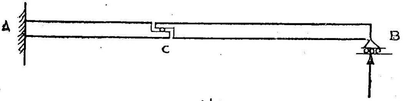
படம் 8-1-ல் கூட்டு இணைப்பு உத்திரங்கள் சில காண்பிக்கப் பட்டுள்ளன. படம் 8-1 (*a*)-ல் C, D வெட்டுமுகங்களில் சுழல்முனைக் கட்டமைப்புடன் கூடிய நிலைத்தாங்கி உத்திரம் $ABCD$ காட்டப் பட்டிருக்கிறது; இவ் உத்திரத்திற்கு, நிலைத்தாங்கிகளில் V_A, M_A, V_D, M_D ஆகிய நான்கு தாங்குவிசைகள் கணக்கிடவேண்டும். பயன்படத்தக்க நிலையியல் சமநிலைச் சமன்பாடுகளான $\sum F_Y = 0$, $\sum M = 0$ என்பனவற்றிலிருந்து, இரண்டு சமன்பாடுகள் பெற

லாம். மேலும் தேவைப்படும் இரண்டு சமன்பாடுகள், உத்திரம் C, D வெட்டுமுகங்களில் சுழல்முனைப் பொருத்துகளால் பொருத்தப்பட்டிருப்பதால், C-ல் வளைவு திருப்புதிறன் சூன்யம் என்பதிலிருந்தும், D-ல் வளைவு திருப்பதிறன் சூன்யம் என்பதிலிருந்தும் அமைக்கலாம். எனவே, கணக்கிடவேண்டிய தாங்கு விசைக் கூறுகள் நான்கும் நிலையியல்படி தீர்வு பெறலாம்.

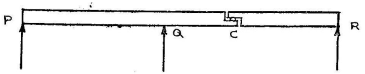
மேலே குறிப்பிடப்பட்டுள்ள சுழல் முனைப் பொருத்தைப் பற்றி விளக்கமாகத் தெரிந்துகொள்வது கூட்டு இணைப்பு உத்திரங்களைப் பற்றி நன்கு விளங்கிக் கொள்ள உதவும். உத்திரங்கள் போன்ற



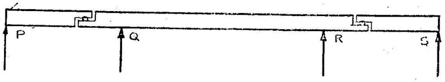
8·1 (a)



8·1 (b)



8·1 (c)



8·1 (d)

படம் 8-1.

8-1 (a) நிலைத்தாங்கி உத்திரம்

8 1 (b) பிடிமான சுவை உத்திரம்

8-1 (c) இடைத்தொலை தொடர் உத்திரம்

8-1 (d) இடைத்தொலை தொடர் உத்திரம்

எல்லா அமைப்பு உறுப்புகளும். அவற்றின் எல்லா வெட்டுமுகங்களிலும் நேர்விசை, வெட்டுவிசை, வளைவு திருப்புதிறன் போன்ற எல்லாவித விசைகளையும் தாங்கும் ஆற்றல் உடையனவாக இருக்கும். வெட்டுமுகங்களில் சிறப்புக் கட்டமைப்பு மூலம் அவ் வெட்டுமுகம் வெட்டுவிசை தாங்கும் ஆற்றலையோ, வளைவு திருப்பு திறன் தாங்கும் ஆற்றலையோ இழக்கும்படி அமைக்கலாம். எடுத்துக்காட்டாக நிலைத்தாங்கி உத்திரம் ஏதாவது ஒரு வெட்டு முகத்தில், வெட்டுமுகத்தின் இரண்டு பக்கமும் உள்ள பகுதிகளுக்கு இடையே தொடர்பு ஏதுமே இல்லாதபடி துண்டிக்கப்பட்டால், அவ்வெட்டுமுகம் உள் விசைகள் எதையுமே தாங்கும் ஆற்றல் இல்லாது, இரண்டு தனித்தனியான பிடிமான கவை உத்திரங்களாக இயங்குமல்லவா? இவ்வாறு உள்ள வெட்டுமுகம் சுழல் முனைப் பொருத்தால் இணைக்கப்பட்டால் நேர்விசை, வெட்டுவிசை ஆகிய உள்விசைகளை இவ்வெட்டுமுகம் தாங்கும்; ஆனால், வளைவு திருப்புதிறனை எதிர்த்துத் தாங்கும் ஆற்றல் கிடையாது. இவ்விதப் பொருத்துகளில் வளைவு திருப்புதிறன் சூன்யம் ஆகும்.

படம் 8-1 (b)-ல் C வெட்டுமுகத்தில் சுழல் முனைப் பொருத்துள்ள முட்டுக்கொடுக்கப்பட்ட பிடிமான கவை உத்திரமும், படம் 8-1 (c-ல் C வெட்டுமுகத்தில் சுழல்முனைப் பொருத்துள்ள இரண்டு இடைதொலை தொடர் உத்திரமும், படம் 8-1 (d)-ல் C, D வெட்டுமுகங்களில் சுழல்முனைப் பொருத்துகளாலான மூன்று இடைத் தொலை தொடர் உத்திரமும் காட்டப்பட்டுள்ளன. இவற்றில் தாங்குவிசைகள், உள் விசைகள் முதலியன நிலையியல்படி தீர்வு பெறலாம் என்பது தெளிவாக அறியலாம்.

8-2. சரிசமநிலை (Balanced) கவை உத்திரங்கள்

கூட்டு இணைப்பு உத்திரங்களுள், சரி சமநிலை கவை உத்திரங்கள் நெடுஞ்சாலைப் பாலங்களில் வெகுவாகக் மேற்கொள்ளப்பட்டுள்ளது. படம் 8-2-ல் சரிசமநிலை கவை பாலங்களில் மேற்கொள்ளப்படும் அமைப்பு ஏற்பாடுகளுள் இரண்டை விளக்க அடுத்தடுத்திருக்கும் மூன்று இடை தொலைகள் (Three spans) காட்டப்பட்டுள்ளது.

படம் 8-2-ல் காட்டப்பட்டுள்ள உத்திரங்கள், மற்றும் பிற சரிசமநிலை கவை உத்திரங்கள் இயற்போக்குத் தாங்கி உத்திரங்களில் உள்ள அனுகூலங்களையும், தொடர் இணைப்பு உத்திரங்கள், நிலைத் தாங்கு உத்திரங்கள் ஆகியவற்றில் பெறப்படும் அனுகூலங்களையும் ஒருங்கே பெற்றுள்ளன. தொடர் உத்திரங்கள் போன்று இவற்றிலும் வளைவு திருப்புதிறன், அதே அவைவு இடைத் தொலை

அதே போன்ற பளு அளவுகட்கு உட்பட்டுள்ள இயற்போக்குக் தாங்கு உத்திரங்கள் போல இவற்றிலும் தாங்கிகள் உட்காருவ தால் (Sinking of supports) அல்லது தாங்கிகளின் நிலை ஒன்றுத்



8·2(a)



8·2(b)

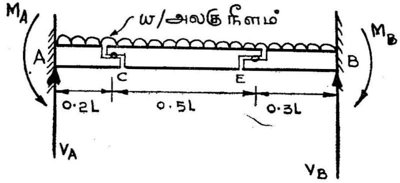
படம் 8·2.
கூட்டு இணைப்பு உத்திரங்கள்

கொன்று இயக்க விளைவால் மாறுபாடுவதால் வெட்டுவிசை, வளைவு திருப்புதிறன் ஆகிய உள்விசைகள் ஏற்படுவதில்லை. படம் 8-2-ல் காட்டப்பட்டுள்ள உத்திரங்களில், சுழல்முனைகட்கு இடையேயுள்ள தொங்கு இடைத் தொலைவுகளில், இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திரம் போன்று வெட்டுவிசை, வளைவு திருப்புத்திறன், கணக்கிடலாம்; மேலும், புறந்துருத்தி முனைகள் தொடர் உத்தி ரத்திலிருந்து பெறும் செறிவு பளுவை, தொடர் உத்திரத்தை இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திரம்போன்று கருதித் தாங்கு விசைகள் கணக்கிட்டுப் பெறலாம் பிரதான இடைத் தொலைகள், அவற்றின் தொடர் ஆன புறந்துருத்திக் கவை உத்திரங்கள் ஆகியவற்றை இருபக்கப் புறந்துருத்தி உத்திரமாகக் கொண்டு பகுப்பாய்வு செய்து உள்விசைகள் முதலியன பெறலாம்; பிரதான இடைத் தொலைகள், அவற்றின் தொடர் ஆன புறந்துருத்திகளில் அவற்றின்மீது இயங்கும் பளுக்களுடன், புறந்துருத்தி முனைகளில் தொங்கு இடைத் தொலைகளிலிருந்து பெறப்படும் தாங்குவிசை களையும் கொண்டு பகுப்பாய்வு செய்யவேண்டும்.

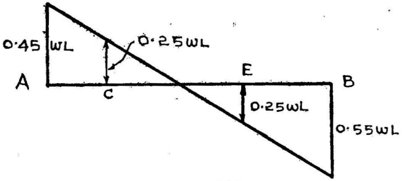
கூட்டு இணைப்பு உத்திரங்கள் பகுப்பாய்வு முறையை எடுத்துக் காட்டுகள் மூலம் விளக்குவோம்.

எடுத்துக்காட்டு 8-1.

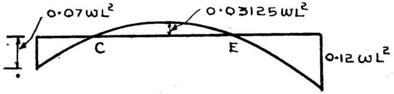
படம் 8·3 (a)-ல் தரப்பட்டுள்ள, சுழல்தாங்கிக் கட்டமைப்புடன் கூடிய நிலைத்தாங்கி கூட்டு இணைப்பு உத்திரத்துக்கு வெட்டு விசை, வளைவு திருப்புதிறன் படங்கள் வரைக.



8·3(a)



8·3(b)



8·3(c)

படம் 8-3.

8-3 (a) சுழல் தாங்கி
8-3 (b) வெட்டுவிசை வரைபடம்
8-3 (c) வ.தி,தி. வரை படம்

கணக்கிட வேண்டிய தாங்கு விசைகள் } (1) V_A (2) M_A (3) V_B (4) M_B ஆகியனவாகும்.

நிலையியல் சமநிலைச் சமன்பாடுகளின்படி

(i) $\Sigma F_Y = 0 \quad V_A + V_B - wL = 0$ ... (1)

(ii) $\Sigma M = 0$ B-ல் விலக்கப் பெருக்கற் பலன் கணக்கிட

$$V_A L - M_A - \frac{wL^2}{2} + M_B = 0 \quad \ldots \quad (2)$$

ΣF_X = சமநிலைச் சமன்பாடுகள் பயன்படுத்தத் தக்கதல்ல.

தாங்கு விசைகள் கணக்கிட மேலும் வேண்டிய 2 சமன்பாடுகள் சுழல் முனைப் பொருத்துகளில் வளைவு திருப்புதிறன் சூன்யம் என்பதிலிருந்து பெறலாம்.

(iii) வ. தி. தி. c-ல் சூன்யம்.

$$V_A\,(0{\cdot}2\,L) - M_A - \frac{w}{2}(0{\cdot}2\,L)^2 = 0 \quad \ldots \quad (3)$$

(iv) வ. தி. தி. D-ல் சூன்யம்.

$$V_A\,(0{\cdot}7\,L) - M_A - \frac{w}{2}\,0{\cdot}7\,L)^2 = 0 \quad \ldots \quad (4)$$

சமன்பாடுகளின் தீர்வு பின்வருமாறு காணலாம்:

சமன்பாடு (4) — சமன்பாடு = (3)

$$V_A\,0{\cdot}5\,L - \frac{wL^2}{3}\,(0\,49 - 0\,04) = 0$$

$$\therefore\; V_A = 0{\cdot}45\,wL \quad \ldots \quad (5)$$

$V_A = 0{\cdot}45\,wL$ எனச் சமன்பாடு (1)-ல் பிரதியிட

$$V_B = 0\,55\,wL \quad \ldots \quad (6)$$

$V_A = 0{\cdot}45\,wL$ என சமன்பாடு (3)-ல் பிரதியிட

$$M_A = 0{\cdot}07\,wL^2 \quad \ldots \quad (7)$$

V_A, M_A-க்களின் மதிப்புச் சமன்பாடு (2)-ல் பிரதியிட

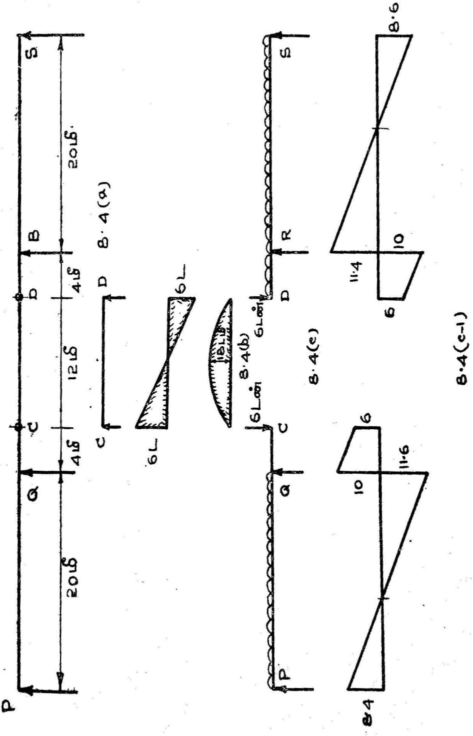
$$M_B = 0{\cdot}12\,wL^2 \quad \ldots \quad (8)$$

படம் 8-3 (b) 8-3 (c) ஆகியவற்றில் முறையே வெட்டுவிசை, வளைவு திருப்புதிறன் படங்கள் காட்டப்பட்டுள்ளன. வெட்டுவிசை தாங்கு A-யிலிருந்து, $0{\cdot}45L$ தொலைவில் சூன்யம்; பெரும நேர் வளைவு திருப்புதிறன் 0 03125 wL^2 ஆகும்.

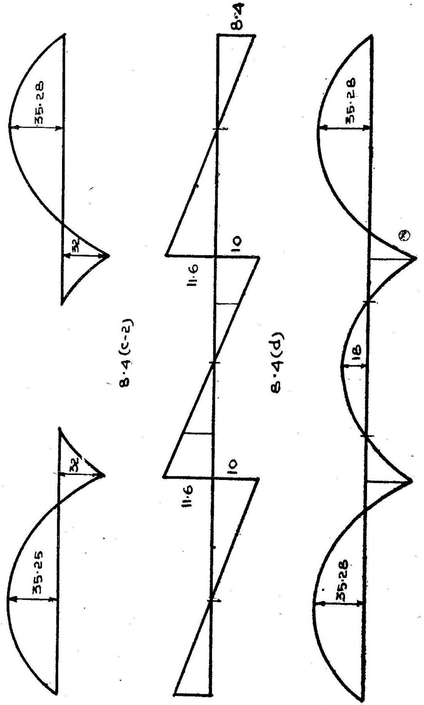
மேலே கிடைத்த தீர்வுகளை, CD ஐ இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திரமாகவும்; AC, BE-க்களை பிடிமான கவை உத்திரங்களாகவும் கருதியும் கணக்கிடலாம். AC, BE பகுதிகளில் இயங்கும் பளுக்களுடன், C, E புள்ளிகளில் CE உத்திரத்திலிருந்து, பெறப்படும் தாங்குவிசைகளும் இயங்கும்.

எடுத்துக்காட்டு 8-2.

படம் 8·4 (a)-ல் காண்பிக்கப்பட்டுள்ள சரிசமநிலை கவை உத்திரத்தில் தாங்கி விசைகள், தாங்கிகள், பிரதான இடைத்தொலை மையங்கள் ஆகிய வெட்டு முகங்களில் வளைவு திருப்புதிறன் ஆகியன கணக்கிடுக. சீரான பரவலான பளு 1 ட/மீ. உத்திர முழுமையும் இயங்குவதாகக் கொள்ளவும். வெட்டுவிசை வளைவு திருப்புதிறன் படங்கள் வரைக.



படம் 8-4. சரிசமநிலைக் கலை உத்திரம்



[படம் 8.4(c)—2(d)]சரிசம நிலை கவை உத்திரம்

படம் 87. (a) சட்டுமானம்

முன் எடுத்துக்காட்டு 8-1-ல் கணக்கிட்ட மாதிரி. சமன்பாடுகள் 4 அமைத்து ($\Sigma F_Y - 0$, $\Sigma M = 0$, $M_U = 0$, $M_D = 0$), அவற்றின் தீர்வு மூலம் தாங்குவிசைகள் நான்கையும் கணக்கிடலாம். அல்லது CD பகுதியை இசற்போக்குத் தாங்கு, புறந்துருத்தி உத்திரங்கள் PQC, SRD முனைகளில் தொங்குவதாக அல்லது தாங்கப்பட்டிருப்பதாகக் கொண்டு தாங்குவிசைகள், உள்விசைகள் தெரிந்திடலாம். இரண்டாவதாகக் குறிப்பிட்ட முறையில் கணக்கிடுவோம்.

(i) இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திரம் CD.

CD, இடைத்தொலை அளவு = 12 மீ.

$$C\text{-ல் தாங்குவிசை} = D\text{-ல் தாங்குவிசை} = \frac{12 \times 1}{2}$$

$$= 6 \text{ டன்.}$$

CD பகுதியை மட்டும் தனித்துக் கருதிப் பெறப்படும் வெட்டு விசை, வளைவு திருப்புதிறன் வரைபடங்கள் படம் 8-4-ல் காட்டப் பட்டுள்ளன.

(ii) புறந்துருத்தி உத்திரங்கள் POC, SRD. படம் 8-4 (c)-ல் புறந்துருத்தி உத்திரங்கள் தனியாக அவற்றின் மீது இடங்கும் பளுக்கள். CD பகுதியிலிருந்து C, D, பகுதி புள்ளிகளில் பெறும் தாங்கு செறிவு பளு அளவுடன் காண்பிக்கப்பட்டிருக்கிறது. புறந்துருத்தி PQC ஐக் கருதுவோம்.

$$\Sigma F_Y = 0$$

$$R_P + R_Q = 24 + 6$$

$$= 30 \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (1)$$

$$\Sigma M_Q = 0$$

$$R_P . 20 - 24 \times 8 + 6 \times 4 = 0 \quad \ldots \quad (2)$$

$$\therefore \quad R_P = \frac{168}{20}$$

$$= 8.4 \text{ டன்}$$

$$\therefore \quad R_Q = 30 - 8{\cdot}4$$

$$= 21{\cdot}6 \text{ டன்}$$

$$Q\text{-ல் வ. தி. தி.} = -6 \times 4 - 1 \times 4 \times \frac{4}{2}$$

$$= -32 \text{ ட.மீ.}$$

வ. தி. தி, XX-ல் (வெட்டுமுகம் XX தாங்கு P-யிலிருந்து x தொலையில் கருதுக. $0 \leq x \leq 20$)

$$= R_P \cdot x - \frac{xw^2}{2}$$

$$= 8{\cdot}4\, x - \frac{x^2}{2}$$

$x = 8{\cdot}4$-ல் நேர் வளைவு திருப்புதிறன் பெருமம்

$$\therefore \text{ பெரும வ.தி.தி } = 8{\cdot}4 \times 8{\cdot}4 - \frac{8{\cdot}4^2}{2}$$

$$= 35{\cdot}28 \text{ ட. மீ.}$$

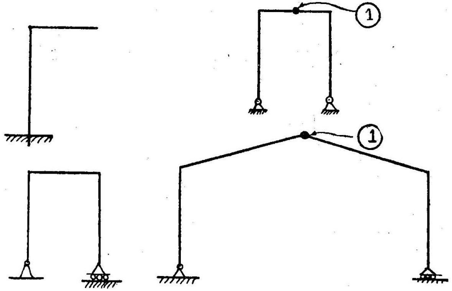
இதே அளவாகப் புறந்துருத்தி SRD உத்திரத்திலும் சமச்சீரான உத்திரம் சமச்சீரான பளு ஆதலால், தாங்கு விசைகள், வ.தி.தி. பெறப்படும்.

படம் 8-4 (c)-ல் வெட்டுவிசை, வளைவு திருப்புதிறன் வரைபடங்கள் புறந்துருத்தி உத்திரங்கள் PQC, SRD-க்கு தரப்பட்டுள்ளது.

படம் 8-4 (d)-ல் படம் 8-4 (b) படம் 8·4 (c) ஆகியவற்றில் பெறப்பட்டு விளைவுகளை இணைத்து, கணக்கில் தரப்பட்டுள்ள சரி சமநிலைகவை உத்திரத்துக்கான வெட்டுவிசை, வ. தி. தி. வரைபடங்கள் காண்பிக்கப்பட்டுள்ளது.

8-3. கட்டுமானங்கள் (Frames)

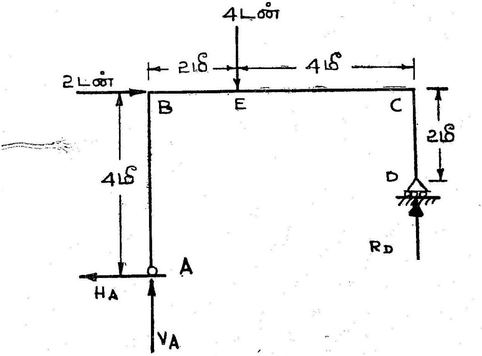
உறுப்புகள் ஒன்றுக்கொன்று, திண்மையான பொருத்துகளால் இணைக்கப்பட்டு அல்லது கட்டப்பட்டு பெறப்படும் அமைப்பு கட்டுமானம் ஆகும். திண்மையான இணைப்புப் பொருத்துகள் உள்ள அமைப்பு ஆதலால், பளு இயக்க விளைவால் அமைப்பு திரிபுற்று பொருத்து சுழன்றால், பொருத்தில் உள்ள எல்லா உறுப்புகளும் ஒரே அளவான சுழற்சி பெறும்; பொருத்தில் உறுப்புகளுக்கிடையேயுள்ள கோணம் மாறுபடாது; தொடக்கத்தில் இருந்த அளவாகவே இருக்கும். படம் 8-5-ல் நிலையியல் தீர்வு காணக்கூடிய கட்டுமானங்கள், கூட்டு இணைப்புக் கட்டுமானங்கள் சில காட்டப்பட்டுள்ளன.



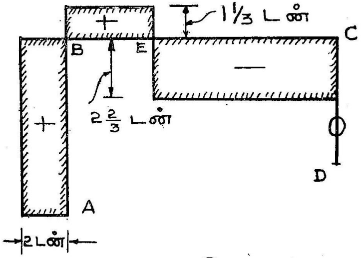
படம் 8-5.
நிலையியல் கட்டுமானங்கள்

எடுத்துக்காட்டு 8-3.

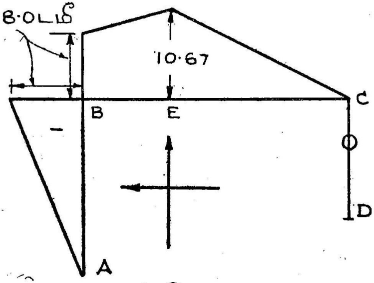
படம் 8-6. (a)-ல் தரப்பட்டுள்ள நிலையில் தீர்வு தேரக்கூடிய கட்டுமானத்துக்குத் தாங்கு விசைகள் கணக்கிட்டு, வெட்டு விசை, வளைவு திருப்புதிறன் படங்கள் வரைக.



படம்-8-6.
8-5 (a) கட்டுமானம்



8·6(b) வெட்டுவிசை வரைபடம்



8·6(c) வ.தி.தி. வரைபடம்

படம் 8-4.

படம் 8-6 (b) வெட்டுவிசை வரை படம்,

படம் 8-5 (c) வ.தி.தி வரை படம்.

(*a*) தாங்குவிசைக் கூறுகள் கணக்கிட வேண்டியவை :

$$V_A, \quad H_A, \quad R_D.$$

நிலையியல் சமன்பாடுகள் மூன்றின்படி தேவையான சமன்பாடுகள் அமைத்துத் தீர்வு காணலாம்.

(i) $\Sigma H = 0.$ $\qquad H_A - 2 = 0$

$\therefore \; H_A = 2$ டன்

(ii) $\Sigma V = 0$ $\qquad V_A + R_D + 4 = 0$

(iii) $\Sigma M_D = 0$ $\qquad V_A . 6 + H_A . 2 + 2 \times 2 - 4 \times 4 = 0$

$$\therefore \; V_A = \frac{8}{6}$$

$= 1.33$ டன்

V_A-ன் மதிப்பைச் சமன்பாடு (ii)-ல் பிரதியிட,

$$R_D = 4 - 1.33$$
$$= 2.67$$

(*b*) உறுப்பு *AB*-க்கு வெட்டுவிசை, வ. தி. தி. வரைபடங்கள்.

A-யிலிருந்து *y* தூரத்தில் வெட்டுமுகம் *YY* எடுத்துக் கொள்க. $(0 \leq y \leq 4)$

YY-ல் வெட்டுவிசை $= H_A$

$= 2$ டன் ... ... (iv)

YY-ல் வளைவு திருப்புதிறன் $= 2 \cdot y$ ... ... (v)

சமன்பாடு (iv), (v) ஆகியவற்றைப் பயன்படுத்தி உறுப்பு *AB*-க்கு வெட்டுவிசை, வளைவு திருப்புதிறன் வரையப் பட்டுள்ளது.

(c) உறுப்பு *BC*-க்கு வெட்டுவிசை, வ. தி, தி, வரைபடங்கள்:

உறுப்பு *BC* ஐ இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திரம்மாதிரி கருதி, வெட்டுவிசை, வளைவு திருப்புதிறன் வரைய வேண்டும். வெளிப் பளு 4 டன் உடன், வெட்டுமுகம் *B*-ல் இயங்கும் வலஞ்சுழி வ. தி. தி. 8 ட. மீ. எடுத்துக்கொள்ளவேண்டும். (வ தி.தி *C*-ல் சூன்யம்).

வளைவு திருப்புதிறன் வெட்டுமுகம் *E*-ல் பெருமம். எண் அளவு 10·67 ட. மீ.

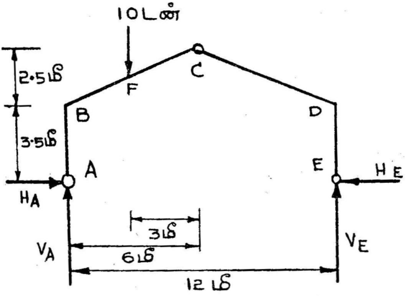
(d) உறுப்பு *CD*-க்கு வெட்டுவிசை, வ. தி. தி. வரைபடங்கள்:

உறுப்பு *CD* நேர் விசைக்கு மட்டுமே உட்பட்டிருக்கிறது. எனவே, எல்லா வெட்டு முகங்களிலும் வெட்டுவிசை, வளைவு திருப்புதிறன் சூன்யம்.

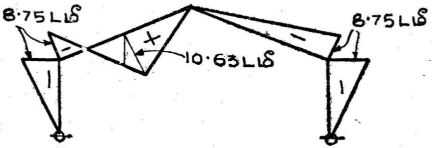
வெட்டுவிசை, வளைவு திருப்புதிறன் முறையே படம் 8-6 (b) 8-6 (c)-ல் காட்டப்பட்டிருக்கிறது.

எடுத்துக்காட்டு 8-4.

படம் 8-7-ல் தரப்பட்டுள்ள முக்கோண மோடுக் கட்டுமானத் திற்குத் தாங்கு விசைகள் கண்டு, வளைவு திருப்புதிறன் படம் வரைக.



8·7(a)



8·7(b)

படம் 8-7.

8-7 (a) முக்கோண மோடுக் கட்டுமானம்,
8-7 (b) வளைவு திருப்புதிறன் வரைபடம்.

தெரிந்திட வேண்டிய தாங்கு விசைக் கூறுகள் } = (i) V_A (ii) H_A (iii) V_E (iv) H_E

சமநிலைச் சமன்பாடுகள்

$$\Sigma F_Y = 0 \quad V_A + V_E = 10 \quad \ldots \quad (1)$$

$$\Sigma F_X = 0 \quad H_A + H_E = 0 \quad \ldots \quad (2)$$

$$\Sigma M_E = 0 \quad V_A \cdot 12 - 10 \times 9 = 0 \quad \ldots \quad (3)$$

கட்டுமானப் பொருத்து C-ல் சுழல்முனை ஆதலால்,

வ. தி. தி. C-ல் சூன்யம்.

$$V_A \cdot 6 - H_A \cdot 6 - 10 \times 3 = 0 \quad \ldots \quad (4)$$

சமன்பாடு (3) - லிருந்து

$$V_A = \frac{90}{12} = 7{\cdot}5 \text{ டன்}$$

$V_A = 7{\cdot}5$ எனச் சமன்பாடு (1)-ல் பிரதியிட

$$V_E = 10 - 7{\cdot}5$$

$$= 2{\cdot}5 \text{ டன்.}$$

சமன்பாடு 4-ல் $V_A = 7{\cdot}5$ பிரதியிட

$$(7{\cdot}5)\, 6 - H_A \cdot 6 - 30 = 0$$

$$H_A = \frac{15}{6}$$

$$= 2{\cdot}5 \text{ டன்.}$$

சமன்பாடு 2-ல் $H_A = 2\ 5$ பிரதியிட

$$H_E = -\ 2{\cdot}5 \text{ டன் ஆகும்.}$$

வளைவு திருப்புதிறன்

(a) உறுப்பு AB.

A-ல் வ. தி. தி. சூன்யம்

A-யிலிருந்து y தொலைவில் YY வெட்டுமுகம் கருதுக.

வ. தி. தி.$_{yy}$ $= -\ 2{\cdot}5\, y$.

B-ல் வ. தி. தி $= -\ 2{\cdot}5 \times 3{\cdot}5$

$y = 3{\cdot}5$

$= -\ 8\ 75$ ட. மீ.

(b) உறுப்பு BC

B-ல் வ. தி. தி. – 8 75 ட. மீ.

B-யிலிருந்து x தொலைவில் XX வெட்டுமுகம் கருதுக.

கோடு BC-ன் சமன்பாடு (A ஐ ஆதியாகக்கொள்க)

$$y = 3{\cdot}5 + \frac{2{\cdot}5}{6}x$$

BC-ல் வ.தி. தி. மெகாலே முறைப்படி

$$= -H_A{\cdot}y + V_A{\cdot}x \;\Big|\; - 10(x-3)$$

$$= -H_A(3{\cdot}5 + \frac{2{\cdot}5}{6}x) + V_A{\cdot}x \;\Big|\; - 10(x-3)$$

$$= -2{\cdot}5(3{\cdot}5 + \frac{2{\cdot}5}{6}x) + 7{\cdot}5\,x \;\Big|\; -10(x-3)$$

$$= -8\,75 + 6{\cdot}46\,x \;\Big|\; -10(x-3)$$

F-ல் வ. தி. தி. $= -8{\cdot}75 + (6{\cdot}46 \times 3)$

$= -10{\cdot}63$ ட. மீ.

C-ல் வ. தி. தி. $= -8{\cdot}75 + (6{\cdot}46 \times 6) - 10(6-3).$

≈ 0

(c) உறுப்பு ED

கட்டுமானத்துக்குள்ளிருந்து உறுப்பைப் பார்ப்பதாகக் கொண்டு வ. தி தி. குறி எடுத்துக் கொள்ளப்பட்டுள்ளது.

வெட்டுமுகம் $Y_1 Y_1$ தாங்கு E-லிருந்து y_1 தொலைவில் எடுத்துக்கொள்க.

E-ல் வளைவு திருப்புதிறன் சூன்யம்.

வ. தி. தி. $Y_1 Y_1 = -2{\cdot}5\,y$

D-ல் வளைவு திருப்புதிறன் $= -2{\cdot}5 \times 3{\cdot}5$

$= -8{\cdot}75,$

(*d*) உறுப்பு *DC*

E ஆதியாகக்கொண்டு, *E*-லிருந்து x_1 தொலைவில் வெட்டு முகம் $X_1 X_1$ கருதுக.

D-ல் வளைவு திருப்புதிறன் – 8·75.

வ. தி. தி. $X_1 X_1$-ல் $= V_E \cdot x_1 + H_E \cdot y_1$

$$y_1 = 3{\cdot}5 + \frac{2{\cdot}5}{6} x_1$$

$$\therefore \text{ வ. தி. தி.}_{x_1 x_1}\text{-ல்} = 2{\cdot}5\, x_1 - 2{\cdot}5\left(3{\cdot}5 + \frac{2{\cdot}5}{6} x_1\right)$$

$$= 1{\cdot}46\, x_1 - 8{\cdot}75.$$

$$\therefore \text{ வ தி. தி } C\text{-ல்} = 1{\cdot}46 \times 6 - 8{\cdot}75.$$

$$\approx 0$$

வளைவு திருப்புதிறன் வரைபடம், 8-7 (1)-ல் காட்டப்பட்டிருக்கிறது.

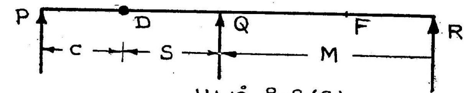
8-4. கூட்டு இணைப்பு உத்திரங்கட்கு இயக்க விளைவுக் கோடுகள்

முன் அத்தியாயம் 7-ல் இயக்க விளைவுக்கோடுகள் வரையும் விதம் விளக்கப்பட்டிருக்கிறது. பிரிவுக்கூறு 7-8-ல் கற்பிதப் பெயற்சித் தத்துவம் மூலம் இயக்க விளைவுக்கோடுகள் வரையும் விதம் விளக்கப்பட்டுள்ளது. அம் முறையைப் பயன்படுத்திக் கூட்டு இணைப்பு உத்திரம் ஒன்றுக்கு இயக்க விளைவுக் கோடு வரைவோம்.

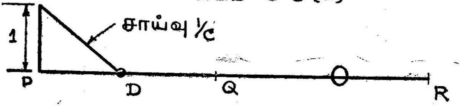
(i) படம் 8-9 (*a*)-ல் தரப்பட்டுள்ள இரண்டு இடைத் தொலை கூட்டு இணைப்பு உத்திரத்துக்குத் தாங்குவிசை இயக்க விளைவுக் கோடு வரைவோம். தாங்குகள் *P*, *Q*, *R* ஆகியவற்றிற்கான இயக்க விளைவுக்கோடுகள் வரையப்பட்டுள்ளன.

(*a*) தாங்குவிசை *P*-க்கு இயக்க விளைவுக்கோடு:

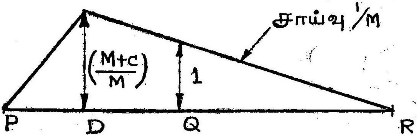
தாங்கு *P* இயங்கும் திசை அலகு அளவு பெயற்சி, பிற உள் விசைகட்கு எவ்வித மாறுபாடும் உண்டாகாதபடி கொடுக்கப்பட்டு தாங்கு *P*-க்கான இயக்க விளைவுக்கோடு பெறப்பட்டுள்ளது. படம் 8-8 (*b*)-ல் காண்பிக்கப்பட்டுள்ளது.



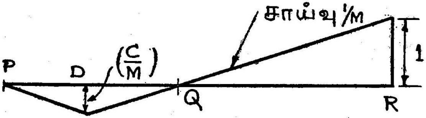
படம் 8·8(a)



படம் 8·8(b)



படம் 8·8(c)



படம் 8·8(d)

படம் 8-8.

8-8 (a) இரண்டு இடைத் தொலை கூட்டு இணைப்பு உத்திரம்

8-8 (b) தாங்கு விசை P–க்கு இ.வி. கோடு,

8-8 (c) இயக்க விளைவுக் கோடு,

8-8 (d) இயக்க விளைவுக் கோடு.

D சுழல் முனை சுழன்று, PD பகுதியில் இயக்க விளைவுக்கோடு நேர் கோட்டுத்தன்மையதாகப் பெறப்பட்டிருக்கிறது. D-ல் நிலைத்தூரம் சூன்யம்; P-ல் நிலைத்தூரம் 1. எஞ்சியுள்ள DR பகுதியில் நிலைத்தூரம் சூன்யம் ஆகும். படம் 8·8 (b)-ல் தாங்கு விசை P-க்கு இயக்க விளைவுக்கோடு வரையப்பட்டுள்ளது.

(b) தாங்கு விசை Q-க்கு இயக்க விளைவுக்கோடு :

தாங்கு விசை P-க்கு வரைந்தது மாதிரி, தாங்குவிசை Q இயங்கும் திசையில் அலகு அளவு பெயர்ச்சி கொடுத்து தாங்கு Q-க்கான இயக்க விளைவுக்கோடு பெறப்பட்டுள்ளது.

நிலைத்தூரம்	R-ல்	சூன்யம்.
,,	Q-ல்	1
,,	D-ல்	$\frac{M+C}{M}$.
,,	P-ல்	சூன்யம்.

இயக்க விளைவுக்கோடு RD பகுதியில் $\frac{1}{M}$ சாய்வும், PD பகுதியில் $\frac{(M+C)}{SM}$ சாய்வும் பெற்றிருக்கும். படம் 8–8 (c)-ல் இயக்க விளைவுக்கோடு காண்பிக்கப்பட்டுள்ளது.

(c) தாங்குவிசை R-க்கு இயக்க விளைவுக்கோடு:

தாங்குவிசை இயங்கு திசையில், அலகு அளவு பெயர்ச்சி தர, இயக்க விளைவுக்கோடு கீழே குறிப்பிடப்பட்டுள்ள நிலைத்தூரங்களைப் பெற்றிருக்கும்.

நிலைத்தூரம்	R-ல்	1
,,	Q-ல்	சூன்யம்
,,	P-ல்	$\frac{C}{M}$
,,	P-ல்	சூன்யம்.

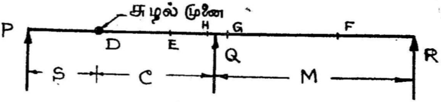
இயக்க விளைவுக் கோட்டுச் சாய்வு RD பகுதியில் $\frac{1}{M}$ அளவும், PD பகுதியில் $\frac{C}{SM}$ அளவும் கொண்டிருக்கும். படம் 8-8 (d)-ல் இயக்க விளைவுக்கோடு வரையுப்பட்டுள்ளது.

(ii) வெட்டுவிசை இயக்க விளைவுக்கோடு:

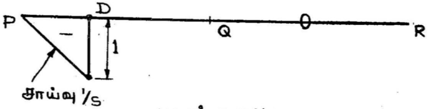
வெட்டுவிசை, இயக்க விளைவுக்கோடுகள், வெட்டு முகங்கள் *D*, *E*, *F*, *G*, *F* ஆகியவற்றிற்கு கணக்கிடுவோம். படம் 8·9(a)-ல் இரண்டு இடைத்தொலை கூட்டு இணைப்பு உத்திரம் தரப் பட்டுள்ளதைக் கருதுக.

(*a*) வெட்டுமுகம் *D*-க்கு வெட்டுவிசை இயக்க விளைவுக்கோடு:

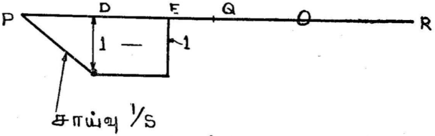
D சுழல்முனை ஆதலால் வளைவு திருப்புதிறன் தாங்கும் ஆற்றல் வெட்டுமுகம் *D*-க்கு கிடையாது. எனவே, வெட்டுமுகம்



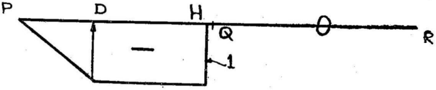
படம் 8·9(a)



படம் 8·9(b)



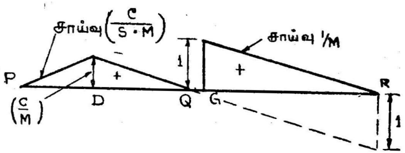
படம் 8·9(c)



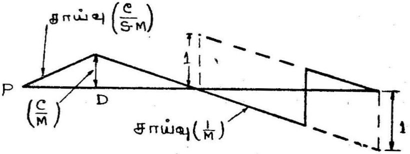
படம் 8-9.

8-9 (a) சுழல் முனை,

8-9 (b), (c) வெட்டு விசை இயக்க விளைவுக் கோடுகள்,



படம் 8·9(e)



படம் 8·9(f)

படம் 8–9.

8-9 (d) பெரும வெட்டுவிசை வரைபடம்,

8-9 (e) பெரும வளைவு திருப்புதிறன் வரைபடம்,

D-ல் உத்திரம் துண்டிக்கப்பட்டு, உள்வெட்டு விசை இயக்கத்திற்கு உட்படுமானால், P சுழல்முனை தாங்கி ஆதலால் PD எதிர்ப்பின்றி P மையமாகச் சுழன்று, D-ல் அலகு தூரம் எதிர் வெட்டுவிசை நிலைத்தூரம் கிடைக்கும். DQR பகுதியில் நிலைத்தூரம் சூன்யம். படம் 8-9 (b)-ல் D-க்கு வெட்டுவிசை இ. வி. கோடு தரப்பட்டுள்ளது.

(b) வெட்டுமுகம் E-க்கு வெட்டுவிசை இயக்க விளைவுக் கோடு :

உத்திரம் PQR, வெட்டுமுகம் F-ல் உள்வெட்டு விசை இயக்கத்திற்கு உட்பட்டு, வெட்டுவிசைப் பெயர்ச்சி அலகு அளவு அந்த வெட்டுமுகத்தில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. வெட்டுமுகம் வளைவு திருப்புதிறனுக்கு உட்பட்டிருப்பதால், வெட்டுமுகம் E-க்கு இருபக்கமும் சாய்வு மாறுபடாது, ஒரே அளவுள்ளதாக இருக்கும்.

D-ல் சுழல்முனைப் பொருத்து ஆதலால், PE பகுதியில், PD பாகம் P மையமாகச் சுழன்று, PD சாய்வுற்று DE பாகம், எதிர் நிலைத்தூரம் அலகு அளவு உள்ளதாக இருக்கும். DE பாகம் சூன்யக் கோட்டுக்கு இணை. படம் 8-9 (c)-ல் வெட்டுவிசை இயக்க விளைவுக்கோடு காண்பிக்கப்பட்டிருக்கிறது. EQR பகுதியில் வெட்டுவிசை நிலைத்தூரம் சூன்யம்.

(c) வெட்டுமுகம் H-க்கு வெட்டுவிசை இயக்க விளைவுக் கோடு :

முன், வெட்டுமுகம் E-க்கு வெட்டுவிசை இயக்க விளைவுக் கோடு கணக்கிடப்பட்டுள்ளது. வெட்டுமுகம் E, பகுதி DQ-க்கு வகைமாதிரி வெட்டுமுகம் ஆகும். எனவே, வெட்டுமுகம் H-க்கு வெட்டுவிசை இயக்க விளைவுக்கோடு, வெட்டுமுகம் E-க்குப் பெறப் பட்டுள்ளதை ஒத்தது ஆகும். அதாவது, (i) PD பகுதியில் ஒருபடிச் சமன்பாடு மாறுபாடு உடையது. P-ல் நிலைத்தூரம் சூன்யம்; D-ல் நிலைத்தூரம் ஒன்று (ii) DH பகுதியில், சூன்யக் கோட்டுக்கு இணையாக அலகு அளவுள்ளதாகவும் இருக்கும். (iii) HQR பகுதியில் நிலைத்தூரம் சூன்யம். வெட்டுமுகம் H, தாங்கி Q-க்கு இடதுபாக வெட்டுமுகம் ஆகும். ஆகவே, வெட்டுமுகம் H-க்கு படம் 8-9 (d)-ல் காட்டப்பட்டுள்ள இயக்க விளைவுக்கோடு, தாங்கி Q-க்கு இடது பாக வெட்டு முகத்துக்கான வெட்டுவிசை இயக்க விளைவுக்கோடு.

(d) வெட்டுமுகம் F-க்கு வெட்டுவிசை இயக்க விளைவுக் கோடு:

உத்திரம் PQR, வெட்டுமுகம் F-ல் உள்வெட்டு விசை இயக் கத்திற்கு உட்பட்டு F-ல் அலகு அளவு வெட்டுவிசைப் பெயர்ச்சி, மற்ற உள் விசைகள் மாறுபாடு அடையாமல், அதாவது FR, FQ பகுதிகளின் சாய்வு F-ல் சமமாக இருக்கும்படி, கொடுத்து வெட்டு விசை இயக்க விளைவுக்கோடு படம் 8-9 (e)-ல் வரையப்பட்டிருக் கிறது. வெட்டுவிசை இயக்க விளைவுக்கோட்டில்,

R-ல் நிலைத்தூரம் சூன்யம்.

F-ல் நேர் நிலைத்தூரம் $\dfrac{FR}{RQ}$.

எதிர் நிலைத்தூரம் $\dfrac{FQ}{RQ}$.

D-ல் நேர் நிலைத்தூரம் $\frac{QD}{RQ}$.

சாய்வு DF, FR பகுதியில் $\frac{1}{RQ}$.

P-ல் நிலைத்தூரம் சூன்யம் ஆகும்.

(*e*) வெட்டுமுகம் G-க்கு வெட்டுவிசை இயக்க விளைவுக்கோடு:

முன் வரையப்பட்டுள்ள வெட்டுமுகம் F, பகுதி QR-க்கு வகை மாதிரி ஆதலால், வெட்டுமுகம் G-க்கு வெட்டுவிசை இயக்க விளைவுக்கோடு, வெட்டுமுகம் F-க்கு வரையப்பட்டுள்ள வெட்டு விசை இயக்க விளைவுக்கோட்டை ஒத்தது ஆகும். படம் 8-9 (f)-ல் வெட்டுவிசை இயக்க விளைவுக்கோடு, வெட்டுமுகம் G-க்கானது தரப்பட்டுள்ளது.

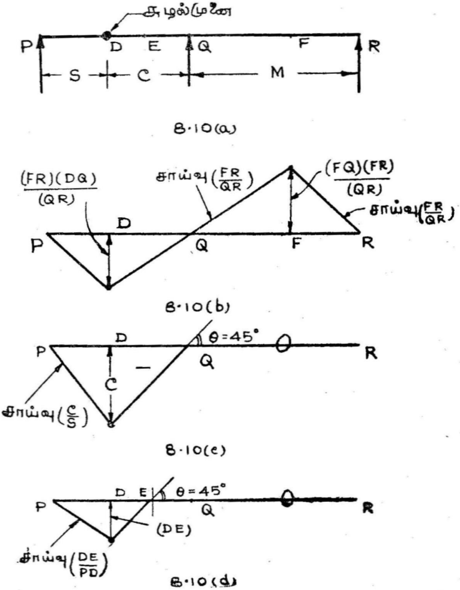
வெட்டுமுகம் G, தாங்கு Q-க்கு வலதுபக்க வெட்டுமுக வெட்டு விசை இயக்க விளைவுக்கோடு. முன்னுல் தாங்கு Q-க்கு இடது பக்க வெட்டுமுகத்துக்கு (வெட்டுமுகம் H) பெற்ற வெட்டுவிசை இயக்க விளைவுக்கோட்டுக்கு, வெட்டுவிசை குறியீட்டு முறைப்படி அர்த்தம் செய்து பெறும் நிலைக்குத்துகளையும், தாங்கு Q-க்கு வலது பக்க வெட்டு முகத்துக்கான, வெட்டு விசை இயக்க விளைவுக் கோட்டு நிலைக்குத்துகளையும் இயற்கணித முறைப்படி கூட்ட, தாங்கு Q-க்கான தாங்கு விசை இயக்க விளைவுக்கோட்டின் நிலைத் தூரம் கிடைக்கும்.

(iii) வளைவு திருப்புதிறன் இயக்க விளைவுக்கோடுகள்:

படம் 8-10 (*a*)-ல் காட்டப்பட்டுள்ள இரண்டு இடைத்தொலை கூட்டு இணைப்பு உத்திரத்துக்கு வளைவு திருப்புதிறன் இயக்க விளைவுக்கோடு வெட்டுமுகங்கள் F, Q, E ஆகியவற்றிற்கு வரைவோம்.

(*a*) வெட்டுமுகம் F-க்கு வளைவு திருப்புதிறன் இயக்க விளைவுக்கோடு:

புள்ளி E-ல் கழல் முனைப் பொருத்து இணைப்பு இருப்பதாகக் கொண்டு, வெட்டுமுகம் F நேர் வளைவு திருப்புதிறன் இயக்கத் தால் அலகு கோணம் அளவு கோண மாறுபாடு F-ல் தரப் பெற்



படம் 8-10.

8-10 (a) கூட்டு இணைப்பு உத்திரம்,

8-10 (b) (c) (d) இயக்க விளைவுக் கோடுகள்.

றுள்ளது. ஆகவே இயக்க விளைவுக் கோடு, படம் 8-10 (b)-ல் காட்டியுள்ளதுபோல் ஒருபடித் தன்மையது.

இயக்க விளைவுக்கோட்டில்,

F-ல் நிலைத்தூரம் $\dfrac{(FQ)\ (FR)}{QR}$

$\therefore$ DQF பகுதியில் சாய்வு $\left(\dfrac{FR}{FR}\right)$

D-ல் நிலைத்தூரம் $= -C\left(\dfrac{FR}{QR}\right)$

DP பகுதியில் சாய்வு $= -\dfrac{C}{S}\left(\dfrac{FR}{QR}\right)$

வெட்டுமுகம் F, பிரதான இடைத்தொலை QR-ல் வகைமாதிரி ஆகும்.

(ii) வெட்டுமுகம் Q-க்கு வ.தி.தி. இயக்க விளைவுக்கோடு:

வகை மாதிரி வெட்டு முகத்துக்குப் பெற்ற முடிவுகளைக் கொண்டு, வெட்டுமுகம் Q பிரதான இடைத்தொலை QR-ல் உள்ளதாகக் கொண்டு, படம் 8-10 (c')-ல் காட்டப்பட்டுள்ள இயக்க விளைவுக் கோடு பெறலாம். நிலைத்தூரங்கள், சாய்வு கணக்கிட, வெட்டுமுகம் Q தாங்கு R-லிருந்து தூரம் QR, தாங்கு Q-லிருந்து தூரம் சூன்யம். எனவே முன் வெட்டுமுகம் F-க்குப் பெற்ற தொகுதிகளில் FR-க்கு QR பிரதியிட்டும் FR-க்குச் சூன்யம் பிரதியிட்டும் பெறலாம் (F என்பது வகை மாதிரி புள்ளி).

$\therefore$ Q-க்கு வ.தி.தி. இயக்க விளைவுக் கோட்டில்

வெட்டுமுகத்தில் நிலைத்தூரம் $= \dfrac{(FQ)\ (FR)}{(QR)} = (O)\dfrac{QR}{QR} = 1$

$= 0$

(DQF அதாவது) DQQ பகுதியில் சாய்வு $= \dfrac{FR}{QR} = \dfrac{QR}{QR} = 1$

D-ல் நிலைத்தூரம் $= = (DQ)\ (1)$

$= -C$

DF பகுதியில் சாய்வு $= -\dfrac{C}{S}\dfrac{FR}{QR}$

$= -\dfrac{C}{S}$

$\therefore$ QR பகுதியில் நிலைத்தூரம் சூன்யம்.

(e) வெட்டுமுகம் E-க்கு வ.தி.தி. இயக்க விளைவுக் கோடு:

வெட்டுமுகம் E, புறந்துருத்தி DQ-ல் வகை மாதிரி ஆகும்.

பளு பிரதான இடைத் தொலை QR பகுதியிலோ அல்லது வெட்டுமுகம் E-க்கு வலது பக்கமோ (EQ) இயங்கினால் வளைவு திருப்புதிறனுக்கு வெட்டுமுகம் உட்படாது. எனவே EQR பகுதியில் நிலைத்தூரம் சூன்யம்.

புள்ளி E-ல் சுழல்முனை பொருத்தாகக் கருதி அலகு கோணம் அளவு கோண மாறுபாடு ஏற்படும் பெயர்ச்சிக்கு உள்ளானால், படம் 8-10 (d)-ல் காட்டப்பட்டுள்ள இயக்க விளைவுக் கோடு கிடைக்கும். எனவே இயக்க விளைவுக் கோட்டில்

E-ல் நிலைத்தூரம்	O
D-ல் நிலைத்தூரம்	ED
P-ல் நிலைத்தூரம்	O
ED பகுதியில் சாய்வு	1
PD பகுதியில் சாய்வு	$\left(\frac{ED}{PD}\right)$

முன்வெட்டுமுகம் Q-க்கு வரைந்த இயக்க விளைவுக் கோடு, வெட்டுமுகம் E-க்குப் பெற்ற முடிவிலிருந்தும் பெறலாம்.

பயிற்சி

8-1. படம் 8-10 (a) படத்தில் தரப்பட்டுள்ள கூட்டு உத்திரத்தில் $M = 10$ மீ, $C = 2$ மீ, $S = 6$ மீ ஆனால், கீழ்க் குறிப்பிடப்பட்டுள்ள இயக்க விசைக் கோடுகள் வரைக.

(i) தாங்குவிசை P-க்கு இ. வி. கோடு.

(ii) வெட்டுவிசை F-க்குத் தொலை $FR = 4$ மீ எனக் கொள்க.

(iii) வளைவு திருப்புதிறன் F-க்கு.

8-2 படம் 8-2(b)-ல் $CD = EE = 6$ மீ
$RS = 10$ மீ
$DR = SE = 2$ மீ ஆனால்,

(i) வளைவு திருப்புதிறன் வெட்டுமுகம் R-ல் பெறப்படுவதற்கு இயக்க விளைவுக்கோடு வரைக.

(ii) தாங்குவிசை S-க்கு இ. வி. கோ. வரைக.

9. தொங்கு கம்பிவடங்களும் கவான்களும்

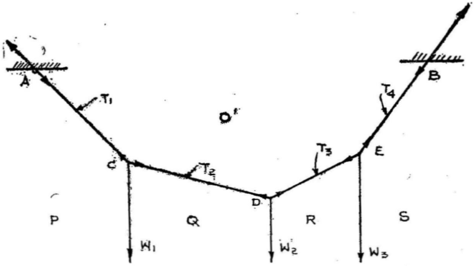
(Suspension Cables and Arches)

9-1. பொது-பாரமற்ற கம்பிவடச் சமநிலை

நீண்ட இடைத் தொலை பாலங்களுள் (Long span bridges) முக்கியமானது தொங்கு பாலம் (suspension bridge) ஆகும். இவற்றில் முக்கிய பாரந்தாங்கும் உறுப்பு கம்பிவடங்கள் (cables) ஆகும். குறுக்கு வெட்டுப் பரப்பு முழுமையும் ஒரே சீரான இழுவைத் தகைவுக்கு உட்பட்டு, கட்டுமானப் பொருள் மிகவும் திறம்படக் கம்பிவடங்களில் பயன்படுத்தப்படுகின்றது. துவளும் (flexible) தன்மை பெற்றுள்ளதால், கம்பிவடம் அமுக்கு விசை, வளைவு திருப்புதிறன் முதலிய உள்விசைகளைத் தாங்கும் ஆற்றல் பெற்றிலது. எனவே, வெளி விசைகள், பளுக்கள் ஆகியவற்றைத் தாங்கும்பொழுது, இழுவை விசைக்கு மட்டுமே கம்பிவடங்கள் உட்பட்டு இருக்கும்.

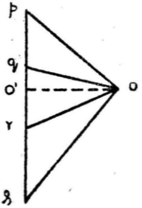
கம்பிவடத்தின் வடிவம் தெரிந்திட்டால் அதில் செயல்படும் இழுவை விசைகளின் அளவுகள் கணக்கிடலாம். கம்பிவடம் வெளி விசைகளின் இயக்கத்திற்கு உட்படும்பொழுது, பெறும் வடிவம் எவ்வாறு தெரிந்திடுவது? இதனைத் தெரிந்திட பாரமற்ற தொங்கு வடத்தின் சமநிலையை வெளிவிசைகடகு அது உட்பட்டுள்ளபொழுது காண்போம்.

பாரமற்ற கம்பிவடம் $ACDEB$, ஒரே மட்டத்திலுள்ள புள்ளிகள் A, B-க்களில் இணைக்கப்பட்டு, படம் 9-1(a)-ல் காட்டப்பட்டுள்ளபடி C, D, E புள்ளிகளில் முறையே பளுக்கள் W_1, W_2, W_3 ஆகியவற்றைத் தாங்கி $ACDEB$-ன் நிலை தெரிந்திடுவது எவ்வாறு? கம்பிவடததின் பாகங்களில் இழுவை விசை அளவு கணக்கிடுவது எவ்வாறு என்பது தெரிந்திடுவோம்.



படம் 9-1(a)

பாரமற்ற கம்பிவடம்



படம் 9-1(b)
கம்பிவடத்தில் இழுவை விசைகள்

கம்பிவடம் துவள்கிற (flexible) தன்மையுடையது; எனவே செறிவு பளுக்களின் அளவு, அவை இயங்கு மிடம், இயங்குதிசை இவற்றினால் சம நிலை பெற செறிவு பளுக்களுக்கிடையே நேர்கோடு வடிவம் பெற்று இசைவான உருவு அடையும்.

A-ல் தாங்குவிசை *AC* பகுதி கம்பி வடத்தின் இழுவை விசையான T_1-க்கு சமம்; *A*-ன் தாங்குவிசையை அதன் செங்குத்துக் கூறு (V_A), கிடைக்கூறு (H_A) மூலமும் குறிப்பிடலாம். இதே போல *B*-ல் தாங்குவிசை *EB* பகுதி கம்பிவடத்தின் இழுவை விசை யான T_4-க்கு சமம்; *B*-ன் தாங்குவிசையையும் அதன் செங்குத் துக் கூறு (V_B) கிடைக்கூறு (H_B) மூலம் குறிப்பிடலாம். கம்பி

வடத்தில் செங்குத்துத் திசையிலே பளுக்கள் இயங்குவதால் தாங்கு விசைகளின் கிடைக்கூறுகள் (H_A, H_B) ஒன்றுக்கொன்று சமமாகவும், எதிர்த்திசைகளிலும் இயங்கும்.

புள்ளி C-ன் சம நிலையை எடுத்துக் கொள்வோம், இப் புள்ளியில் பளு W_1, இழுவை விசைகளான T_1, T_2 ஆகிய மூன்று விசைகள் செயல்படுகின்றன. C-ல் இயங்கும் விசைகளை, வரைபட முறையில் விசை முக்கோணம் 'pgo' மூலம் முழுமையாக உணர்த்தலாம். இதே போல் புள்ளி D-ன் சமநிலையைக் கருதினால், (விசை முக்கோணம் pqo வரைந்த அளவு வீதத்துக்கே, 'pqo' விசை முக்கோணத்தின் ஒரு பக்கமான 'qo' D புள்ளியில் உள்ள விசைகளான T_2, T_3, W_2 ஆகியவற்றில் T_2 ஐ உணர்த்துமாறு வரைந்தால்) 'qor' என்ற விசை முக்கோணம் T_2, T_3, W_2 விசைகட்டுப் பெறப்படும். இது மாதிரியே E-ன் சமநிலையைக் கருத, T_3, T_4, W_3 விசைகட்டு 'ros' என்ற விசை முக்கோணம் பெறலாம். இம் முக்கோணங்களைத் தனித்து வரையாமல் பொருத்தி வரைவதன் மூலம் கம்பி வடத்தில் இயங்குகின்ற பளுக்களின் விசை வரைபடம் பெறுகிறோம். OP உணர்த்தும் T_1 இழுவை விசை தாங்கும்விசை A-க்குச் சமமானது ஆதலாலும், os உணர்த்தும் T_4 இழுவைவிசை தாங்கும் விசை B-க்குச் சமமானதாலும் '$pqrsop$' என்ற விசைப்பல் கோணம் வடக்கம்பியில் இயங்கும் வெளிவிசைகளைக் குறிக்கிறது; இந்த விசைப் பல் கோணம் வரைய மூல ஆதரவாயிருந்த $ACDEB$ என்ற கம்பிவடத்தின் வடிவம் (A, B தாங்குகளில் இயங்கும் ஒன்றுக்கொன்று சமமும், எதிர்த்திசையுமான கிடைக்கூறு விசைகளான H_A, H_B ஆகியவற்றை உணர்த்துவதால் பெறப்படும் கோடு BA ஐக் கருத்தில் கொள்ளப் பலகோணம் $ABCDEBA$ முடிவுற்றதாகும்.) இழைப் பலகோணத்தை (Funicular Polygon) உணர்த்துகிறது. ஆகவே, இசைவான முனை 'O' எடுத்துக்கொண்டு வரையப்படும் இழைப் பல்கோணம் கம்பிவட வடிவம் தருகிறது. இசைவான முனை 'O' கொண்டு வரையப்படும் விசைப் பல்கோணம் (Force Polygon) கம்பி வடத்தில் இயங்கும் இழுவை விசைகள் அளவுகளைத் தரும்.

கம்பிவட வடிவம் பெற வரையப்படும் இழைப் பல்கோணம் இசைவான முனை 'O' எடுத்துக்கொண்டு வரையப்படவேண்டும்; இசைவான முனை 'O' தெரிந்திடுவது எவ்வாறு? படம் 9-1 (b)-ல்

தரப்பட்டுள்ள விசைப் பல்கோணத்தில் 'Op', 'Os' தாங்கு விசைகளைக் குறிக்கின்றன. தாங்கு விசையைக் குறிக்கும் 'Op'-ன் செங்குத்துக்கூறு O', கிடைக்கூறு O' O ஆகும். எனவே, தாங்கு விசைகளது செங்குத்துக்கூறு, கிடைக்கூறு கணக்கிட்டால், அவற்றின் அளவுகளிலிருந்து முனை 'O' தெரிந்திடலாம்.

கம்பிவடம் துவள்கின்ற தன்மையது; எனவே, வளைவு திருப்புதிறன் எல்லா வெட்டு முகங்களிலும் சூன்யம் என்ற தத்துவத்தைக்கொண்டு, கம்பிவட வடிவத்தில் ஏதாவது ஒரு புள்ளி தெரிந்தால், தாங்கு விசையின் கிடைக்கூறு கணக்கிடலாம். சாதாரணமாகத் தொங்கு கம்பிவடத்தின் மைய இறக்கம் (dip) குறிப்பிடப்படுவதிலிருந்து தாங்கு விசைக் கிடைக்கூறு கணக்கிடலாம். செங்குத்துக்கூறு சமநிலைச் சமன்பாடான $\Sigma M_A = 0$ அல்லது $\Sigma M_B = 0$ என்பதிலிருந்து கணக்கிடலாம். இவ்வாறு கணக்கிடப்படும் தாங்கு விசைக்கூறுகளிலிருந்து இசைவான முனை 'O' நிலை (Position) தெரிந்திடலாம்.

இசைவான முனை தெரிந்து வரையப்படும் விசைப் பல்கோணத்திலிருந்து இழுவை விசைகளின் எண் அளவு தெரிந்திடலாம்; இழைப் பல்கோணத்திலிருந்து கம்பிவட வடிவம் தெரிந்திடலாம்.

ஆகவே கம்பிவட வடிவம், இசைவான முனைக்கு வரையப்படும் இழைப் பல்கோணம் ஆகும். இயங்கும் பளுக்களைப் பொறுத்து, இழைப் பல்கோண வடிவம் மாறுபடுமல்லவா? எனவே, கம்பிவட வடிவமும் இயங்கும் பளுக்களைப் பொறுத்து மாறுபடும். செறிவு பளுக்கள் இயக்கத்திற்கு உட்பட்டுள்ள பாரமில்லா கம்பிவடம், செறிவு பளுக்களுக்கிடையே நேர்கோடுகளாகவும், சீரான பரவலான பளு இயக்கத்திற்குட்பட்ட கம்பிவடம் பரவளையத் தன்மையதாகவும், கம்பி அலகு நீளத்துக்குச் சீரான பரவலான பளு இயக்கத்திற்குட்பட்ட கம்பி வடம் சங்கிலியம் (Catenary) வடிவமாகவும் இருக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு 9-1.

பாரமற்ற நூல் 4 மீட்டர் தொலைவில் ஒரே மட்டத்தில் உள்ள இரண்டு முனைகளில் பிணைக்கப்பட்டிருக்கிறது. இதில் 0·5, 0·8, 1 கிலோ கிராம் எடைகள் இடது பக்க முனையிலிருந்து முறையே 1 மீ, 2 மீ, 3 மீ. தொலைவுகளில் இணைக்கப்பட்டிருந்தால், நூலின்

வடிவமும், பெரும இழுவை விசையும் கணக்கிடுக. இழுவை விசையின் கிடைக்கூறு 4 கிகி. எடை எனக்கொள்க.

படம் 9-1-ல் $W_1 = 0{\cdot}5$ கிகி.

$W_2 = 0{\cdot}8$ கிகி.

$W_3 = 1$ கிகி. எனக்கொள்க.

(i) முதலில் தாங்கு விசைகள் கணக்கிடுவோம்;

$\Sigma M_B = 0.$

$V_A \cdot 4 - 0{\cdot}5 \times 3 - 0\,8 \times 2 - 1 \times 1 = 0$

$V_A = 1{\cdot}025$ கிகி. எடை

$\therefore \quad V_B = \Sigma W - V_A$

$= 2{\cdot}3 - 1{\cdot}025$

$= 1{\cdot}275$ கிகி. எடை.

$H_A = H_B = 4\,0$ கிகி. எடை

(தரப்பட்டுள்ளது)

(ii) நூலின் வடிவம் :

C, D, E புள்ளிகளில் தொய்வு தெரிந்தால், நூலின் வடிவம் தெரிந்திடலாம்.

C, D, E புள்ளிகளில் தொய்வு முறையே y_C, y_D, y_E எனக் கொள்வோம்.

C-ல் வளைவு திருப்புதிறன் சூன்யம்.

$\therefore \quad V_A \times 1 - H_A \times y_C = 0$

$$y_C = \frac{V_A}{H_A}$$

$$= \frac{1{\cdot}025}{4}$$

$= 0{\cdot}256$ மீட்டர்.

அடுத்து D-ல் வ.தி.தி. சூன்யம் என்பதிலிருந்து y_D கணக்கிடலாம்.

$$\therefore \quad V_A \times 2 - 0{\cdot}5 \times 1 - H_A . y_D = 0$$

$$\therefore \quad y_D = \frac{1{\cdot}025 \times 2 - 0{\cdot}5}{4}$$

$$= \frac{1{\cdot}55}{4}$$

$$= 0{\cdot}3875 \text{ மீ}$$

E-ல் வ.தி.தி. சூன்யம்,

$$\therefore \quad V_B \times 1 - H_B \times y_E = 6$$

$$y_E = \frac{V_B}{H_B}$$

$$= \frac{1{\cdot}275}{4}$$

$$= 0{\cdot}319 \text{ மீ.}$$

பெரும இழுவை விசை AC அல்லது BE பகுதியில் பெறப்படும். தாங்குவிசை செங்குத்துக் கூறுகளுள் $V_B > V_A$. எனவே பெரும இழுவை விசை BE பகுதியில் பெறப்படும்.

$$\therefore \quad \text{பெரும இழுவை விசை} = T_4$$

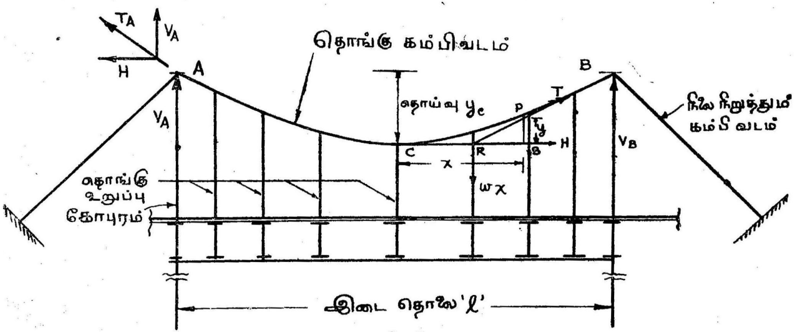
$$= \sqrt{V_B^2 + H_B^2}$$

$$= \sqrt{1{\cdot}275^2 + 4^2}$$

$$= 4{\cdot}2 \text{ கிகி.}$$

9-2. திண்ணியதாக்கப்படாத தொங்குபாலங்கள்

தொங்கு பாலங்களில் பாலதளத்தில் இயங்கும் பளுக்கள் சம தொலையில் அமைக்கப்படும். உத்திரங்களால் தாங்கப்பட்டு, முனைகளில் இணைக்கப்பட்டிருக்கும் தொங்கு உறுப்புகள் (suspenders) மூலம் இருபக்கமாகவும் உள்ள தொங்கு கம்பி வடங்களுக்குச் செலுத்தப்படும். இம் மாதிரி தளப் பளுவைத் தொங்கு உறுப்புகள் மூலம் பெறும் தொங்கு கம்பி வடங்கள், தாங்கு கோபுரங்கள் (Towers) அல்லது தூண் சுவர்கள் (Piers) மீது பொருத்தப்பட்டிருக்கும் உருளைக் கப்பிகள் (pulleys) அல்லது



படம் 9.2

தொங்கு பாலம் : சீ.ப.ப. இயக்கம் காண்பிக்கப் பட்டுள்ளது

உருளைகள் மீது தாங்கப்பட்டிருக்கும் இருக்கையில் (saddle) உள்ள பொருத்து முனைகளில் இணைக்கப்பட்டுத் தக்க ஆதாரங்களில் நிலைப்படுத்தப்பட்டிருக்கும்.

கம்பி வடங்கள் பளு இயக்கத்தால் மாறுபாடு பெறும் வடிவம் ஒரு குறிப்பிட்ட இழைப் பல் கோணமாகும். இழைப்பல் கோணம் ஓர் அளவு வீதத்துக்கு வளைவு திருப்புதிறன் வரைபடத்தைக் குறிக்கும். எனவே, கம்பி வடிவத்தின் வடிவம் வளைவு திருப்புதிறன் வரை படத்தை ஒத்திருக்கும். திண்ணிய தாக்கப்படாத தொங்கு பாலங்களில் நகரும் பளு இயங்கும்பொழுது வளைவு திருப்புதிறன் மாறுபாட்டுக்கு ஏற்ப, கம்பிவடத்தின் வடிவமும் மாறுபடும். பாலத்தில் சீரான பரவலான பளு பால முழுமைக்கும் இயங்கும் பொழுது கம்பி வடம் பரவளைய வடிவம் பெறும். இந்த முடிவைக் கீழே குறிப்பிட்டுள்ளபடி வழிமுறையாகப் பெறலாம். மேலும், பெரும இழுவை விசை முதலியனவும் கணக்கிடுகிவோம்.

பால இடைதொலை l எனவும், தொங்கு பாலமையத் தொய்வு y_C எனவும் கொள்க. தொங்கு கம்பிகள் பக்கமாக உள்ளதால், கம்பி வடத்தில் தொங்கு உறுப்புகள் மூலம் பெறும் பளுவை $\frac{w}{\text{மீ}}$ சீரான பரவலான பளு எனக் கொள்ளலாம்.

கம்பி வடத்தில் இழுவை விசை :

கம்பி வடத்தில் மொத்த பளு $= W$

$= wl$

தாங்குவிசை நிலைக்குத்துக் கூறு $= \frac{wl}{2}$

தாங்குவிசை கிடைக்கூறு H எனக் கொள்க.

வ. தி. தி. C-ல் $(M_C) = 0$

$$\therefore V_A \cdot \frac{l}{2} - w\frac{l}{2}\,\frac{l}{2\times 2} - Hy_C = 0$$

$$\therefore H = \frac{wl^2}{8y_C}$$

மையப் புள்ளியில் நிலைக்குத்துக்கூறு சூன்யம். எனவே, புள்ளி C-ல் இழுவை விசை மீச்சிறு மதிப்பு (Minimum value) உடையதாகும்.

மீச்சிறு இழுவை விசை $= \dfrac{wl^2}{8y_C}$ ஆகும்.

C புள்ளியிலிருந்து x தொலையில் வெட்டுமுகம் XX கருதுக.

$$\text{இழுவை விசை } XX\text{-ல்} = \sqrt{V_X^2 + H^2}$$

$$= \sqrt{(wx)^2 + \left(\frac{wl^2}{8y_c}\right)^2}$$

நிலைக்குத்துக் கூறு அதிகமாக உள்ள வெட்டு முகத்தில் இழுவை விசை பெருமம். தாங்கி A அல்லது தாங்கி B அல்லது இரண்டு தாங்கிகளிலும் பெரும இழுவை விசை பெறப்படலாம்.

$$\text{பெரும இழுவை விசை} = \sqrt{(V_A)^2 + \left(\frac{wl^2}{8y_c}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{wl}{2}\right)^2 + \left(\frac{wl^2}{8y_c}\right)^2}$$

$$= \frac{wl}{2}\sqrt{1 + \frac{l^2}{16\,y_c^2}}$$

$$\left.\begin{array}{l}A\text{-ல் தாங்குவிசை சாய்வு}\\ \text{நிலைக்குத்திலிருந்து}\end{array}\right\} = \tan^{-1}\frac{H_A}{V_A}$$

$$= \tan^{-1}\frac{wl^2}{8\,y_c}\,\frac{2}{wl}$$

$$= \tan^{-1}\left(\frac{l}{4y_c}\right)$$

கம்பி வட வடிவம் :

கம்பிவட மையத்திலிருந்து, x தொலை நீளக் கம்பி வடத்தின் சம நிலையைக் கருதுக.

Cஐ ஆதியாகக் கொள்க.

$\therefore$ P-ன் ஆயத் தொலைகள் x, y ஆகும்.

CP பகுதியின் மீது இயங்கும் விசைகள்.

(i) C-ல் கிடைவிசை H.

(ii) CP-ன் மையப் புள்ளியில், சீரான பரவலான பளு (x தூரத்துக்கு இயங்குவது) வின் விளைவுவிசை wx.

(iii) P-ல் இழுவை விசை T.

மூன்று விசைகளின் இயக்க விளைவுக்குட்பட்டு சம நிலையிலிருப்பதால் ஒரு தள ஒரு முனை விசைகள் ஆகும். மூன்று விசைகளும் புள்ளி R-ல் சந்திக்கட்டும். மூன்று விசைகளுக்கும், விசை முக்கோணம் வரையப் பெறப்படும் PRS முக்கோணத்திலிருந்து,

$$\frac{(PS)}{wx} = \frac{(RS)}{H}$$

$$\frac{y}{wx} = \frac{x}{2H}$$

$$\therefore\ y = \frac{xw^2}{2H}$$

$\frac{w}{2H} = C$ எனக்கொள்ள, $y = Cx^2$

அதாவது கம்பி வடவடிவம் பரவளையத் தன்மையது. மேலே உள்ள சமன்பாடு புள்ளி Cஐ ஆதியாகக்கொண்டு பெற்றது ஆகும். கம்பி வட வடிவத்திற்குச் சமன்பாடு Aஐ ஆதியாகக் கொண்டு எழுதினால், $y = C\,x\,(l - x)$ என்பது பெறப்படும். மாறிலி $C = \frac{w}{2h}$ அல்லது $\frac{4y_c}{l^2}$ ஆகும்.

9-3. கம்பி வடத்தின் நீளம்

சீரான பரவலான பளு இயக்கத்திற்கு உட்பட்டுப் பரவளைய வடிவம் பெறும் கம்பி வட நீளத்திற்குக் கோவை பெற்றிடுவோம். P புள்ளியில் 'ds' நீள வளைவைக் கருதுக.

$$\delta s = \sqrt{\delta x^2 + \delta y^2}$$

$$= \delta x \sqrt{1 + \left(\frac{\delta y}{\delta x}\right)^2}$$

வளைவின் சமன்பாடு $y = \frac{wx^2}{2H}$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{wx}{H}$$

$$\therefore \delta s = \delta x \sqrt{1 + \frac{w^2 x^2}{H^2}}$$

$\frac{wx}{H}$ பின்னமாதலால், ஈருறுப்புத் தேற்றப்படி

$$\left(1 + \frac{w^2 x^2}{H^2}\right)^{\frac{1}{2}} = 1 + \tfrac{1}{2} \frac{w^2 x^2}{H^2} + \ldots$$

$\frac{w^2 x^2}{H^2}$ -ன் உயர் அடுக்குகளைத் தள்ளுபடி செய்ய,

$$\delta s = \left(1 + \frac{w^2 x^2}{2H^2}\right)\delta x.$$

தொகையிட,

$$\int_{x=0}^{x=l/2} \delta s = \int_{x=0}^{x=l/2} \left(1 + \frac{w^2 x^2}{2H^2}\right) \delta x$$

$$\frac{L}{2} = \left[x + \frac{w^2 x^3}{6H^2} \right]_0^{l/2}$$

$$= \frac{l}{2} + \frac{w^2 l^3}{48 H^2}.$$

$$\therefore \frac{L}{2} = \frac{l}{2} \left[1 + \frac{w^2 l^2}{24H^2}\right]$$

$$= l \left[1 + \frac{w^2 l^2}{24 H^2}\right]$$

$$= l \left[1 + \frac{8}{3} \frac{y_c^2}{l^2}\right]$$

$$= l + \frac{8}{3} \frac{y_c^2}{l}$$

எடுத்துக்காட்டு 9-2.

மீட்டருக்கு $\frac{3}{4}$ டன் எடை கிடைக்கூறு நீளத்துக்கு உள்ள சீரான பரவலான பளு ஒரு கம்பி வடத்தில் இயங்குகிறது. கம்பி வட இடைத்தொலை 100 மீட்டர். மையத் தொய்வு 10 மீ. கம்பி வடத்தின் நீளமும் பெரும இழுவை விசையும் காண்.

கம்பி வட நீளம் $(L) = l + \frac{8}{3} \cdot \frac{y_c^2}{l}$

$= 100 + \frac{8}{3} \times \frac{10^2}{100}$

$= 102{\cdot}67$ மீ.

தாங்கு விசை நிலைக்குத்துக் கூறு $= 100 \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$

$= 37{\cdot}5$ டன்.

கிடைக்குத்துத் தாங்குவிசை $= \frac{wl^2}{8y_c}$

$= 0{\cdot}75 \times \frac{100 \times 100}{8 \times 10}$

$= 93{\cdot}75$ டன்.

பெரும இழுவை விசை $= \sqrt{V_A^2 + H_A^2}$

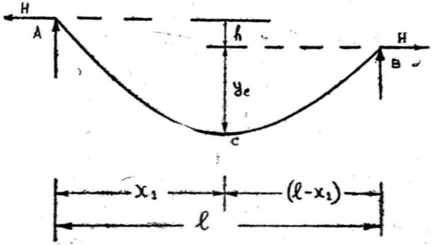
$= \sqrt{37{\cdot}5^2 + 93{\cdot}75^2}$

$= 101{\cdot}2$ டன்.

9-4. முனைகள் ஒரே மட்டத்தில் இல்லாத கம்பிவடம்

கிடைமட்ட இடைதொலை 'l' அளவுள்ள கம்பிவடத்தின் இடது தாங்கி, வலது தாங்கியினின்றும் h அளவு அதிக உயரத்தில் உள்ளது. கம்பி வடத்தில் தொய்வுமிக்க புள்ளி 'C' இடது தாங்கியிலிருந்து x கிடைத் தொலைவில், இடது தாங்கி மட்டத்திலிருந்து $(y_c + h)$ அளவு தாழ்வாக இருப்பதாகக் கொள்வோம்,

C புள்ளி ஆதியாகக் கொண்டால், வடக் கம்பி வடிவமான ACB-ன் சமன்பாடு.



படம் 9-3.

முனைகள் ஒரே மட்டத்தில் இல்லாத கம்பிவடம்,

$$y = \frac{wx^2}{2H} \text{ ஆகும்.}$$

$$\therefore H = \frac{wx^2}{2y}$$

B-ன் ஆயத் தொலைகள் $x = (l - x_1)$

$y = y_c$

A-ன் ஆயத் தொலைகள் $x = -x_1$

$y = (y_c + h)$

$$\therefore H = \frac{w(l - x_1)^2}{2y_c} = \frac{w(-x_1)^2}{2(y_c + h)} \quad \ldots (1)$$

$$(l - x_1)^2 (y_c + h) = y_c x^2 \quad \ldots (2)$$

மேலே குறிப்பிடப்பட்டுள்ள சமன்பாடு (2)-க்குத் தீர்வுகாண x_1-ன் மதிப்புப் பெறலாம்; (அதாவது) C புள்ளியின் நிலை

அறியலாம். சமன்பாடு 1-ல் x_1-ன் மதிப்புப் பிரதியிட்டு H-ன் அளவு பெறலாம்.

V_A கணக்கிட, வி. பெ. ப. B-ல் சூன்யம்.

$$V_A \cdot l - Hh - \frac{wl^2}{2} = 0$$

$$V_A = \frac{wl}{2} + \frac{Hh}{l}$$

$$\therefore V_B = wl - V_A$$

$$= \frac{wl}{2} - \frac{Hh}{l}$$

பெரும இழுவை விசை

$$A \text{ தாங்கியில் } (T_A) = \sqrt{V_A^2 + H^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{wl}{2} + \frac{Hh}{l}\right)^2 + H^2}$$

கம்பி வடநீளம் $(L) =$ AC பகுதி நீளம் $+$ CB பகுதி நீளம்.

$$= \frac{1}{2}\left[2x_1 + \frac{8}{3}\frac{(y_c + h)^2}{2x_1}\right] + \frac{1}{2}\left[2(l - x_1) + \frac{8}{3}\frac{y_c^2}{2(l - x_1)}\right]$$

$$= l + \frac{2}{3}\frac{(y_c + h)^2}{x_1} + \frac{2}{3}\frac{y_c^2}{(l - x_1)}$$

9-5. ஆதார வடக்கம்பி (Anchor Chain)

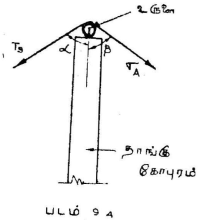
தொங்கு வடக்கம்பி தாங்கு கோபுரங்கள் அல்லது தாங்கு தூண்கள் மீது இருக்கும் உருளைக் கப்பிகள் மூலம் எடுத்துச் செல்லப்பட்டு அஸ்திவாரங்களில் தக்க ஆதாரமாக நிலை நிறுத்தப் பட்டிருக்கும் அமைப்புகளில், தொங்கு வடக் கம்பியில் தாங்கியில் செயல்படும் அளவு இழுவைவிசை, ஆதாரக் கம்பியிலும் இருக்கும். படம் 9·4-ல் காட்டியுள்ளபடி α, β. முறையே தொங்கு வடக் கம்பி, ஆதார வடக்கம்பி நிலைக்குத்துக் கோட்டுடன் தாங்கு கோபுர மையத்தில் பெறப்படும் கோணங்களாகக் கொள்க.

$$\left.\begin{array}{r}\text{தொங்கு வடக் கம்பியில்}\\ \text{தாங்கியில் இழுவை விசை}\end{array}\right\} = T_S$$

$$= \sqrt{H^2 + V^2}$$

$$\tan \alpha = \frac{l}{4\,Y_C}$$

$T_A = T_S = T$ எனக் கொள்க.



படம் 9-4.
தொங்கு வடக்கம்பி தாங்கு கோபும்

$$\left.\begin{array}{r}\text{தாங்கு கோபுரத்தில் பெறப்படும்}\\ \text{அமுக்கு விசை}\end{array}\right\} = T_S \cos \alpha + T_S \cos \beta$$

$$= T(\cos \alpha + \cos \beta)$$

$$\left.\begin{array}{r}\text{தாங்கு கோபுர, உருளை மையத்தில்}\\ \text{இயங்கும் கிடைத்தள விசை}\end{array}\right\} = T_S \sin \alpha - T_A \sin \beta$$

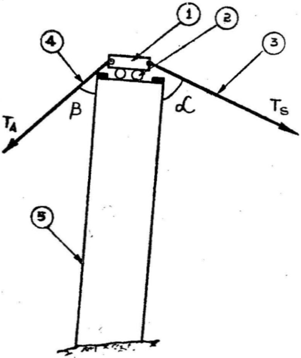
$$= T(\sin \alpha - \sin \beta)$$

கிடைத்தள விசை தாங்கு கோபுரத்தில் வளைவு திருப்புதிறன் தரும். பெரும வளைவு திருப்புதிறன் தாங்கு கோபுர அடித்தளத்தில் பெறப்படும். தாங்கு கோபுர உயரம் 'h' ஆனால்

பெரும வ. தி. தி $= T(\sin \alpha - \sin \beta)\,h$ ஆகும்.

ஆகவே தாங்கு கோபுரம் அல்லது தாங்கு தூண் சுவர் அமுக்கு விசைக்கும், வளைவு திருப்புதிறனுக்கும் உள்ளாகிறது.

தாங்கு கோபுரம் அல்லது தாங்கு தூண் சுவர் வளைவு திருப்பு திறனுக்கு உள்ளாகாமல் அமைக்க வேண்டுமானால், தொங்கு வடக் கம்பியும், ஆதார வடக் கம்பியும் உருளைகள் மீதுள்ள இருக்கையில் (saddle), படம் 9-5-ல் காட்டியுள்ளபடி பொருத்தப்பட்டிருக்கும்.



படம் 9-5.
தொங்கு வடக் கம்பியும், ஆதார வடக் கம்பியும்

கிடைத்தளத்தில் உருளையின் மீதுள்ள இருக்கை சம நிலையி லிருப்பதால், சமநிலைக்கு இருக்கை வந்தடைந்து, தொங்கு வடக் கம்பி ஆதார வடக் கம்பி இரண்டிலும் கிடைத்தளக் கூறு சமமாக இருக்கும்,

$\therefore\ T_S \sin \propto - T_A \sin \beta = 0$ என்ற சமன்பாட்டிலிருந்து T_A மதிப்புப் பெறலாம்.

தூணின் மீது அமுக்கம் $= T_S \cos \propto + T_A \cos \beta$ ஆகும்.

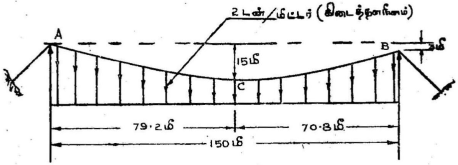
எடுத்துக்காட்டு 9-3.

150 மீட்டர் கிடைமட்ட இடைத்தொலை உள்ள தொங்கு வடக் கம்பியின் வலது தாங்கி, படம் 9-6-ல் காட்டியுள்ளபடி, இடது தாங்கி மட்டத்திற்கு 3 மீட்டர் தாழ்வாக இருக்கிறது. தொங்கு வடக்கம்பியில் தொய்வுமிக்க புள்ளி, இடது தாங்கி மட்டத்திற்கு

15 மீட்டர் தாழ்வாக உள்ளது என்றால், தொங்கு வடக் கம்பியில், கிடைத்தள மீட்டர் தொலைவில் 2 டன் வீதப்பளு இயங்கும்பொழுது தாங்குவிசை, பெரும இழுவை விசை கணக்கிடுக. தொங்கு வடக் கம்பியின் நீளமும் கணக்கிடுக.

தொங்கு வடக்கம்பி வடிவ சமன்பாடு

C புள்ளியை ஆதி (origin) யாகக் கொண்டால்



படம் 9-6.

தொங்கு வடக் கம்பி

$$y = \frac{wx^2}{2H} \qquad \ldots \qquad \ldots (1)$$

$AC = x_1$ எனக் கொள்க

$\therefore \quad CB = (l - x_1) = (150 - x_1)$ ஆகும்

சமன்பாட்டில் A புள்ளி ஆயங்கள் மதிப்புப் பிரதியிட

$$15 = \frac{8(-x_1)^2}{2H}$$

$$\therefore \quad H = \frac{x_1^2}{15} \qquad \ldots (2)$$

இதே போல தாங்கு B-ன் ஆயங்கள் மதிப்புப் பிரதியிட

$$H = \frac{(15 - x_1{}^2}{12} \text{ பெறப்படும்} \qquad \ldots (3)$$

சமன்பாடு (2), (3) களிலிருந்து

$$H = \frac{x_1^2}{15} = \frac{(150 - x_1)^2}{12}$$

$$\therefore \quad x_1 = 79{\cdot}2$$

சமன்பாடு (2)-லிருந்து $H = \dfrac{79{\cdot}2^2}{15} = 418$ டன்.

வி. பெ.ப. B-ல் கணக்கிட

$$V_A . 150 - 418 \times 3 - 2 \times 150 \times \frac{150}{2} = 0$$

$$V_A = \frac{2 \times 150}{2} + 418 \times \frac{3}{150}$$

$$= 150 + 8{\cdot}36$$

$$= 158{\cdot}36 \text{ ட.}$$

$$V_B = 150 - 8{\cdot}36$$

$$= 141{\cdot}64 \text{ ட.}$$

பெரும இழுவை விசை தாங்கி A-ல் $= \sqrt{V_B^2 + H^2}$

$$= \sqrt{158{\cdot}36 + 418^2}$$

$$= 448 \text{ டன்}$$

தொங்கு வடக் கம்பி நீளம்

$$= l + \frac{2}{3} \frac{(y_C + h)^2}{x_1} + \frac{2}{3} \frac{y_C^2}{(l - x_1)}$$

$$= 150 + \frac{2}{3} \times \frac{15^2}{79{\cdot}2} + \frac{2}{3} \frac{n^2}{70{\cdot}8}$$

$$= 150 + 1{\cdot}89 + 1{\cdot}36$$

$$= 153{\cdot}25 \text{ மீ.}$$

9-6. கம்பி வட நீள மாற்றமும் விளைவும்

வெப்பநிலை மாறுபாடுகளால், கம்பிவட நீளமும் மாறுபடும். இவ்வாறு கம்பிவட நீளம் மாறுபாடு அடையும்பொழுது, கம்பிவடத்

தொய்வும் மாறுபாடு அடையுமல்லவா? தொய்வு மாறுபாடு கணக்கிடும் விதம் பின்வருமாறு :

$$\text{கம்பி வட நீளம்} = \left\{\begin{array}{c}\text{இடை தொலை}\\ \text{அல்லது}\\ \text{இடைவெளி}\\ \text{நீளம்}\end{array}\right\} + \frac{8}{3}\frac{(\text{தொய்வு})^2}{\left\{\begin{array}{c}\text{இடைதொலை}\\ \text{அல்லது இடை}\\ \text{வெளி நீளம்}\end{array}\right\}}$$

$$L = l + \frac{8}{3}\frac{y_C^2}{l^2}$$

$$\text{வகையிட } \delta L = \frac{8}{3} \cdot \frac{2 y_C}{l^2} \delta y_C$$

$$\therefore \delta y_C = \frac{3}{16}\frac{l}{y_C}(\delta_L) \text{ ஆகும்.}$$

கம்பிவட நீள மாறுபாடு தெரிந்தால், மேலே குறிப்பிட்டுள்ள சமன்பாட்டிலிருந்து தொய்வு மாறுபாடு தெரியும். கம்பி வட நீளம் வெப்பநிலை t^0 உயர்வு அடைவதால், δL அதிகமாவதாகக் கொள்வோம். வெப்பநிலை எண் (Temperature co-efficient) $\propto$ ஆனால்,

$$\left.\begin{array}{c}\text{கம்பி வட நீளம்}\\ \text{வெப்பநிலை உயர்வுக்குப்பின்}\end{array}\right\} = L_1 = L(1 + \propto t)$$

$$\therefore \delta L = L_1 - L$$

$$= L \propto t$$

$$= \propto t\left(l + \frac{8}{3}\frac{y_C^2}{l}\right)$$

கம்பிவட நீள மாறுபாட்டுத் தொகுதியை δy_C தொகுதியில் பிரதியிட

$$\delta y_C = \frac{3}{16}\frac{l}{y_C}(\delta L)$$

$$= \frac{3}{16}\frac{l}{y_C}\propto t\left(l + \frac{8}{3}\frac{y_C^2}{l}\right) \text{ ஆகும்.}$$

தொய்வு அளவு மாறுபாடு பெறுவதால் தொங்கு வடக்கம்பியில் இழுவை விசைஅளவு மாறுபாடு அடையும். வெப்பநிலை உயர்ந்து,

கம்பிவட நீளம் அதிகரித்து, தொய்வு அளவு அதிகமாவதால் இழுவை விசை அளவு குறைவுபடும்; வெப்பநிலை குறையும் பொழுது, தொய்வு அளவு குறைந்து இழுவை விசை அதிக மாகும்.

9-7. கவான்கள் (Arches)

நீண்ட இடைத் தொலை பாலங்கட்கு ஏற்ற கட்டமைப்புகளுள் எடுப்பான தோற்றமுடன் விளங்கும் அமைப்பு 'கவான்கள்' என்ற வளைவுக்கட்டுக் கோப்புகள் (Arches) ஆகும். கவான்கள் கவினுறு தோற்றம் உடைய பழங்காலந்தொட்டு அமைக்கப் பெற்று வரும் கட்டமைப்பு ஆகும். கவான்களில் தாங்கிகளில் விளைவுறும் கிடைக்கூறு விசைகளின் செயல் திறனால், அமைப்பில் இயங்கும் பளுக்கள் திறம்படத் தாங்கப்படும். உண்மைக் கவான் களில் (True Arches) விளைவுறும் கிடைக்கூறு தாங்குவிசை, இயற் போக்குத் தாங்கு வளைவு உத்திரங்கள் (curved beams), கற்களைச் சிறிது சிறிது ஆகப் பிடிமான தாங்கிபோல் வெளியே நீட்டி மையத் தில் இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திரம்ஆக அமைக்கப்படும் தண்டை யக் கட்டு கவான்கள் (corbelled arches) ஆகியவற்றில் விளைவுறுவ தில்லை. ஆகவே, வளைவு உத்திரங்கள், தண்டையக் கட்டு கவான்கள் ஆகியவற்றில் வளைவு திருப்புதிறன், அதே அளவு இடைத்தொலை உள்ள உண்மைக் கவான்களில், ஒத்த பளுக்களி னால் ஏற்படும் வளைவு திருப்புதிறனைவிட மிக அதிகமாக இருக்கும்.

உண்மைக் கவான்கள் பெரும் பயன் தந்து திறம்பட விளங்க கவான்களின் ஈர்ப்பு மைய அச்சுக்கோடு (Centre of Gravity axis), தாங்கிகளில் விளைவுறக் கூடிய கிடைக்கூறு விசை அளவை முனைத்தூரமாக (அவ்வாறு எடுத்துக்கொள்ளும் நிலையில் பெறப் படும் விசைப்படம் விசைப் பல்கோணமாக அமையும்) கொண்டு வரையப்பெறும் இழைப் பல்கோண வடிவமாக இருக்கவேண்டும். இந்த இழைப் பல்கோணம் அமுக்கு விசை இயங்குகோடு (Line of pressure) ஆகும்; இதை நேர்கோட்டுக்கவான் (Linear arch) என்றும், தடை இயக்கக்கோடு (Line of resistance) என்றும் கூறுவர்.

முன் சொல்லப்பட்ட அமுக்கு விசை இயங்குகோடு, அதாவது கவான்களில் இழைப் பல்கோணம் பெருமளவிற்குப் பிரிவுக்கூறு 9-1-ல் (படம் 9-1) தொங்கு கம்பி வடங்கட்குப் பெறப்பட்ட (இழுவை விசை இயங்குகோடு) இழைப் பல்கோணத்தை ஒத்திருக்கும் கிடைக்கூறு கவான்களின் மையப்பகுதியை நோக்கிச் செயல்

படுவதால், இழைப் பல்கோண உருவம் *AB* கோட்டின்மீது புரட்டிப்பெறும் தலைகீழாக மாறுபட்டுள்ளதாக இருக்கும்; அதாவது கோடு *AB* மீது பெறப்படும் ஆடிபிம்பமாகும் (படம் 9-1 ஐப் பார்க்கவும்).

கவான்களின் ஈர்ப்பு மைய அச்சுக்கோடு, அழுக்கு விசை இயங்கு கோட்டுடன் பொருந்தியிருந்தால் அதாவது, இழைப் பல்கோணத்துடன் பொருந்தியிருந்தால், கவான் அமுக்கு விசைக்கு மட்டுமே உட்பட்டிருக்கும். ஆனால், அமுக்கு விசை இயங்கு கோடான, இழைப் பல்கோணம் பளு அளவுகள் மாறுபடும் பொழுது மாறுபாடு அடையும் அல்லவா? திண்மையுள்ள கட்டமைப்பான கவான்களின் உருவம், துவளும் தன்மையான தொங்கு வடக்கம்பி போல் மாறுபடும் தன்மையது இல்லை; எனவே, கவான்களில் அமுக்கு விசையுடன், வளைவு திருப்புதிறன், வெட்டுவிசை ஆகியவற்றிற்கு வெட்டுமுகம் உட்பட்டிருக்கும். ஆகவே, கவான்களின் ஈர்ப்புமைய அச்சுக்கோடு கவனமாகத் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்டால், பெரும்பாலான பளு மாற்றங்களின் பொழுதும் பெறப்படும் இழைப் பல்கோணம், ஈர்ப்பு மைய அச்சுக் கோட்டைப் பெருமளவிற்கு ஒட்டியிருக்கும் எனவே, வெட்டுவிசை வளைவு திருப்புதிறன் விளைவுகள் குறைவாக இருக்கும்.

9-8. கவான்கள் — வகைகள்

கவான்களைக் கீழே குறிப்பிடப்பட்டுள்ள முக்கிய வகைகளாகப் பிரிக்கலாம் :

(i) மூன்று சுழல்முனை கவான்கள் (Three hinged arches) [படம் 9-7 (a)].

இவ் வகைக் கவான்களில் தாங்கிகளிலும் முகட்டிலுமாக மூன்று சுழல்முனைகள் அமைக்கப்பட்டிருக்கும். ஆகவே, நிலையியல்படி தீர்வு காணக்கூடிய அமைப்பு ஆகும்.

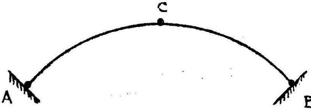
(ii) இரண்டு சுழல்முனை கவான்கள் (Two hinged arches) [படம் 9-7 (b)].

இவ் வகைக் கவான்களில் தாங்கிகளில் மட்டும் சுழல் முனைப் பொருத்தால் இணைக்கப்பட்டிருப்பதால், நிலையியல்படி தீர்வு தேரப் பெறுத (முதல்படி) அமைப்பு ஆகும்.

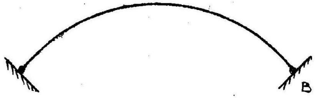
(iii) நிலைத்தாங்கி கவான்கள் (Fixed arches) [படம் 9-7 (c)].
இவ்வகைக் கவான்களில், தாங்கிகளில் நிலைக்குத்து

விசை, கிடைத்தள விசைகளுடன், வளைவு திருப்பு திறனும் இயங்குகின்றன. இவை நிலையியல்படி தீர்வு தேரப்பெறாத (மூன்றாம்படி) அமைப்பு ஆகும்.

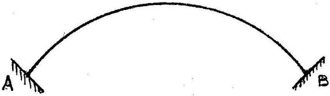
மேலும், கவான்களை நிரப்பப்பட்ட கவான்கள் (Spandrel filled arches) என்றும், திறந்த வெளி கவான்கள் (Open spandrel arches) என்றும் பிரிக்கலாம். நிரப்பப்பட்ட கவான்



9·7 (a)



9·7(b)

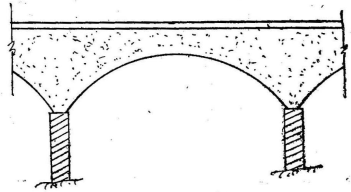


9·7(c)

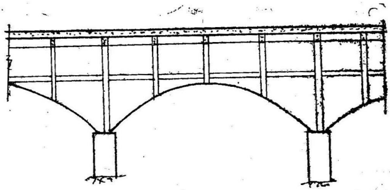
படம் 9-7.

படம் 9-7 (a) மூன்று சுழல் முனை கவான்கள்,
படம் 9-7 (b) இரண்டு சுழல்முனை கவான்கள்,
படம் 9-7 (c) நிலைத் தாங்கி கவான்.

களில் [படம் 9-7 (d)] ஆதாரக் கட்டுமானத்துக்கும் பளு இயங்கும் தளத்துக்குமிடையே உள்ள பகுதி நிரப்பப்பட்டிருக்கும். ஆனால், திறந்த வெளி கவான்களில், [படம் 9-7 (e)] பளு இயங்கும் தளம் உத்திரங்களால் தாங்கப்பட்டுத் தூண்கள் மூலம் கவான்கட்குப் பளு செலுத்தப்படும். எனவே, பளு இயங்கும் தளத்துக்கும், ஆதாரக் கட்டுமானத்துக்கும் இடையே உள்ள பகுதி திறந்த வெளியாக இருக்கும்.



9·7 (d)



9·7 (e)

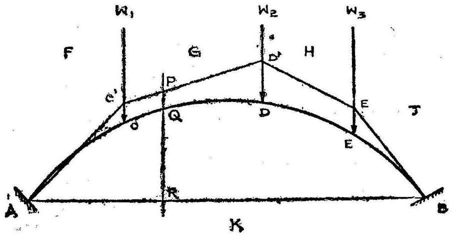
படம் 9·7 கவான்கள் வகைகள்

படம் 9-7 (d) நிரப்பப்பட்ட கவான்,

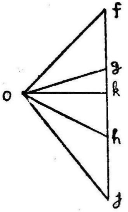
படம் 9-7 (e) திறந்த வெளி கவான்.

9-9. எட்டீஸ் தேற்றம் (Eddy's Theorem)

படம் 9-8-ல் நிலைக்குத்து பளுக்களுக்கு உட்பட்டிருக்கும் கவான் AB காட்டப்பட்டுள்ளது. கவானில் எடுத்துக் கொள்ளப் பட்டுள்ள விசைகளின், விசைப்படமும், தாங்குகளில் பெறப்படும் கிடைக்கூறு விசை அளவாக முனை 'O' எடுத்துக்கொண்டு வரையப்பட்டுள்ள இழைப் பல்கோணமும் (A, C, D, E, B) காட்டப் பட்டுள்ளது இழைப் பல்கோணமான அமுக்குவிசை இயங்கு கோடு, கவானின் ஈர்ப்பு மையக் கோடான $ACDEB$-னின்றும் மாறுபட்டு இருப்பதால், கவானில் வளைவு திருப்புதிறனும் விளைவுறுகிறது.



9-8 (a) கவான்



படம் 9-8 (b)
வரைபடம்

கவானில் ஏதாவது ஒரு புள்ளியில் (Q ல்) நிலைக்குத்துக்கோடு PQR வரைக. இக் கோடு, இழைப் பல்கோணத்தை P, R புள்ளிகளிலும், கவானை Q-யிலும் வெட்டுகின்றது. இழைப் பல்கோணம் குறிப்பிட்ட அளவு வீதத்துக்கு வளைவு திருப்புதிறன் படமாகும்.

Q-ல் வளைவு திருப்புதிறன் கணக்கிடுவோம்.

இடைவெளிப்பட அளவு வீதம் ... m எனவும்.

விசைப்பட அளவு வீதம் ... n எனவும்,

முனைத்தூரம் ... l எனவும்,

கொள்வோம்.

$\left.\begin{array}{l}Q\text{-ல் வளைவு திருப்புதிறன்} \\ \text{கிடைத்தள விசையைக் கருதா} \\ \text{விடின்}\end{array}\right\} = (PR)$ அளவு வீதம்.

$$= (PR)\ lmn.$$

$\left.\begin{array}{l}\text{கிடைத்தள விசையினால்} \\ \text{புள்ளி } Q\text{-ல் வளைவு திருப்புதிறன்}\end{array}\right\} = (\text{கிடைத்தளவிசை})\ (QR)\, m.$

$$= (QR)\ lmn.$$

வெட்டுமுகத்துக்கு. இடது பக்க விசைகளைக் கருத, கிடைத்தள விசை இடஞ்சுழி திருப்புதிறன் தரும். எனவே, எதிர் வளைவு திருப்புதிறன் ஆகும்.

$\left.\begin{array}{l}\therefore \text{ கவானில் புள்ளி } Q\text{-ல்} \\ \text{வளைவு திருபபுதிறன்}\end{array}\right\} = (PR)\ lmn - QR\ (lmn)$

$$= (PQ)\ lnm.$$

lmn – வளைவு திருப்புதிறன் வரைபட அளவு வீதம் ஆகும். எனவே, Q-ல் வளைவு திருப்புதிறன் வெடடுத்துண்டு 'PQ' குறிப்பிட்ட அளவு வீதத்துக்குத் தருகிறது.

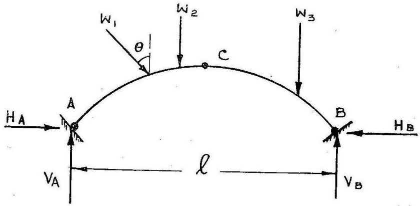
ஆகவே, கவானில் எந்தப் புள்ளியிலும் வளைவு திருப்புத் திறன், கவானின் ஈர்ப்பு மைய அச்சுக்கோட்டுக்கும் இழைப் பல் கோணம் அதாவது நேர் கவானுக்கும் இடையில் உள்ள வெட்டுத் துண்டால் குறிப்பிட்ட அளவு வீதத்துக்குப் பெறப்படும்.

நிலைக்குத்து வெட்டுத்துண்டு அளவை உண்மை அமைப்பு அளவில் கொண்டால் வெட்டுத்துண்டு ($PQ \times l$), நிலைக்குத்து வெட்டுத் துண்டையும், கிடைத்தள விசையையும் ($m \times n$) பெருக்கினால், பெருக்கல் பலன் புள்ளியில் உள்ள வளைவு திருப்புதிறன் அளவாகும். இது எட்டீஸ் தேற்றம் (Eddy's Thorem) எனப்படும்.

9-10. மூன்று சுழல் முனை கவான்

படம் 9-9-ல் மூன்று சுழல் முனைகவான் காட்டப்பட்டிருக்கிறது. தாங்குகளில் படத்தில் காட்டியிருப்பதுபோல் தாங்கு விசைகள் நிலைக்குத்துக் கூறு கிடைத்தளக் கூறு உடையனவாக இருக்கும். எனவே, நான்கு தாங்கு விசைக்கூறுகளான V_A, H_A, V_B, H_B ஆகியவை கணக்கிட வேண்டும்,

சமநிலைச் சமன்பாடுகள் மூலம், மூன்று சமன்பாடுகளும், அமைப்பில் தாங்கிகட்கிடையே உள்ள சுழல்முனைப் பொருத்தில் வளைவு திருப்புதிறன் சூன்யம் என்பதன் மூலம் நான்காவது



படம் 9.9

மூன்று சுழல் முனை கவான்

சமன்பாடும் அமைத்து, தாங்கு விசைகளின் நான்கு கூறுகளுக்கும் தீர்வு காணலாம்.

கவானில் குறுக்கு வெட்டுகள், நேர்விசையுடன் வளைவு திருப்புதிறனுக்கும் வெட்டு விசைக்கும் உள்ளாகின்றன.

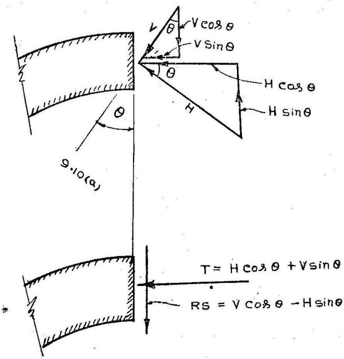
தாங்குகளில் பெறப்படும் நிலைக்குத்துக்கூறு தாங்குவிசை, கிடைத்தளக்கூறு தாங்குவிசை, கவானில் இயங்கும் வெளிப் பளுக்களிலிருந்தும் வெட்டுமுகத்தில் நிலைக்குத்து வெட்டுவிசை, கிடைத்தளவிசை கணக்கிடலாம். இந்த அளவுகளிலிருந்து, வெட்டுமுகம் நிலைக்குத்துத் தளத்துக்குச் சாய்வு பெற்றிருந்தால், பின் குறிப்பிட்டுள்ளவாறு, வெட்டுமுகத்தின் செங்குத்துத் திசையில் நேர்விசை (Nomal thrust), ஆரவெட்டுவிசை கணக்கிடலாம்.

கருதப்படும் வெட்டுமுகம் AB, நிலைக்குத்திலிருந்து 'θ' அளவு சாய்வுள்ளதாக இருக்கட்டும். நிலைக்குத்து வெட்டுமுகத்தில் படத்தில் உள்ளபடி.

அமுக்குவிசை H எனவும்,

வெட்டுவிசை V எனவும் கொள்க,

வெட்டுமுகம் AB-க்குச் செங்குத்துத் திசையில், இணையான AB திசையிலும் விசைகள H, V ஆகியவற்றின் கூறு கணக்கிடுக.



படம் 9-10

9-10 (a) வெட்டுமுகம் சாய்வு பெற்றிருத்தல்,

9-10 (b) வெட்டுவிசை வரைபடம்.

AB-க்குச் செங்குத்துத் திசையில் கூறுகள் $H \cos \theta$, $V \sin \theta$ ஆகும்.

AB தள திசையில் கூறுகள் $- H \sin \theta$, $V \cos \theta$ ஆகும்.

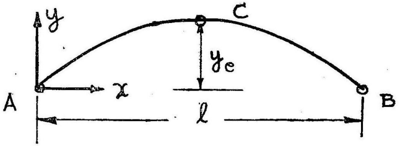
$\therefore$ AB-க்குச் செங்குத்துத் திசையில் அமுக்கு விசை $= T = H \cos \theta + V \sin \theta$

AB தள திசையில், வெட்டுவிசை $= RS = V \cos \theta - H \sin \theta$.

மூன்று சுழல்முனை பகுப்பாய்வினைச் சில எடுத்துக்காட்டுகள் மூலம் விளக்குவோம்.

எடுத்துக்காட்டு 9-4.

படம் 9-11-ல் பரவளைய வடிவ மூன்று சுழல்முனை கவான் காட்டப்பட்டிருக்கிறது. கவானில் கிடைத்தள அலகு தூரத்துக்கு w' சீரான பரவலான பளு இயங்குகிறது. எல்லா வெட்டுமுகங்களிலும் வளைவு திருப்புதிறன் ஆரவெட்டு விசை சூன்யம் என நிரூபிக்க,



படம் 9·11

பரவளைய வடிவ மூன்று சுழல்முனை கவான்

முதலில் கவான் அச்சின் சமன்பாடு காண்போம். படம் 9-11-ல் காட்டியுள்ளபடி-

புள்ளி A ஐ ஆதியாகக்கொள்க.

X, Y ஆயங்கள் படத்தில் காட்டியுள்ளபடி AB திசையில் X ஆயமும் AB-க்குச் செங்குத்துத் திசையில் Y ஆயமும் எடுத்துக் கொள்க.

பரவளையம் இரண்டாம்படிவ வளைகோடு.

சமன்பாடு $y = k\,x\,(l - x)$ வடிவில் இருக்கும்.

k மதிப்புக்காண.

$x = \frac{l}{2}$-ல் $y = y_c$

பிரதியிட $y_c = k\,\frac{l}{2}\,\frac{l}{2}$

$$\therefore k = \frac{4\,y_c}{l^2}$$

எனவே பரவளைய அச்சுக்குச் சமன்பாடு,

$$y = \frac{4y_c}{l^2} x(l - x) \text{ ஆகும்.}$$

வகையிட,

$$\frac{dy}{dx} = \frac{4y_c}{l^2}(l - 2x)$$

$$= \tan \theta_x$$

அடுத்து, தாங்கிகளில் நிலைக்கூறு, கிடைக்கூறு தாங்கி விசைகள் கணக்கிடுவோம். சமச்சீர் பளு சமச்சீர் அமைப்பில் இயங்குகிறது.

$$\therefore V_A = V_B = \frac{wl}{2} \text{ ஆகும்.}$$

கிடைத்தள விசைகள் இரண்டும் (அதாவது) H_A, H_B ஆகியவை சமம். (ஏனெனில் $\Sigma H = 0$)

$$\therefore H_A = H_B.$$

கிடைத்தள விசைகள் அளவு கணக்கிட, சுழல்முனை C ல் வளைவு திருப்புதிறன் சூன்யம் என்ற உண்மையைப் பயன் படுத்துக.

M_C அல்லது வ. தி. தி$_c$-ல் $= 0$

$$\frac{wl}{2} \cdot \frac{l}{2} - \frac{wl}{2} \frac{l}{4} - H_A y_c = 0$$

$$\therefore H_A = \frac{wl^2}{8y_c}$$

இடது தாங்கியிலிருந்து x தொலைவில் XX வெட்டு முகம் கருதுக.

$$\text{வ. தி. தி}_{XX} = \frac{wl}{2} x - wx \frac{x}{2} - H_A y$$

$$= \left(\frac{wl}{2} x - \frac{wx^2}{2}\right) - \left\{\frac{wl^2}{8y_c} \cdot \frac{4y_c}{l^2} x(l - x)\right\}$$

$$= \frac{w}{2}(lx - x^2) - \frac{w}{2}(lx - x^2)$$

$$= 0.$$

எனவே, கவானின் எல்லாப் புள்ளிகளிலும் வ. தி. தி. சூன்யம். அதாவது 'கவான்' உண்மைக்கவான் ஆகும், கவானின் ஈர்ப்பு மைய அச்சு வளைகோடு இழைப் பல்கோணமாகும்.

அடுத்து ஆர வெட்டுடுசை (*RS*) கணக்கிடுவோம்,

வெட்டுமுகம் *XX*-ல்

$$\tan\theta_X = \frac{4y_C}{l^2}(l - 2x)$$

$$RS_{(XX)} = V_x\cos\theta - H_x\sin\theta \text{ ஆகும்.}$$

$$V_X = \frac{wl}{2} - wx$$

$$H_X = H = \frac{wl^2}{8y_c}.$$

$$\text{பிரதியிட } RS\,(xx) = \left(\frac{wl}{2} - wx\right)\cos\theta_X - \frac{wl^2}{8y_c}.\sin\theta_X$$

$$= \cos\theta\left\{\left(\frac{wl}{2} - wx\right) - \frac{wl^2}{8y_c}\tan\theta_X\right\}$$

$$RS\,(xx) = \cos\theta_X\left\{\left(\frac{wl}{2} - wx\right) - \frac{wl^2}{8y_c}\frac{4y_c}{l^2}(l - 2x\right\}$$

$$= 0$$

ஆகவே, எல்லா வெட்டு முகங்களிலும் ஆரவெட்டு விசையும் சூன்யம். வெட்டு முகங்கள் அமுக்கு விசைக்கு மட்டுமே உள்ளா கின்றன. அமுக்கு விசை அளவு கணக்கிடுவோம்.

$$\left.\begin{matrix}\text{அமுக்கு விசை}\\ T_{XX}\end{matrix}\right\} = H_X\cos\theta_X + V_X\sin\theta_X$$

$$T = H_X\cos\theta_X + \left(\frac{wl}{2} - wx\right)\left[\frac{4y_c}{l2} - \frac{l^2}{4y_c}\right]\sin\theta_X$$

$$= H\ \cos\theta_X + \frac{w}{2}(l - 2x)\ \frac{4y_c}{l2}\ .\ \frac{l^2}{4y_c}\ \sin\theta_X$$

$$= H\ \cos\theta_X + \frac{wl^2}{8y_c}\left[\frac{4y_c}{l^2}\ l - 2x)\right]\sin\theta_X$$

$$= H\ \cos\theta_X + H\tan\theta_X\sin\theta_X$$

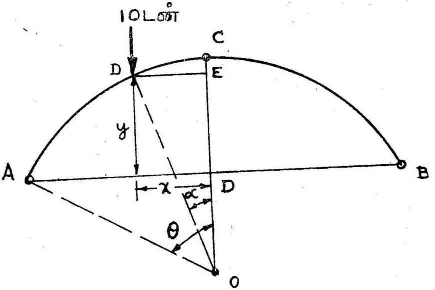
$$= H\ \cos\theta_X\,[1 + \tan^2\theta_X]$$

$$= H\ \sec\theta_X.$$

எடுத்துக்காட்டு 9-5.

வட்டப் பகுதி கவான் படம் 9-12-ல் தரப்பட்டுள்ளது. கவானின் கிடைத்தள இடைத்தொலை 50 மீட்டர்; மைய உயரம்

12·5 மீ என்ருல், கவானின் மீது இடது தாங்கியிலிருந்து 12·5 மீ. கிடைத்தள தொலைவில் 10 டன் எடை செறிவு பளு இயங்கும் பொழுது தாங்குவிசைகள் கணக்கிடுக. புள்ளி D-ல் வ.தி.தி. காண்.



படம் 9-12.
வட்டப் பகுதி கவான்.

வட்ட ஆரம் R எனக்கொள்க.

$$l = 50 \text{ மீட்டர்.}$$

நாண் AB விட்டத்தை D-ல் சந்திக்கிறது.

$$\therefore \left(\frac{l}{2}\right)\left(\frac{l}{2}\right) = (DC)(2R - DC)$$

$$25^2 = (12{\cdot}5)(2R - 12{\cdot}5)$$

தீர்வுகாண $R = 31{\cdot}25$ மீ.

D புள்ளியை ஆதியாகக்கொண்டு, x ஆயம் DAஐ நோக்கியும் y ஆயம் DC ஐ நோக்கியும் கருதினல், பளு இயங்குமிட ஆயத் தொலைகள்

$$x = R(\sin\theta - \sin\alpha)$$

$$y = R(\cos\alpha - \cos\theta) \text{ ஆகும்.}$$

படத்திலிருந்து,

$$\sin\theta = \frac{25}{31{\cdot}25} = 0{\cdot}8$$

$$\cos\theta = \frac{31{\cdot}25 - 12{\cdot}5}{31{\cdot}25} = 0{\cdot}6$$

$$\sin\alpha = \frac{12\ 5}{31{\cdot}25} = 0{\cdot}4$$

$$\cos\alpha = \sqrt{1 - 0{\cdot}4^2} = 0{\cdot}9164$$

B தாங்கியில் வி. பெ. ப. கணக்கிட

$$V_A 50 - H_A (0) - 10 \times 37\cdot5 = 0$$

$$\therefore \ V_A = 7\cdot5 \text{ டன்}$$

$$\Sigma V = 0$$

$$V_A + V_B - 10 = 0$$

$$\therefore \ V_B = 2\cdot5 \text{ டன்}$$

வளைவு திருப்புதிறன் *C*-ல் சூன்யம்.

$$\therefore V_B 25 - H_B \times 12\cdot5 = 0$$

$$- H_B = - V_B \times \frac{25}{12\cdot5}$$

$$\therefore \ H_B = 2\cdot5 \times 2 = 5 \text{ டன்.}$$

$$\therefore H_A = H_B = H = 5 \text{ டன் ஆகும்.}$$

பளு இயங்குமிடத்தில் வளைவு திருப்புதிறன் கணக்கிடுவோம்.

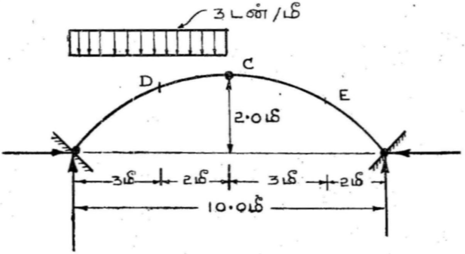
$$\text{வ. தி. தி.} = V_A \times 12\cdot5 - H_A . R (\text{Cos } \alpha - \text{Cos } \theta)$$

$$= 7\cdot5 \times 12\cdot5 - 5 \times 31\cdot25 (0\cdot3164)$$

$$= 93\cdot75 - 49\cdot44 = 44\cdot31 \text{ ட. மீ.}$$

பயிற்சி

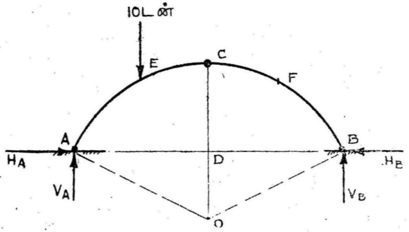
9-1. படம் 9-1 (வி)-ல் தரப்பட்டு மூன்று சுழல் முனை கவானில், தாங்குவிசை கணக்கிடுக. அச்சு பரவளையக்கோடு ஆகும்.



படம் 9-1(வி).

வெட்டுமுகம் *D*, வெட்டுமுகம் *E*-ல் வளைவு திருப்புதிறன், ஆர வெட்டுவிசை ஆகியன கணக்கிடுக.

9-2. படம் 9·2 (வி)-ல் காட்டப்பட்டிருக்கும் மூன்று சுழல்முனை கவான் வட்டப்பகுதி வடிவ அச்சுக் கொண்டிருக்கிறது. இடைத்தொலை $AB = 16$ மீட்டர்; $CD = 4$ மீட்டர் ஆனால் தாங்குவிசை கணக்கிடுக. புள்ளி E, தாங்கு A-யிலிருந்து கிடைத்தள தொலை 4 மீட்டரில் உள்ளது.



படம் 9-2(வி)

9-3. வினு 9-1-ல் சீரான பரவலான பளு கவான் முழு நீளத்துக்கும் இயங்கினால்,

(i) தாங்குவிசைகள் காண் ;

(ii) வளைவு திருப்புதிறன் வெட்டுமுகம் D, வெட்டுமுகம் E ஆகியவற்றில் கணக்கிடவும்.

9-4. ஒரு பாரமில்லா நூல், 5 மீட்டர் இடைத்தொலையுள்ள 2 புள்ளிகளில் கட்டப்பட்டுள்ளது. A யும் B யும் ஒரே மட்டத்தில் உள்ளன. அதில் 5 கி.கி., $7\frac{1}{2}$ கி.கி., 10 கி.கி., எடைகளை இடது பக்கம் கட்டப்பட்டுள்ள புள்ளியிலிருந்து முறையே 1 மீ , 3 மீ , 4 மீ. தொலைவில் கட்டப்பட்டுள்ளன. கிடைத்தள இழுவை அளவு 8 கி.கி. எடை ஆனால், நூலின் வடிவத்தைக் கணக்கிடுக.

9-5. வினு 9-4-ல் தரப்பட்டுள்ள எடைகள் இயங்கும்பொழுது நூல் பெறும் வடிவத்தில் நூலின் நீளம் கணக்கிடுக.

மேற்கோள் நூற்பட்டியல்

(1) Theory of Structures
by S. Timoshenko and D. H. Young.

(2) Fundamentals of Structural Analysis
by Jakkula and Stephenson.

(3) Elementary Theory of Structures
by Wang and Eckel.

(4) Elementary Structural Analysis
by Tung Au.

(5) Elementary Structural Analysis
by Norris and Wilbur.

(6) Theory of Simple Structures
by Shedd and Vawter.

(7) Fundamental Theory of Structures
By D. Allan Firmage.

கலைச்சொற்கள்

அச்சு — Axis
அடிப்படை — Base
அடுக்குக் கட்டடம் — Tier building
அதிர்வு — Vibration
அமுக்கம் — Compression
அமுக்கு விசை — Compressive force
அமுக்குவிசை இயங்கு கோடு — Line of pressure
அமைப்பு — Structure
அமைப்புப் பகுவியல் — Structural analysis
அலகு எடை — Unit weight
அளவுக் கணக்கீடு — Design
  பூர்வாங்க அளவு கணக்கீடு — Preliminary design
  விரிவான அளவு கணக்கீடு — Detailed design
அனுபவ அடிப்படை விதி — Rule of thumb
ஆயங்கள் — Co-ordinates
ஆதார வடக்கம்பி — Anchor cable or Anchor chain
இடஞ்சுழி — Anticlockwise
இடவெளிப் படம் — Space diagram
இடையிணைப்பு உறுப்பு — Web member
இடைத் தொலை — Span
இணை அமைவு — Truss
  கூட்டு இணைஅமைவு — Compound truss
  சாதாரண இணை அமைவு — Simple truss
  சிக்கலான இணைஅமைவு — Complex truss
இணை உத்திரம் முறை — Conjugate beam method
இணைநாண் இணை அமைவு — Parallel chord truss
இணைப்பு — Joint
இணைப்பு முறை — Method of joint

இயக்கவியல் — Mechanics
செயல்முறை இயக்கவியல் — Applied mechanics
இயக்க விளைவுக் கோடு — Influence line
இயற்கணிதக் கூட்டுத்தொகை— Algebraic sum
இயற்போக்குத் தாங்கு — Simple support
இருபடி — Second order
இழைப் பல்கோணம் — Funicular polygon
ஈர்ப்பு மைய அச்சுக்கோடு — Centre of gravity axis
உத்திரம் — Beam
இயற்போக்குத் தாங்கு உத்திரம் — Simply supported beam
கூட்டு இணைப்பு உத்திரம் — Compound beam
தொடர் உத்திரம் — Continuous beam
நிலைத்தாங்கி உத்திரம் — Fixed beam
நிலையியல்படி தீர்வு காணக் கூடிய உத்திரம் — Determinate beam or statically determinate beam
நிலையியல்படி தீர்வு தேரப் பெருத உத்திரம் — Indeterminate beam or statically indeterminate beam
பிடிமான கவை உத்திரம் — Cantilever beams
சரிசமநிலை பிடியான கவை உத்திரம் — Balanced cantilever beam
புறந்துருத்தி உத்திரம் அல்லது கவிந்து தாங்கும் உத்திரம் — Overhanging beam
உருளை — Roller
உருளைப் பொருத்து — Pin joint
உறுதி — Strength
எஃகு — Steel
எதிர் வளைவுப் புள்ளி — Point of contraflexure
ஒருதள விசைகள் — Co-planar forces
ஒருமுனை விசைகள் — Concurrent forces
கட்டுமானம் — Frame
முக்கோணமோடுக் கட்டுமானம் — Gable frame
கவான் — Arch
இரண்டு சுழல்முனைக் கவான்— Two hinged arch
உண்மைக் கவான் — True arch
திறந்தவெளிக் கவான் — Open spandrel arch
நிலைத்தாங்கி கவான் — Fixed arch
நிரப்பப்பட்ட கவான் — Filled spandrel arch
மூன்று சுழல்முனைக் கவான் — Three hinged arch
கிடைத்தளம் — Horizontal plane

கிடை அமுக்க விசை — Horizontal thrust
குவி — Convex
குவி மாடம் — Dome
குழிவு — Concave
குறியீட்டு முறை — Notation
கூறு — Component
கிடைக்கூறு — Horizontal component
செங்குத்துக்கூறு அல்லது நிலைக்கூறு — Vertical component
சங்கிலியம் — Catenary
சடத்துவத் திருப்புதிறன் — Moment of inertia
சமநிலை — Equilibrium
சமன்பாடு — Equation
ஒருங்கைச் சமன்பாடு — Simultaneous equation
சரிசமநிலை — Balanced
சரிசமநிலை கவை உத்திரங்கள் — Balanced cantilever
சாலை மைய உயர்ச்சி — Camber
சுழல்முனை — Hinge
செயல்முறை இயக்கவியல் — Applied mechanics
செறிவு பளு — Concentrated load
செயல் — Work
தகைவு — Stress
அனுமதித் தகைவு — Allowable stress or permissible stress
பெரும தகைவு — Maximum stress
தகைவு வரைபடம் — Stress diagram
தடை இயக்கக்கோடு — Line of resistance
தண்டையக் கட்டு கவான்கள் — Corbelled arch
தர நிர்ணயக் கழகம் — Standard Institution
தன்மை — Nature
தனிப் பகுதி — Free body
தனிப்பகுதி விளக்க வரைபடம் — Free body diagram
தாங்கி அல்லது தாங்கு — Support
இயற்போக்குத் தாங்கு — Simple support
உருளைத் தாங்கு — Roller support
சுழல்முனைத் தாங்கு — Hinged support
நிலைத்தாங்கு அல்லது பிடிமான தாங்கு — Fixed support
தாங்கு கோபுரங்கள் — Towers
தாங்கு விசை — Supporting force

திண்மை — Stiffness
திருப்புதிறன் — Moment
  திருகு திருப்புதிறன் — Twisting moment
  வளைவு திருப்புதிறன் — Bending moment
துவள்கிற — Flexible
தூண் சுவர் — Pier
தேர்வாய்வு திருத்தமுறை — Trial and error method
தொகையீட்டு நிலையெண் — Constant of integration
தொங்கு பாலங்கள் — Suspension bridges
தொங்கு வடக்கம்பி — Suspension cable
தொடர் உத்திரங்கள் — Continuous beams
தொய்வு — Deflection, dip
தொய்வு வளைகோடு — Deflection curve
தொழிற்கூடங்கள் — Industrial building
நகரும் பளு — Moving loads
நகரும் பளுத்தொகுதி — System of moving loads
நகரும் விசை — Moving load or force
நகரும் பாலங்கள் — Movable bridge
நாண்வரை — Chord
  மேல் நாண்வரை — Top or upper chord
  கீழ் நாண்வரை — Bottom or lower chord
நிலையியல் — Statics
நிலைக்குத்து — Vertical
நிலைக்குத்துகள் — Verticals (vertical members in web of trusses)
நிலையியலிலும் மீறிய அமைப்பு அல்லது நிலை இயல்படி தீர்வுதேரப் பெருத அமைப்பு — Statically indeterminate structure
நிலையியல்படி தீர்வு காணக் கூடிய அமைப்பு — Statically determinate structure
நிலைத்தாங்கி உத்திரங்கள் — Fixed beams
நிலைத்தூரம் — Ordinate
நெகிழ்ச்சி வளைகோடு — Elastic curve
நேர்கோட்டுக் கவான் — Linear arch
பளு — Load
  சீரான பரவலான பளு — Uniformly distributed load
  சீராக மாறும் பரவலான பளு — Uniformly varying load
  செறிவு பளு — Concentrated load
பிணைப்பு — Joint
முட்டுக்கொடுக்கப்பட்ட உத்திரம் — Propped beam

முப்படிச் சமன்பாடு	—	Cubic equation
முன்தகைக்கப்பட்ட காங்கிரட்	—	Prestressed concrete
முனை	—	Pole
மைய இறக்கம்	—	Dip
யங்கின் மீள்சக்திக் குணகம்	—	Young's Modulus of Elasticity
வகைநுண் கணிதம்	—	Differential Calculus
வலுப்படுத்தப்பட்ட காங்கிரட்	—	Reinforced concrete
வளைவு	—	Curvature
வளைவுக் கட்டுமானம்	—	Bent frame
வளைவு திருப்புதிறன்	—	Bending moment
விலக்கப் பெருக்கற்பலன்	—	Moment
வலஞ்சுழி—	—	Clockwise
இடஞ்சுழி—	—	Anticlockwise
விசை	—	Force
அச்சுவிசை	—	Axial force
உள்விசை	—	Internal force
ஒருதள ஒருமுனை விசை	—	Coplaner concurrent force
ஒருதள விசை	—	Coplaner force
கிடைமட்ட விசை	—	Horizontal force
செங்குத்து விசை அல்லது நிலைக்குத்து விசை	—	Vertical force
செயல் விசை	—	Active force
தாங்குவிசை	—	Supporting force or reaction
தொகுவிசை	—	Resultant
நேர்விசை	—	Direct force
விசைப் படம்	—	Force diagram
வெட்டுவிசை வரைபடம்	—	Shear force diagram
விசைப் பல்கோணம்	—	Polygon of force
விசை முக்கோணம்	—	Triangle of force
விசைவலு துணைப் பகுதி	—	Impact factor fraction
வெட்டு முகம்	—	Section
வெட்டுமுக முறை	—	Method of section
வெட்டு விசை	—	Shear force
வெப்பநிலை எண்	—	Temperature co-efficient